

# 基于领航一跟随法和人工势场法的巡检机器人编队

吴金霆<sup>1</sup> 王 琢<sup>2</sup> 张子超<sup>1</sup> 王乃宇<sup>1</sup>

(1. 东北林业大学计算机与控制工程学院 哈尔滨 150036;

2. 东北林业大学机电工程学院 哈尔滨 150036)

**摘 要:** 机器人编队技术正不断发展并逐步投入应用,为了提升巡检机器人的工作效率,提出了一种基于领航一跟随法和人工势场法的编队控制方法,保留了两方法的优点,使机器人编队在躲避障碍物的同时尽可能保持队形,通过施加随机扰动的方法改善人工势场法中容易出现的局部最小值问题。实验结果表明,提出的方法完成任务消耗的时间相较于领航一跟随法和基于行为法分别下降了 28.5% 和 41.4%,在执行特定任务如协同围捕和依次排开时采用该方法的编队也能优秀完成。通过 ROS(robot operating system)平台进行模拟环境仿真,进一步验证了方法的可行性。

**关键词:** 编队控制;巡检机器人;领航一跟随法;人工势场法

**中图分类号:** TP242;S776 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.99

## Leader-Follower method and artificial potential field method based formation of inspection robots

Wu Jinting<sup>1</sup> Wang Zhuo<sup>2</sup> Zhang Zichao<sup>1</sup> Wang Naiyu<sup>1</sup>

(1. College of Computer and Control Engineering, Northeast Forest University, Harbin 150036, China;

2. College of Mechanical and Electrical Engineering, Northeast Forest University, Harbin 150036, China)

**Abstract:** The technology of robot formation is constantly developing and gradually being applied. In order to improve the work efficiency of inspection robots, this paper proposes a formation control method based on the leader-follower method and the artificial potential field method, retaining the advantages of the two methods. This allows the robot formation to avoid obstacles while maintaining the formation as much as possible, and improves the local minimum problem that is prone to occur in the artificial potential field method by applying random disturbances. The experimental results show that the time consumed by the proposed method to complete tasks has decreased by 28.5% and 41.4%, respectively, compared to the leader-follower method and the behavior based method. The formation using this method can also perform well in executing specific tasks such as collaborative encirclement and sequential platoon. The feasibility of the method was further verified through simulation of the simulation environment using the robot operating system (ROS) platform.

**Keywords:** formation control; inspection robot; leader-follower method; artificial potential field method

## 0 引 言

随着机器人技术的发展,机器人编队正不断应用于仓储物流、军事作战等领域<sup>[1]</sup>。巡检任务具有危险性且内容单一,使用机器人进行巡检是未来的发展方向。巡检机器人目前在输电线路巡检<sup>[2]</sup>、高速公路巡检<sup>[3]</sup>、消防侦察<sup>[4]</sup>、水质监测<sup>[5]</sup>领域已有应用,但是在工作量繁重的场景下表现并不理想,由于实际场景中存在一些巡检工作量的场景

如草原火灾巡检,单机完成任务花费时间较长,而机器人编队可以提高巡检工作的效率。

机器人编队技术的关键在于编队控制算法,常见的编队控制算法有图论法<sup>[6]</sup>、基于行为法<sup>[7]</sup>、领航一跟随法<sup>[8]</sup>、人工势场法<sup>[9]</sup>(artificial potential field, APF)等。编队控制算法的目的在于使编队保持一定的队形,并减少编队中每个个体相对于障碍物的碰撞。Hernández 等<sup>[10]</sup>提出了一种基于图论的分散式编队控制策略,该方法可

设计任何需要的编队队形并应用到独轮机器人中。李建良等<sup>[11]</sup>提出了融合PID控制和模型预测控制的编队控制方法。Park等<sup>[12]</sup>推导出保持连通性和避免碰撞的性能函数,用于仅通过相对状态信息设计避障策略,同时保持领航者和跟随者的连接性。Dai等<sup>[13]</sup>同样考虑了连通性的保持,并将障碍李雅普诺夫函数和自适应反推程序用于编队控制设计,最终实现了闭环系统的有界性,保证了瞬间性能。针对多无人机系统,Pan等<sup>[14]</sup>提出了一种改进的基于人工势场法的路径规划方法并引入了旋转势场。

上述研究中并没有考虑编队内部个体之间的碰撞,也没有考虑将机器人集群技术应用于林草巡检领域。机器人编队在实际应用场景中需要针对任务目的和要求的不同进行控制策略的改进,例如在火灾场景机器人编队需要根据着火区域情况变换队形执行灭火任务,本文以机器人编队控制算法为研究目标,以草原巡检问题为例进行了机器人编队系统的设计。提出了一种结合领航—跟随法和人工势场法的编队控制方法,保留了两者的优点,同时考虑了局部最小值问题和编队中领航者与跟随者、跟随者与跟随者之间碰撞的问题。本文在已有的消防巡检机器人研究的基础上<sup>[15]</sup>继续开展机器人编队控制技术的研究,以特定的草原巡检问题为例,实现了巡检机器人编队保持预设队形并躲避障碍物,达到目标点后对着火区域进行包围并灭火的行为,且在ROS(robot operating system)平台进一步验证了方案的可行性。

## 1 编队控制算法

### 1.1 领航—跟随法

领航—跟随法是指将编队中的一个特定个体指定为领航者,剩下的个体作为跟随者,跟随者以期望的距离和角度跟随领航者来实现整个编队的运动。基于领航—跟随法的编队的基本思想是跟随者在给定的距离和角度约束下运动并保持和领航者之间的关系,从而保持整个编队的形状;领航者接收运动信息和目标点信息,控制整个编队的一致性运动。根据领航者和跟随者之间的几何约束信息,整个编队可以形成多种拓扑结构。该控制算法原理简单、易于实现。领航者和跟随者之间的距离和角度关系如图1所示。

跟随者的位置和角度信息如下:

$$\begin{cases} x_i(t) = x_L(t) - d_i \cos(\theta_L(t) + \varphi_i) \\ y_i(t) = y_L(t) - d_i \sin(\theta_L(t) + \varphi_i) \\ \theta_i(t) = \theta_L(t) \end{cases} \quad (1)$$

式中: $t$ 代表时间变量; $(x_L(t), y_L(t), \theta_L(t))$ 代表领航者 $R_L$ 在 $t$ 时刻的位置和角度信息; $(x_i(t), y_i(t), \theta_i(t))$ 代表第 $i$ 个跟随者 $R_i$ 在 $t$ 时刻的位置和角度信息; $d_i$ 代表 $R_L$ 和 $R_i$ 之间的距离; $\varphi_i$ 代表 $R_L$ 和 $R_i$ 之间的角度。跟随者 $R_i$ 的动力学模型如下:

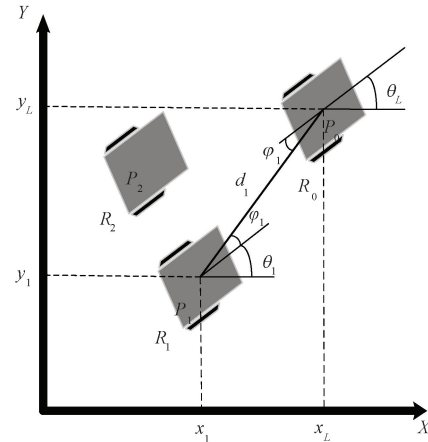


图1 领航—跟随法问题实例示意图

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ \omega_i \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: $v_i$ 和 $\omega_i$ 分别代表跟随者 $R_i$ 的线速度和角速度。从而得到位置和角度的误差 $e$ 为:

$$e = \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ \theta_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i - x \\ y_i - y \\ \theta_i - \theta \end{bmatrix} \quad (3)$$

经过微分运算,可以得到机器人编队控制系统的误差微分方程:

$$\dot{e} = \begin{bmatrix} \dot{x}_e \\ \dot{y}_e \\ \dot{\theta}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_e \omega - v + v_d \cos\theta_e \\ x_e \omega + v_d \sin\theta_e \\ \omega_e - \omega \end{bmatrix} \quad (4)$$

但是在基于领航—跟随法的编队的运动过程中,如果领航者的运动速度过快,跟随者无法及时获得相对于领航者的误差,整个编队的运动就有可能陷入混乱。因此该算法中的个体比较依赖领航者,当领航者的运动出现问题时,跟随者会失去队形的保持并极易发生碰撞<sup>[16]</sup>。

### 1.2 人工势场法

人工势场法是一种基于物理学中电势场的路径规划方法,在生成的人工势场中,障碍物被看作同性电荷产生对运动个体的斥力,目标物被看作异性电荷产生对运动个体的吸引力,从而达到避免碰撞的效果。该方法具有实时性,不仅可以用于单个运动个体,同样适用于机器人编队。人工势场法的示意图如图2所示。

吸引力势场 $\varphi_a$ 被选择如下:

$$\varphi_a(p') = \begin{cases} \|p'\|, & \|p'\| \neq 0 \\ 0, & \|p'\| = 0 \end{cases} \quad (5)$$

式中: $p' = p_i - p$ , $p$ 是从原点到机器人质心的向量, $p_i$ 是从原点到目标点的向量。吸引力势场的梯度即为吸引力:

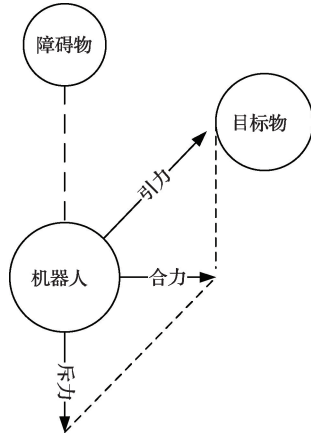


图2 人工势场法示意图

$$\mathbf{F}_y = \begin{cases} \frac{\mathbf{p}'}{\|\mathbf{p}'\|}, & \|\mathbf{p}'\| \neq 0 \\ 0, & \|\mathbf{p}'\| = 0 \end{cases} \quad (6)$$

排斥力势场如下：

$$\varphi_i(\mathbf{p}_i^*) = \begin{cases} \epsilon e^{-l\|\mathbf{p}_i^*\|}, & \|\mathbf{p}_i^*\| \leq d_0 \\ 0, & \|\mathbf{p}_i^*\| = d_0 \end{cases} \quad (7)$$

式中： $i$  代表第  $i$  个障碍物产生的斥力场； $\epsilon$  和  $l$  为可变系数； $\mathbf{p}_i^*$  代表机器人相对于第  $i$  个障碍物的距离，且  $\mathbf{p}_i^* = \tilde{\mathbf{p}}_i - \mathbf{p}$ ， $\tilde{\mathbf{p}}_i$  为第  $i$  个障碍物相对于原点的距离。障碍物产生的斥力势场是有范围的，当机器人和障碍物的距离超过预设的安全距离  $d_0$  时，便不再受障碍物影响。斥力势场函数  $\varphi_i$  的梯度即为斥力：

$$\mathbf{F}_c = \begin{cases} \epsilon l \frac{\mathbf{p}_i^*}{\|\mathbf{p}_i^*\|} e^{-l\|\mathbf{p}_i^*\|}, & \|\mathbf{p}_i^*\| \leq d_0 \\ 0, & \|\mathbf{p}_i^*\| > d_0 \end{cases} \quad (8)$$

障碍物产生的斥力会帮助机器人躲避障碍物，斥力的变化如图3所示。

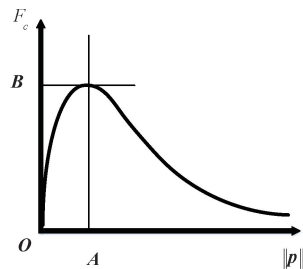


图3 人工势场法中斥力变化

图3中  $A$  和  $B$  的值可由  $\epsilon$  和  $l$  调整，因  $\mathbf{F}_c$  的值在  $\|\mathbf{p}\| = A$  时达到最大，为了确保机器人在运动过程中不撞上障碍物， $A$  值的设定要远小于安全距离  $d_0$ 。人工势场法在躲避碰撞方面表现优异，但是存在容易陷入局部最小值的问题<sup>[17]</sup>。

## 2 机器人编队系统设计

本文通过将领航一跟随法和人工势场法结合，保留两算法的优点，对于出现局部最小值的情况做出改进，同时考虑草原区域巡检时的地形情况和着火情况完成了对巡检机器人编队系统的设计。

草地环境因障碍物较少，机器人只需考虑一定数量的障碍物和编队中机器人间的碰撞，巡检机器人编队的任务目的是以一定的队形躲避障碍物并达到目标点。假设编队中有一个领航者和  $N$  个跟随者，且地图中存在  $M$  个障碍物和一个目标点，首先考虑领航者的运动，领航者的坐标为  $(x_{\text{leader}}, y_{\text{leader}})$ ，目标点的坐标为  $(x_{\text{goal}}, y_{\text{goal}})$ ，领航者和目标点之间的距离  $d$  和角度  $\theta_l$  分别为：

$$d = \sqrt{(x_{\text{goal}} - x_{\text{leader}})^2 + (y_{\text{goal}} - y_{\text{leader}})^2} \quad (9)$$

$$\theta_l = \arctan \frac{y_{\text{goal}} - y_{\text{leader}}}{x_{\text{goal}} - x_{\text{leader}}} \quad (10)$$

领航者在  $x$  轴方向和  $y$  轴方向的速度  $v$  分别为：

$$v_x = k_N \cdot d \cdot \cos \theta_l \quad (11)$$

$$v_y = k_N \cdot d \cdot \sin \theta_l \quad (12)$$

式中： $k_N$  为速度系数。当距离  $d$  过大时速度系数会调低防止机器人的速度过大。引入人工势场法后，地图中的障碍物会被看作同性电荷产生斥力，斥力带来的速度影响  $v_{rep}$  沿  $x$  轴方向和  $y$  轴方向：

$$v_{rep-x} = \sum_{i=1}^M d^2 \left( \frac{1}{d} - \frac{1}{d_0} \right) \cdot (x_{\text{leader}} - x_{\text{obs}}^i) \quad (13)$$

$$v_{rep-y} = \sum_{i=1}^M d^2 \left( \frac{1}{d} - \frac{1}{d_0} \right) \cdot (y_{\text{leader}} - y_{\text{obs}}^i) \quad (14)$$

障碍物的影响是有范围的， $d_0$  为安全距离，当领航者和障碍物间的距离小于安全距离时才会受到障碍物的斥力的影响。 $(x_{\text{obs}}^i, y_{\text{obs}}^i)$  代表第  $i$  个障碍物的坐标。在加入斥力影响后对  $x$  方向和  $y$  方向的速度更新得到：

$$v_x = v_x + \beta \cdot v_{rep-x} \quad (15)$$

$$v_y = v_y + \beta \cdot v_{rep-y} \quad (16)$$

跟随者在运动的过程中也会和其他跟随者发生碰撞，因此引入人工势场法后跟随者需要把其他跟随者视作障碍物，此影响分解后在  $x$  方向的影响  $\Delta_x$  和  $y$  方向的影响  $\Delta_y$  分别为：

$$\Delta_x^i = \sum_{j=1}^N A(i, j) \cdot (x_{\text{follower}}^i - x_{\text{follower}}^j) \quad (17)$$

$$\Delta_y^i = \sum_{j=1}^N A(i, j) \cdot (y_{\text{follower}}^i - y_{\text{follower}}^j) \quad (18)$$

式中： $N$  为跟随者的总数量； $i$  代表当前计算的跟随者的序号。复合得到位置影响  $p$  和角度影响  $\theta_F$  分别为：

$$p^i = \sqrt{\Delta_x^i{}^2 + \Delta_y^i{}^2} \quad (19)$$

$$\theta_F = \arctan \frac{\Delta_y^i}{\Delta_x^i} \quad (20)$$

最终得到跟随者在  $x$  方向和  $y$  方向的速度：

$$v_x = \gamma \cdot p^i \cdot \cos \theta_F \quad (21)$$

$$v_y = \gamma \cdot p^i \cdot \sin \theta_F \quad (22)$$

运动过程中跟随者的运动偏差为:

$$e_x = x_{\text{leader}} - x_{\text{follower}} + \dot{\Delta}_x \quad (23)$$

$$e_y = y_{\text{leader}} - y_{\text{follower}} + \dot{\Delta}_y \quad (24)$$

人工势场法中因多个障碍物叠加造成影响会导致出现合力为0的情况,而此时机器人并没有到达目标点,因此陷入局部最小值。针对该种情况,首先需作出判断机器人是否处于局部最小值,具体方法为机器人的位置和速度信息需满足距目标点距离大于0.5 m且速度小于0.5 m/s,此时为机器人 $x$ 方向和 $y$ 方向的速度添加随机扰动,如式(25)所示。整个系统的设计流程如图4所示。

$$v = -1 + 2 \cdot \text{rand}(1) \quad (25)$$

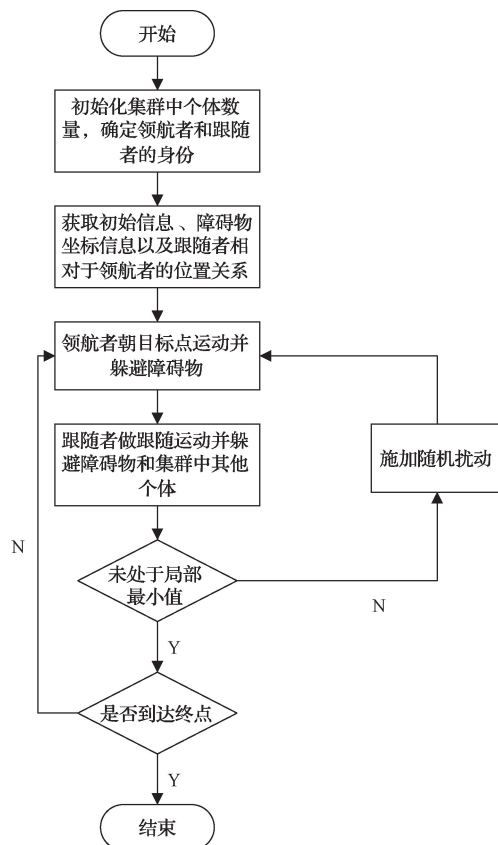
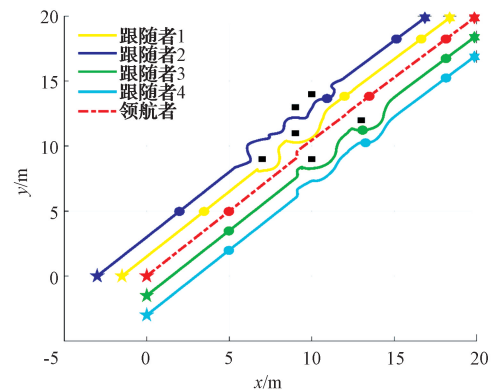


图4 本文提出系统的流程

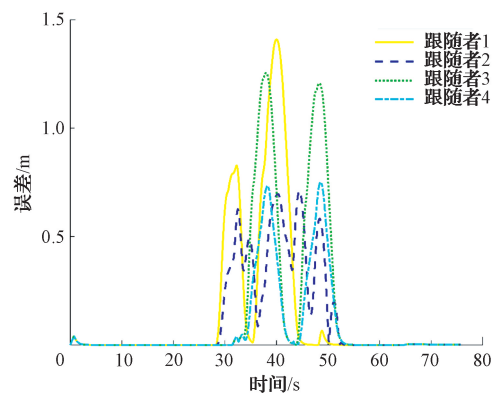
### 3 仿真实验及结果分析

实验在仿真环境中进行,模拟了机器人编队穿过障碍物并达到目标点的情况。通过对基于行为法、领航-跟随法和本文提出的将领航-跟随法和人工势场法结合的方法进行对比,分别记录各方法在机器人编队数量为2~7时到达目标点所需的时间,来验证本文提出方法的有效性。

采用本文方法且机器人编队数量为5时运行轨迹图和误差曲线如图5所示,机器人编队队形呈三角形,其中黑色方块状为障碍物,红色为领航者,其他颜色为跟随者,



(a) 机器人数量为5时运行轨迹

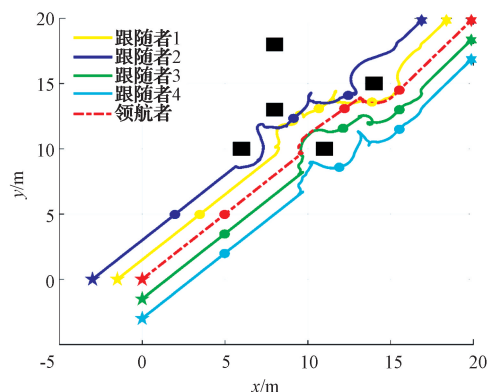


(b) 机器人数量为5时误差曲线

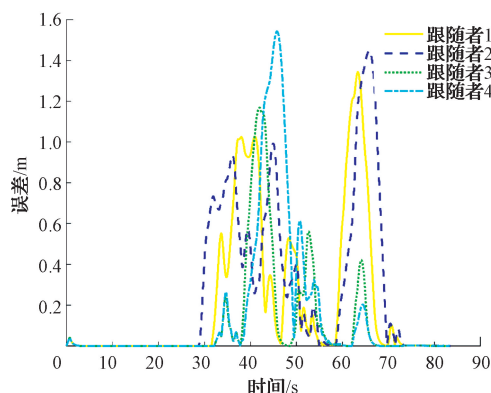
图5 机器人数量为5、障碍物面积为 $1 \text{ m}^2$ 时运行轨迹和误差曲线

领航者出发点坐标为(0,0),4个跟随者出发点坐标分别为(-1.5,0)、(-3,0)、(0,-1.5)、(0,-3),且初始情况下编队中各机器人的相对距离和角度即为运动过程中需保持的距离和角度,编队中机器人运行方向角度均为 $45^\circ$ ,目标点坐标为(20,20)。障碍物数量为6,坐标分别为(7,9)、(10,9)、(10,14)、(13,12)、(9,11)、(9,13),面积均为 $1 \text{ m}^2$ ,该情况下机器人编队花费91 s到达目标点。增大障碍物面积和调整障碍物数量后进行实验,障碍物数量为5,坐标分别为(6,10)、(8,13)、(8,18)、(11,10)、(14,15),面积均为 $2.25 \text{ m}^2$ ,其余条件均与前述实验相同,该情况下机器人编队花费87 s到达目标点,运行轨迹和误差曲线如图6所示。在机器人数量不同的情况下进行基于行为法、领航-跟随法和本文提出方法的实验对比并记录机器人编队到达目标点的时间以及领航者和跟随者间的平均误差,实验内容为机器人编队穿越含有6个 $1 \text{ m}^2$ 障碍物的区域并到达目标点。实验结果如图7所示,可以看到,本文提出方法在在机器人编队数量增多时消耗时间较少,能更快到达目标点执行相应任务,在机器人编队数量为7时消耗时间相较于基于行为法和领航-跟随法分别下降了41.4%和28.5%。表1为不同算法在编队中机器人数量不同的情况下领航者和跟随者间的平均误差,采用本文提





(a) 机器人数量为5时运行轨迹



(b) 机器人数量为5时误差曲线

图6 机器人数量为5、障碍物面积为 $2.25 \text{ m}^2$ 时运行轨迹和误差曲线

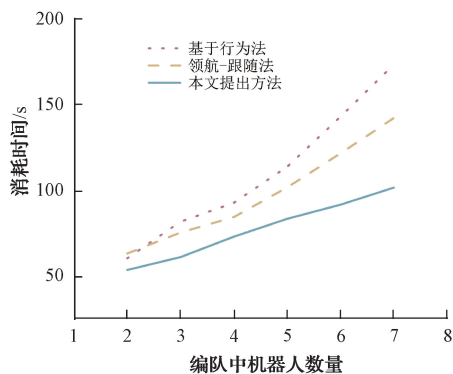


图7 不同算法消耗时间对比

表1 不同算法领航者和跟随者间平均误差 (m)

编队中机器人数量	2个	3个	4个	5个	6个	7个
基于行为法	0.078	0.216	0.623	1.357	2.812	6.123
领航-跟随法	0.082	0.196	0.412	0.865	2.012	4.242
本文提出方法	<b>0.071</b>	<b>0.118</b>	<b>0.184</b>	<b>0.346</b>	<b>0.722</b>	<b>1.963</b>

出方法的机器人编队中的各领航者和跟随者间的平均误差相较于基于行为法和领航-跟随法更低,编队队形保持更加稳定。

在实际应用中机器人编队需完成一些特定动作。机器人编队通过带状障碍物的过程如图8所示,当编队无法保持原队形通过障碍物时可改变队形依次通过,随后如图9所示,到达目标点(20,25)并对目标点进行围捕,该过程总消耗时间为97 s,推广到实际应用中巡检机器人编队可对目标着火点从多方向包围灭火,提升灭火效率。图10所示为机器人编队穿过障碍物后到达带状目标区域并依次排开,该过程总消耗时间103 s,此场景可应用于出现带状着火区域协同灭火的情况。

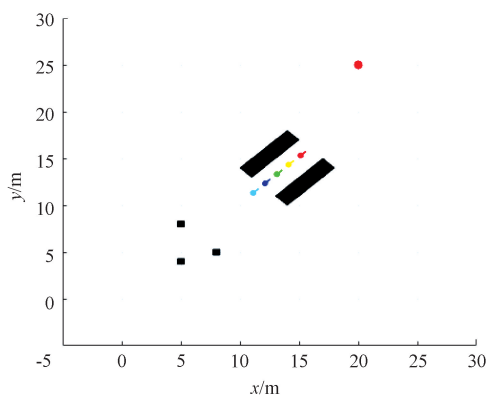


图8 机器人编队依次通过狭长路段

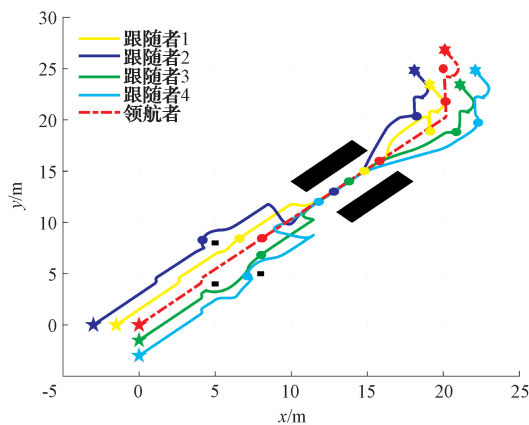


图9 机器人编队处理围捕问题实例

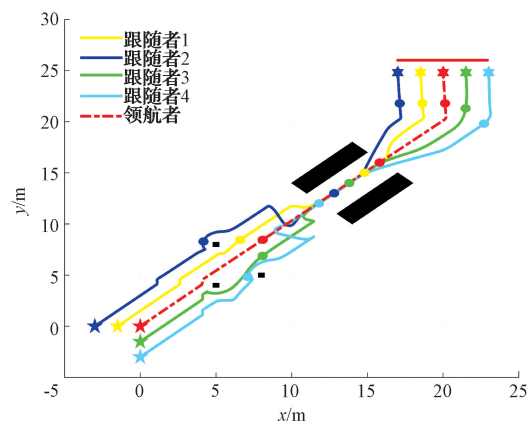


图10 机器人编队处理带状目标区域实例

因实验的开发成本和安全问题,程序不宜直接部署到实际平台,因此研究前期需进行模拟环境仿真。ROS 是目前主流的机器人开发系统,通过节点发布话题消息来实现对机器人的控制,发布者和接收者的数量是任意的,因此 ROS 非常适合作为机器人编队的开发和通信系统。本实验中通过将机器人的机械结构 urdf 文件导入 ROS 中的 gazebo 平台,并在 gazebo 中添加例图 11 所示的草地信息和红色目标点信息。机器人的坐标和队形关系由 ROS 中的 turtle\_tf 来控制,其中包含机器人的初始位姿 initial\_pose\_x、initial\_pose\_y 和机器人的标签如 link 和 joint。机器人编队由一个领航者和两个跟随者组成,编队队形为三角形,领航者初始坐标为(0,0),跟随者 1 相对领航者坐标为(-0.732,0.5),相对角度为  $120^{\circ}$ ;跟随者 2 相对领航者坐标为(-0.732,-0.5),相对角度为  $-120^{\circ}$ ,目标点坐标为(9.5,3.7)。随后节点发布领航一跟随法和人工势场法的话题消息生成路径轨迹,如图 12 所示,领航者的轨迹规划和轨迹跟踪采用 PythonRobotics 功能包中的 PathPlanning 和 PurePursuit 实现,领航者首先生成全局路径规划,

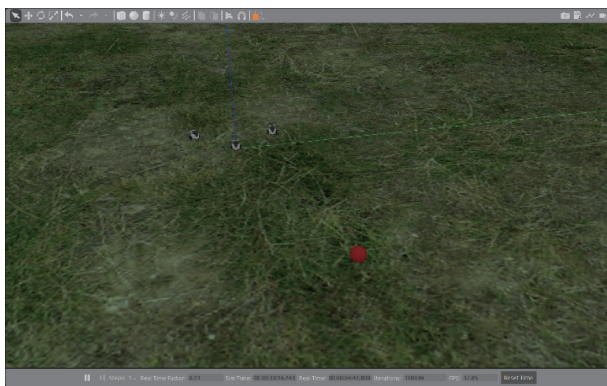


图 11 ROS 平台机器人编队处于草地环境中

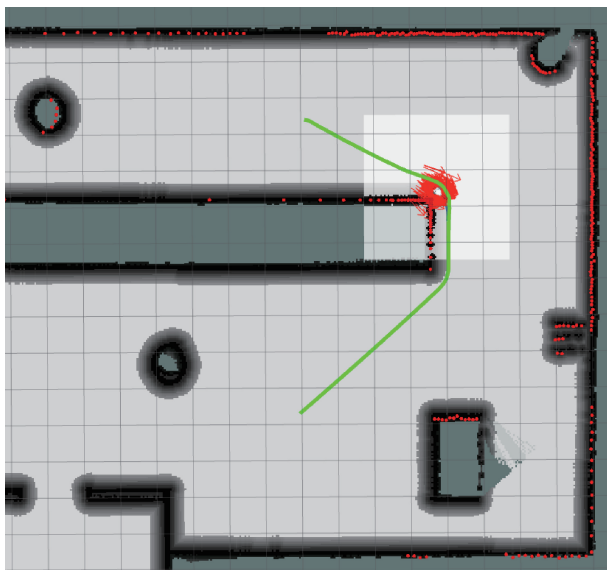


图 12 领航者的轨迹规划和轨迹跟踪

运动过程在白色方框内进行局部路径规划和跟踪,最后在轨迹中添加多个途经点实现图 13 所示的编队控制。实验证明了本文提出的编队控制方法相较于原有编队控制方法的性能提升,并进一步在 ROS 平台的模拟环境中证实了本文提出方法的可行性。

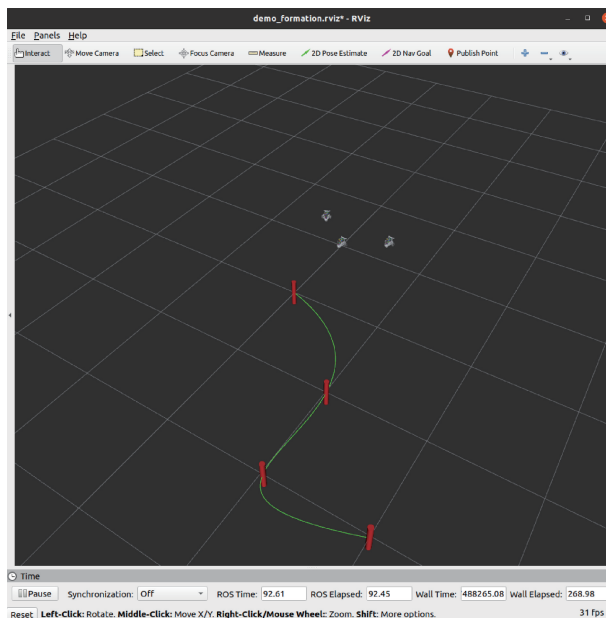


图 13 ROS 平台机器人编队轨迹规划

## 4 结 论

本文以机器人编队控制算法为研究目标,以草原巡检问题为例进行了机器人编队系统的设计。本文以将编队控制方法应用于实际场景为目的,提出了基于领航一跟随法和人工势场法的编队控制方法,该方法结合了两方法的优点,在躲避障碍物的同时尽可能保持预设队形,同时对于人工势场法易陷入局部最小值的问题进行了改进,实验表明采用该方法的机器人编队完成任务的时间相较于仅采用领航一跟随法和基于行为法分别下降了 28.5% 和 41.4%。采用本文提出方法的机器人编队在完成特定的围捕和协同工作时也表现优秀,同时 ROS 平台的实验也证明了该方法的有效性,为下一步将该方法部署到项目组已有的机器人平台打下基础。在未来的研究中需考虑更复杂的场景,深入模拟实际环境,从而更好地提升编队控制方法的性能。

## 参 考 文 献

- [1] 贾永楠,李擎.多机器人编队控制研究进展[J].工程科学学报,2018,40(8):893-900.
- [2] ALHASSAN A B, ZHANG X, SHEN H, et al. Power transmission line inspection robots: A review, trends and challenges for future research [J]. International Journal of Electrical Power & Energy

- Systems, 2020, 118: 105862.
- [3] 董明明. 5G 移动通信下无人机高速公路巡检防碰撞技术研究[J]. 电子测量技术, 2021, 44(5): 41-45.
- [4] 刘贵, 安珂, 吴嘉欣, 等. 侦察与消防机器人系统设计[J]. 消防科学与技术, 2022, 41(9): 1273-1277.
- [5] 智超群, 鲁旭涛, 张丽娜. 水质监测机器人集群编队路径规划策略[J]. 国外电子测量技术, 2022, 41(5): 15-20.
- [6] 赖云晖, 李瑞, 史莹晶, 等. 基于图论法的四旋翼三角形结构编队控制[J]. 控制理论与应用, 2018, 35(10): 1530-1537.
- [7] 邱华鑫, 段海滨, 范彦铭. 基于鸽群行为机制的多无人机自主编队[J]. 控制理论与应用, 2015, 32(10): 1298-1304.
- [8] 李娟, 袁锐锟, 张宏瀚. 基于领航跟随法的多 AUV 编队控制算法研究[J]. 仪器仪表学报, 2019, 40(6): 237-246.
- [9] 张佳龙, 闫建国, 张普, 等. 基于改进人工势场的无人机编队避障控制研究[J]. 西安交通大学学报, 2018, 52(11): 112-119.
- [10] HERNÁNDEZ MARTÍNEZ E G, ARANDA BRICAIRE E. Decentralized formation control of multi-agent robot systems based on formation graphs[J]. Studies in Informatics & Control, 2012, 21(1): 7-16.
- [11] 李建良, 杨宁, 南忠良, 等. 震源车车队跟随控制方法的研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2021, 35(3): 218-224.
- [12] PARK B S, YOO S J. Connectivity-maintaining and collision-avoiding performance function approach for robust leader-follower formation control of multiple uncertain underactuated surface vessels [J]. Automatica, 2021, 127: 109501.
- [13] DAI S L, HE S, CAI H, et al. Adaptive leader-follower formation control of underactuated surface vehicles with guaranteed performance [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2020, 52(3): 1997-2008.
- [14] PAN Z, ZHANG C, XIA Y, et al. An improved artificial potential field method for path planning and formation control of the multi-UAV systems [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2021, 69(3): 1129-1133.
- [15] 王万富, 王琢, 刘佳鑫, 等. 基于改进 A\* 和内螺旋算法的林草火灾救援路径规划[J]. 消防科学与技术, 2022, 41(8): 1138-1142.
- [16] HONG Y, WANG X, JIANG Z P. Distributed output regulation of leader-follower multi-agent systems[J]. International Journal of Robust & Nonlinear Control, 2013, 23(1): 48-66.
- [17] ZHANG T, ZHU Y, SONG J. Real-time motion planning for mobile robots by means of artificial potential field method in unknown environment[J]. Industrial Robot, 2013, 37(4): 384-400.

#### 作者简介

吴金霆, 硕士研究生, 主要研究方向为多机协同、多机编队控制、多机路径规划。

E-mail: cnsdwjt@outlook.com

王琢, 副教授, 主要研究方向为智能检测与装置。

E-mail: wangzhuo@nefu.edu.cn

张子超, 硕士研究生, 主要研究方向为机械臂轨迹规划、喷涂机器人。

王乃宇, 硕士研究生, 主要研究方向为图像识别、网络轻量化。