

对称约束的类间方差阈值方法^{*}

邹耀斌^{1,2} 李汪洋^{1,2}

(1. 水电工程智能视觉监测湖北省重点实验室(三峡大学) 宜昌 443002;
2. 三峡大学计算机与信息学院 宜昌 443002)

摘要:为了提高现有最大类间方差法(OTSU)的阈值化精度和适应性,提出了一种对称约束的类间方差阈值方法。该方法首先对输入图像使用Prewitt算子构建梯度幅值图像,并根据对称性原则提取对称采样区;然后,基于构建的对称约束类间方差目标函数最大化准则选取阈值,并判断在此阈值下对称采样区是否满足对称条件;当无法满足对称条件时,基于对称采样区对输入图像进行对称修正处理,并应用对称约束的类间方差目标函数对修正后的对称采样区选取阈值;最后,使用最终选取的阈值对输入图像阈值化。在28幅合成图像和70幅真实世界图像集上比较了提出的方法与OTSU法及4种OTSU的改进方法的阈值化性能。实验结果表明,提出方法的误分类率在合成图像和真实世界图像上分别为0.0106和0.016,相较于阈值化精度第2的方法在误分类方面分别降低了91.4%和86.1%。提出的方法虽然在计算效率方面不占有优势,但它对不同模态的测试图像具有更稳健的阈值化适应性和更高的阈值化精度。

关键词:阈值分割;OTSU方法;偏度;对称约束

中图分类号: TP391 文献标识码:A 国家标准学科分类代码: 510.4050

Symmetry-constrained between-class variance thresholding method

Zou Yaobin^{1,2} Li Wangyang^{1,2}

(1. Hubei Key Laboratory of Intelligent Vision Based Monitoring for Hydropower Engineering, Yichang 443002, China;
2. College of Computer and Information Technology, China Three Gorges University, Yichang 443002, China)

Abstract: In order to improve the thresholding accuracy and adaptability of the existing OTSU thresholding method, a symmetry-constrained between-class variance thresholding method is proposed. The proposed approach initially employs the Prewitt operator to construct a gradient magnitude image from the input image, followed by the extraction of symmetric sampling areas based on the principle of symmetry. Then, a threshold is selected based on the symmetry-constrained between-class variance objective function maximization criterion, and it is judged whether the symmetric sampling areas satisfy the symmetry condition under this threshold. If the symmetry condition cannot be satisfied, the input image is processed with symmetry correction based on the symmetric sampling areas. The threshold is then selected using the symmetry-constrained between-class variance objective function on the rectified symmetric sampling area. Finally, the chosen threshold is utilized for thresholding the input image. The performance of the proposed method is compared with OTSU's method and four improved methods of OTSU's method on a dataset comprising 28 synthetic images and 70 real-world images. Experimental results demonstrate that the proposed method achieves a misclassification error rate of 0.0106 and 0.016 on synthetic and real-world images, respectively. In comparison to the second-best method in terms of thresholding accuracy, the proposed method reduces the misclassification error rates by 91.4% and 86.1% on synthetic and real-world images, respectively. Although the proposed method does not exhibit superiority in terms of computational efficiency, it demonstrates a more robust thresholding adaptability and higher thresholding accuracy across diverse modalities of test images.

Keywords: threshold segmentation; OTSU method; skewness; symmetry constraint

收稿日期:2024-02-21

*基金项目:国家自然科学基金(61871258)项目资助

0 引言

阈值分割具有分割效果明显、易于实现、计算代价低等良好特点^[1],是图像分析系统中广泛采用的低层处理方法之一^[2]。尽管诸如聚类分割^[3]、活动轮廓分割^[4]、图论分割^[5]以及深度学习分割^[6-7]等新方法持续涌现,但阈值分割在诸如工业无损检测^[8]、舰船目标监测^[9]、红外视频监控^[10]、生物细胞分析^[11]、农作物病虫害检测^[12]、遥感目标检测^[13]等诸多应用领域仍是最佳的候选方法之一。

作为自动阈值分割方法中应用最广泛阈值方法之一,最大类间方差法(OTSU)^[14-15]长期受到研究人员的关注,其Google学术引用次数达到了52415次。OTSU方法利用背景和目标的类间方差最大化准则来确定阈值。由于存在噪声、对比度差异,以及目标与背景比例失衡等干扰因素,图像灰度分布并不总是具有明显的峰谷特征。此时,OTSU方法仅使用图像的灰度分布信息确定阈值通常难以得到满意的结果。

为提高OTSU法所选阈值的准确性与适应性,许多学者分析了一维OTSU法的不足,提出了一系列基于一维OTSU法的改进方法^[16]。Ng等^[17]改进类间方差函数,引入了谷强调方法,将灰度概率值作为谷度量,在目标函数中引入基于谷度量加权类间方差,使阈值更接近图像灰度直方图的波谷。谷强调方法在缺陷检测方面中通过实验证明是可行的,但当目标方差与背景的方差差别较大时,该方法会失效。Fan等^[18]在谷强调方法的基础上,提出结合谷点的邻域信息,构造了所谓的邻域谷强调方法。基于缺陷检测的谷强调方法研究,Yuan等^[19]提出了一种改进的OTSU方法,称为加权对象方差方法。该方法通过在目标方差上添加权重来确保阈值位于双峰直方图之间的波谷或单峰直方图的左底部。Truong等^[20]提出了一种熵加权的OTSU方法,目的是更准确的检测较小的缺陷目标区域。Cao等^[21]提出了一种新的基于OTSU的无参阈值分割方法,在最大化类间方差的同时,最大化阈值与背景类和目标类均值的距离。该方法比OTSU法更准确,更具鲁棒性。Xing等^[22]在谷强调方法和邻域谷强调方法基础上进一步改进,使用二阶导数构建的改进谷度量,并引入OTSU方法的目标函数中,以使阈值更有可能位于图像直方图中峰之间的谷点。Yang等^[23]基于谷强调思想,使用改进的阈值偏差调整策略。通过分析像素灰度值与累积像素数变化之间的关系,选择像素灰度值与某个灰度值对应累积像素数的比值作为权重以调整阈值。以上改进方法通过寻求灰度直方图的峰点和谷点以确定阈值。但当出现虚假的峰谷点或因噪声污染导致目标分布不明显时^[24],它们将难以找到合理的阈值。

为了克服传统一维OTSU方法的局限性,引入像素的邻域均值灰度信息作为参数与原始图像灰度信息构建出二维灰度直方图来分割图像,但传统二维OTSU法的时间复杂度达到 $O(L^4)$ 。陈金位等^[25]为降低时间复杂

度,提出了二维直方图重建和降维的OTSU阈值法,通过分析噪声在二维直方图中分布情况,重建二维直方图以减弱了噪声对阈值分割的干扰,并将二维直方图区域划分由四分法改为二分法,使得阈值搜索的空间维度从二维降到一维,时间复杂度降低为 $O(L)$ 。为解决二维OTSU分割图像计算复杂的问题^[26],Du等^[27]提出一种基于改进麻雀搜索算法的二维OTSU图像阈值分割方法。进一步,学者们将二维的OTSU法推广到三维以提高方法抗噪性^[28],在原始灰度和邻域灰度均值的基础上又加入了邻域灰度中值信息作为直方图的第三维,但其时间复杂度达到了 $O(L^6)$ 。申铉京等^[29]将三维直方图重建并将三维直方图区域划分由八分法改为二分法,使得阈值搜索的空间维度从三维降低到一维,时间复杂度减小到了 $O(L)$,所需存储空间也得到了相应的减少。仇国庆等^[30]对三维直方图2~7区域内的所有像素点都进行重新分配,提出一种利用一维OTSU来减小迭代空间和搜索空间,并用布谷鸟搜索算法进行寻优的算法。这些改进方法在一定程度上提高了OTSU法在含噪声图像上阈值选取的精确度^[31],但由于其受限于图像邻域信息及阈值选取的目标函数,导致这类改进方法仍无法完全脱离传统OTSU法的限定,仍无法稳定阈值化非高斯混合模态图像。

现有的主流阈值化方法一般受限于传统OTSU法对图像灰度分布模态的约束,难以稳定提取不同灰度分布模态图像的阈值^[32]。为了进一步改进OTSU方法以自适应选取不同灰度分布模态下的图像阈值,本文基于对OTSU法阈值的选取特点,将目标和背景的灰度分布对称性引入OTSU方法,提出了一种对称约束的类间方差阈值方法(symmetry constraint method,SCM)。为提高SCM方法在非高斯灰度分布图像上适应性与阈值选取精确度,提出了图像局部模糊修正处理。实验结果表明,提出的新方法在具有高斯混合分布模态与非高斯混合分布模态的图像上,阈值选取总体上比其他5种方法更优,可以得到更好的阈值结果,且整体阈值化性能稳定。

1 OTSU方法及其所选阈值的特点

1.1 OTSU方法的目标函数

给定一幅大小为 $m \times n$ 的图像 I ,设图像共有 l 个灰度级,即对图像的每个像素 $I(x,y)$,有 $I(x,y) \in [0, 1, \dots, l-1]$ 。令灰度值为 $i \in [0, 1, \dots, l-1]$ 的像素个数为 n_i ,总像素数为 Ψ ,则 $\Psi = \sum_{i=0}^{l-1} n_i$ 。

对于一个灰度值 $t \in [0, l-1]$,OTSU方法将图像 I 划分为两个类 C_0 和 C_1 ,其中 $C_0 = \{I(x,y) | I(x,y) \leq t\}$, $C_1 = \{I(x,y) | I(x,y) > t\}$ 。将类 C_0 的平均值和方差分别表示为 $\mu_0(t)$ 和 $\sigma_0^2(t)$,类 C_1 的平均值和方差分别表示为 $\mu_1(t)$ 和 $\sigma_1^2(t)$,令 $r_0(t)$ 和 $r_1(t)$ 分别是类别 C_0 和 C_1 的累计概率,它们的值分别为:

$$r_0(t) = \sum_{i=0}^{t-1} p_i = \sum_{i=0}^{t-1} \frac{n_i}{N} \quad (1)$$

$$\mu_0(t) = \sum_{i=0}^{t-1} \frac{i p_i}{r_0(t)} \quad (2)$$

$$r_1(t) = 1 - r_0(t) \quad (3)$$

$$\mu_1(t) = \sum_{i=t}^{l-1} \frac{i p_i}{r_1(t)} \quad (4)$$

对于灰度值 $t \in [0, l-1]$, OTSU 方法定义类间方差为:

$$\sigma_B^2(t) = r_0(t)r_1(t)(\mu_1(t) - \mu_0(t))^2 \quad (5)$$

OTSU 方法通过最大化类间方差来选择最终分割阈值 t^* :

$$t^* = \arg \max_{0 \leq t \leq l-1} \sigma_B^2(t) \quad (6)$$

1.2 OTSU 方法所选阈值的特点

从 OTSU 方法的目标函数可以看出, 所选择阈值 t^* 与两类各自所占比例 $r_0(t)$ 和 $r_1(t)$ 直接相关, 而方差可以描述两类灰度分布的分散范围。为了说明两类所占比例和两类灰度方差大小对于 OTSU 方法所选阈值 t^* 的影响, 参数设定如表 1 所示, 在大小为 100×100 pixels 且包含目标和背景的无噪合成图像上, 通过改变目标类和背景类所占比例 r_0 和 r_1 、在目标和背景上添加不同方差 σ_0 和 σ_1 的高斯噪声, 得到 4 幅合成图像。

表 1 合成 4 幅图像所使用的参数

Table 1 Parameters used for synthesizing 4 images

图像	r_0	r_1	σ_0	σ_1
I_1	0.50	0.50	0.005	0.005
I_2	0.50	0.50	0.01	0.001
I_3	0.90	0.10	0.01	0.001
I_4	0.90	0.10	0.001	0.01

在 4 幅合成图像上使用 OTSU 方法选择阈值, 所得阈值与理想阈值如图 1 所示, 图 1(a)~(d) 分别对应图像

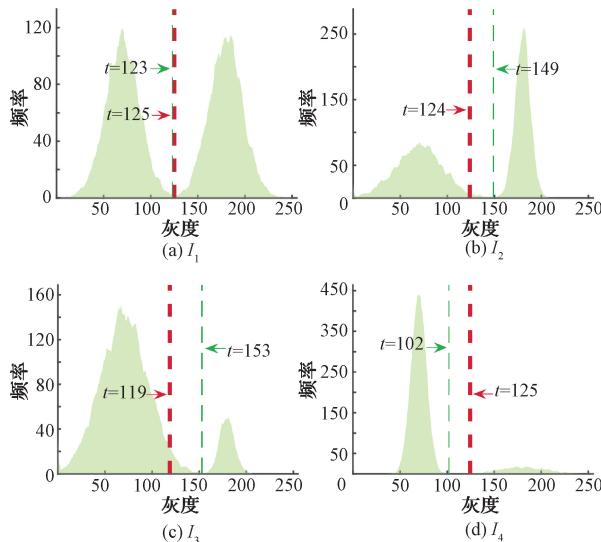


图 1 4 幅合成图像的 OTSU 阈值结果

Fig. 1 The OTSU threshold results of 4 synthesized images

$I_1 \sim I_4$ 的结果, 绿色虚线和文字标识了理想阈值, 而红色虚线和文字标识了 OTSU 方法所得阈值。对于图像 I_1 , 因为目标和背景的灰度分布为正态分布且组内方差相等, 结果图像灰度直方图整体呈现对称性, OTSU 方法所选阈值和理想阈值几乎重合。对于图像 I_2 , 尽管目标和背景两类大小相同, 但是目标和背景两类的类内方差不相等, 结果 OTSU 方法所选阈值和理想阈值出现偏差。对于图像 I_3 , 目标和背景两类大小很不平衡, 并且占比大的类内方差也大, 结果 OTSU 方法所选阈值和理想阈值偏差更大。对于图像 I_4 , 虽然目标和背景两类大小也很不平衡, 但是占比大的类内方差却小, OTSU 方法所选阈值和理想阈值也有一定偏差, 但在可以接受的范围内。

2 提出的 SCM 方法

2.1 SCM 方法的框架

从 OTSU 方法所选阈值的特点可以看出, 为了得到尽可能合理的分割阈值, 一种可能的策略是让目标和背景两类的灰度分布尽可能对称。由于分割方法事先并不知道哪些像素属于目标, 哪些像素属于背景, 因此不能直接在原始灰度图像上使用上述策略。然而, 注意到目标和背景之间的边缘区域, 既包含一定的目标像素, 又包含一定的背景像素。SCM 方法设计了一种基于边缘的目标像素和背景像素采样方法, 并基于偏度^[33]的定义寻找到具有最佳灰度分布对称性的采样像素区域(图 2)。这使得一方面可以视所得采样目标像素和背景像素为原始目标和背景的合理采样, 另外一方面又可以使用最佳对称性来约束的类间方差目标函数, 从而有望在原始图像中目标和背景大小比例、灰度分布、方差等不同取值下, 都可以获得合理的分割阈值。

由图 2 可见, SCM 方法有一个分支判断逻辑, 这主要是为了进一步提高方法的分割适应性。尽管真实世界图像的灰度分布大多数情况下可以被视为两个高斯分布的混合, 但不少真实世界图像的灰度分布并不是两个高斯分布的混合。对于后一种情况, 需要对输入图像进行对称性修正再进行后续处理。

2.2 高斯混合分布下的对称约束类间方差目标函数

对于输入图像 I , 假设其目标和背景的灰度分布可以分别用高斯分布拟合。由于目标和背景在边缘上的采样像素仍然来自目标或者背景, 因此目标和背景各自的边缘采样像素的灰度分布仍然可以使用合适的高斯分布拟合。

引入两个随机变量 Y 和 Z , 分别表示目标和背景在边缘的采样像素灰度值, 其均值和方差分别为 $\mu_0, \mu_1, \sigma_0^2, \sigma_1^2$, Y 与 Z 所占比例分别为 r 和 $1-r$, 则 Y 与 Z 的二元混合高斯分布可以定义为 $X = rN(x | \mu_0, \sigma_0^2) + (1-r)N(x | \mu_1, \sigma_1^2)$, 其中 $N(\cdot)$ 表示高斯函数。

根据偏度定义为:

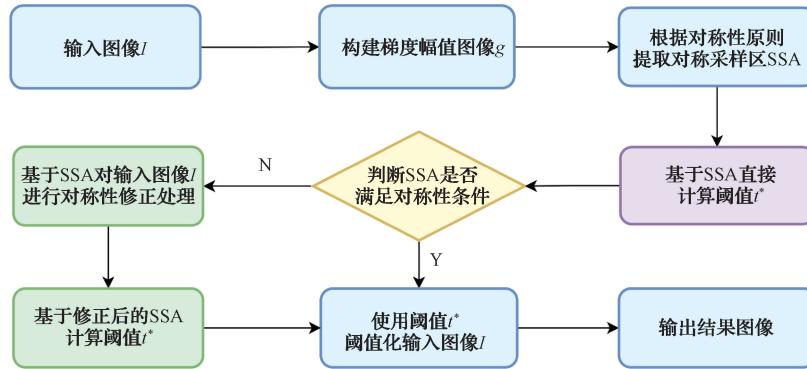


图2 SCM方法的总体框架

Fig. 2 The overall framework of SCM

$$Skewness(X) = \frac{E[(X - \mu)^3]}{(E[(X - \mu)^2])^{3/2}} \quad (7)$$

则 X 的偏度为：

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{E[(X - \mu)^3]}{(E[(X - \mu)^2])^{3/2}} = \\ &\frac{(1-r)r(\mu_0 - \mu_1)((1-2r)(\mu_0 - \mu_1)^2 + 3(\sigma_0^2 - \sigma_1^2))}{(r((1-r)(\mu_0 - \mu_1)^2 + \sigma_0^2 - \sigma_1^2) + \sigma_1^2)^{3/2}} \end{aligned} \quad (8)$$

为了获得最佳的对称性,令式(8)等于0,容易推知如下3种情形都可以让 $\gamma_1=0$ 成立:情形1, $r=0$ 或 1 ;情形2, $\mu_0=\mu_1$;情形3, $(1-2r)(\mu_0-\mu_1)^2+3(\sigma_0^2-\sigma_1^2)=0$ 。

对情形1,意味着只有一个类,这不符合当前分析的两类前提,可以直接忽略。情形2也可以忽略,因为目标和背景的灰度均值一般不会相同。对情形3,可以进一步求得 $r = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \frac{\sigma_0^2 - \sigma_1^2}{(\mu_0 - \mu_1)^2}$ 。

情形3表明,在理论上存在使 $\gamma_1=0$,即 Y 与 Z 的混合分布完全对称的可能。然而,考虑到数字图像的离散本质, $r = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \frac{\sigma_0^2 - \sigma_1^2}{(\mu_0 - \mu_1)^2}$ 中的 $\mu_0, \mu_1, \sigma_0^2, \sigma_1^2$ 一般不会连续取值,意味着在数字图像上 r 和 $\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \frac{\sigma_0^2 - \sigma_1^2}{(\mu_0 - \mu_1)^2}$ 可能不会相等。鉴于此,引入一个表达式:

$$\delta = \left| r - \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \frac{\sigma_0^2 - \sigma_1^2}{(\mu_0 - \mu_1)^2} \right) \right| \quad (9)$$

式(9)表示 Y 与 Z 的混合分布的偏态情况。当 δ 越接近0时, γ_1 也越容易接近于0,这表示 Y 与 Z 的混合分布 X 越对称。

注意前述随机变量 Y 和 Z 分别表示目标和背景在边缘的采样像素灰度值,为了使用式(9)设计的对称性约束下的 OTSU 目标函数,需要对输入灰度图像 I 进行基于边缘的像素采样。为此,可以使用水平方向和垂直方向的 Prewitt 算子对输入灰度图像 I 分别进行卷积,得到对应的卷积结果图像 g_x 和 g_y ,再使用 $\sqrt{g_x^2 + g_y^2}$ 获得相应的

梯度幅值图像 g 。

对于梯度幅值图像 g 中的某一个灰度值 k ,将梯度幅值图像 g 中灰度值大于 k 的像素作为二值掩膜图像 M_k :

$$M_k = \begin{cases} M_k(x, y) = 1, & g(x, y) \geq k \\ M_k(x, y) = 0, & g(x, y) < k \end{cases} \quad (10)$$

用二值掩膜图像 M_k 对输入图像 I 进行采样获得采样区 S_k ,即如果 $M_k(x, y) = 1$,则对应的 $I(x, y)$ 像素值被采样到 S_k 中,采样操作可形式化为:

$$S_k = I(M_k) \quad (11)$$

根据式(9)的对称性原则,可通过最小化如下的目标函数,以确定灰度分布尽可能对称的目标和背景采样像素:

$$k^* = \arg \min_{k \in [1-g_{\max}]} (|Skewness(S_k)|) \quad (12)$$

式中: g_{\max} 表示梯度幅值图像 g 的最大灰度值; $Skewness(S_k)$ 表示对采样像素集 S_k 计算偏度。

后续将 k^* 对应的 S_k 称为对称采样区(symmetrical sampling area, SSA)。在获得 SSA 后,可以将在 SSA 上将式(9)和 OTSU 类间方差最大准则进行结合,构建出对称约束下的类间方差最大化目标函数计算阈值 t^* 为:

$$t^* = \arg \max_{t \in [SSA_{\min}, SSA_{\max}]} (\lambda(t) \sigma_B^2(t)) \quad (13)$$

式中: SSA_{\min} 和 SSA_{\max} 分别表示 SSA 内最小灰度值和最大灰度值。 $\lambda(t)$ 按照式(14)和(15)得出。

$$\lambda(t) = 1 - \frac{\delta(t) - \min(\delta(t))}{\max(\delta(t)) - \min(\delta(t))} \quad (14)$$

$$\delta(t) = \left| r(t) - \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \frac{(\sigma_0^2(t) - \sigma_1^2(t))}{(\mu_0(t) - \mu_1(t))^2} \right) \right| \quad (15)$$

2.3 非高斯混合分布下的修正处理

对于输入图像 I ,如果其目标和背景的灰度分布难以直接使用两个高斯分布拟合,得到的采样区灰度分布可能具有较大偏度绝对值。为了处理这种情况,可以对输入图像 I 进行局部模糊预处理。该操作可以一定程度修正过度偏斜灰度分布,利于后续通过式(13)~(15)计算阈值 t^* 。

定义 $w \times w$ ($w \in [2, w_{\max}]$) 大小的均值滤波器,并对

图像 I 进行滤波操作, 得到模糊图像 I_{blur} :

$$I_{blur}(x, y) = \frac{\sum_{j=y-n}^{y+n} \sum_{i=x-n}^{x+n} I(i, j)}{w \times w} \quad (16)$$

式中: w 代表均值滤波器的大小, $n = \lfloor w/2 \rfloor$ 。

在得到模糊图像 I_{blur} 后, 使用 SSA 对应的二值掩膜图像 M_{k^*} 对 I_{blur} 进行采样获得模糊采样区 $S_{blur} = I_{blur}(M_{k^*})$, 对 S_{blur} 的灰度进行修正, 得到修正模糊采样区 S_w :

$$S_w = S_{normal} \cdot (\max(S_{k^*}) - \min(S_{k^*})) + \min(S_{k^*}) \quad (17)$$

式中: $S_{normal} = \frac{S_{blur} - \min(S_{blur})}{\max(S_{blur}) - \min(S_{blur})}$ 。

对不同 w 对应的修正模糊采样区 S_w , 采用如下的目标函数以确定灰度分布尽可能对称的目标和背景采样像素:

$$w^* = \arg \min_{w \in [2, w_{max}]} (|Skewness(S_w)|) \quad (18)$$

后续将 w^* 对应的 S_{w^*} 称为修正后的 SSA(rectified symmetrical sampling area, RSSA)。得到 RSSA 便可以按照式(13)计算阈值 t^* , 不同之处在于需要将 SSA_{min} 和 SSA_{max} 分别替换为 $RSSA_{min}$ 和 $RSSA_{max}$ 分别表示 RSSA 内最小灰度值和最大灰度值。

2.4 SCM 方法步骤

SCM 方法有两个参数, 即对称参数 S_t 和最大模糊平滑窗口参数 w_{max} 。对称参数 S_t 用于判断 SSA 的灰度分布是否为两个高斯分布的混合。当目标和背景服从高斯分布, 考虑到待分割图像的离散本质, S_l 的灰度分布和 S_r 的灰度分布各自的偏度绝对值一般不会等于 0; 另一方面, 偏度绝对值为 0.1 通常意味着数据分布相对接近对称, 但存在轻微的正偏态或负偏态^[34], 这很好地刻画了 S_l 的灰度分布和 S_r 的灰度分布在阈值 t^* 处混合的特征。综合上述分析, 将对称参数 S_t 设置为 0.2。

最大模糊平滑窗口参数 w_{max} 用于设置模糊平滑窗口的最大值。对于输入图像 I , 如果其目标和背景的灰度分布难以直接使用两个高斯分布拟合, 需要对输入图像 I 进行局部模糊预处理。如果 w_{max} 设置为 1, 即使用 1×1 大小的平滑窗口, 对输入图像 I 没有平滑效果, 因此在式(18)模糊平滑窗口从 2×2 开始。如果 w_{max} 设置较大, 比如 6 及以上, 一方面会增加计算代价, 另外一方面输入图像 I 会被过度模糊, 导致修正模糊采样区 S_w 内采样目标像素和采样背景像素的灰度分布相对输入图像 I 中目标和背景的灰度分布发生较为严重地偏移, 最终影响到在 S_{w^*} 上计算的阈值 t^* 。综合上述分析, 最大模糊平滑窗口参数 w_{max} 设置为 5。

表 2 SCM 方法的算法步骤
Table 2 The algorithm steps of SCM

算法名称	SCM
输入:	灰度图像 I
输出:	图像阈值 t^* 及阈值化结果图像
1.	对输入图像 I 使用 Prewitt 算子计算出梯度幅值图像 g 以及 g 的最大值 g_{max} ;
2.	for each k in $1 : g_{max}$
3.	按式(10)从梯度幅度图像 g 中提取不同 k 值下二值掩膜图像 M_k ;
4.	按式(11)用二值掩膜图像 M_k 从图像 I 提取采样像素 S_k ;
5.	end for each
6.	根据式(12), 从所有 S_k 构成的集合中选择具有偏度绝对值最小的 S_{k^*} ;
7.	在 S_{k^*} 上按式(13)、(14)和(15)计算阈值 t^* ;
8.	按 S_{k^*} 的阈值 t^* 将 SSA 划分为 S_l, S_r ;
9.	if ($abs(skewness(S_l)) + abs(skewness(S_r)) > S_t$)
10.	for each w in $2:w_{max}$
11.	按式(16)得到不同尺度的模糊图像 I_{blur} ;
12.	按式(17)获得修正模糊采样区 S_w ;
13.	end for each
14.	根据式(18), 从所有 S_w 构成的集合中选择具有偏度绝对值最小的 S_{w^*} ;
15.	在 S_{w^*} 上按式(13)~(15)计算阈值 t^* ;
16.	end if
17.	使用阈值 t^* 阈值化输入图像 I 并输出阈值化结果图像。

3 实验结果分析

3.1 实验环境、参与比较的方法、定量评估指标

实验所用的主要软硬件参数如下: Intel (R) Core (TM) i5-7300HQ 2.50 GHz CPU, 16GB DDR4 内存, Windows10 64 位操作系统, MATLAB 2021a 开发平台。测试图像集包含具有不同灰度分布模式的 28 幅合成图像和 70 幅真实世界图像 (<https://wwk.lanpv.com/iKH3glot9vwh>)。

为了评估提出方法的计算效率与阈值化有效性, 将 SCM 方法与 5 种 OTSU 相关的方法进行了比较, 分别为 OTSU 方法^[15], 基于二维直方图重建和降维的 OTSU 方法 (HRDR-2D OTSU)^[25], 基于三维直方图重建和降维的 OTSU 方法 (HRDR-3D OTSU)^[26], 基于改进类间方差目标函数的无参阈值分割方法 (parameter-free thresholding method, PFTM)^[21], 以及基于二阶导数修正的谷强调 OTSU 改进分割方法 (modified valley metric OTSU, MVMO)^[22]。在整个比较实验中, 将 SCM 方法对称参数 S_s 设置为 0.2, 最大模糊平滑窗口参数 w_{\max} 设置为 5。另外, MVMO 方法的平滑均值滤波器尺寸为 11^[22]。

采用图像阈值化常用的量化指标误分类率 (misclassification error, ME)^[22] 来评估以上 6 种方法的阈值化精度。相比于精确度 (precision)、召回率 (recall)、特异度

(specificity)、Dice、Jaccard (也称为 intersection over union) 等指标, ME 是一种更鲁棒的阈值化量化指标。ME 指标反映了阈值化结果图像中目标像素和背景像素误分类的情况, 当结果图像和参考图像相同时, $ME = 0$; 反之, 当结果图像和参考图像完全相反时 $ME = 1$ 。ME 度量计算公式定义为:

$$ME = 1 - \frac{|F_o \cap F_t| + |B_o \cap B_t|}{|F_t| + |B_t|} \quad (19)$$

式中: F_o 与 B_o 表示参考图像的目标与背景区域; 而 F_t 与 B_t 表示使用阈值 t 阈值化所得结果图像的目标与背景区域; \cap 代表交集运算; $|\cdot|$ 表示计算集合中的元素数量。

3.2 在合成图像上的比较实验

为了验证 SCM 方法的适应性, 通过调整目标和背景的大小比例, 使得 28 幅合成图像包括目标和背景大小比例不同的情况。另外, 在合成图像上添加不同参数的高斯噪声、极值噪声、伽玛噪声、瑞利噪声、贝塔噪声或均匀噪声, 以形成具有不同混合分布模态的合成图像。部分代表性合成测试图像如图 3 所示。直方图中使用浅绿色标识了图像灰度分布。6 种方法在图 3 中的 6 幅合成图像上的阈值化结果如图 4 所示。

表 3 中图像 1、3、6、9、12、16 分别对应 6 种方法在上述 6 幅合成图像上的 ME 值。6 种方法在上述 6 幅合成图像灰度直方图的阈值位置如图 5 所示, 其中的箭头标注中

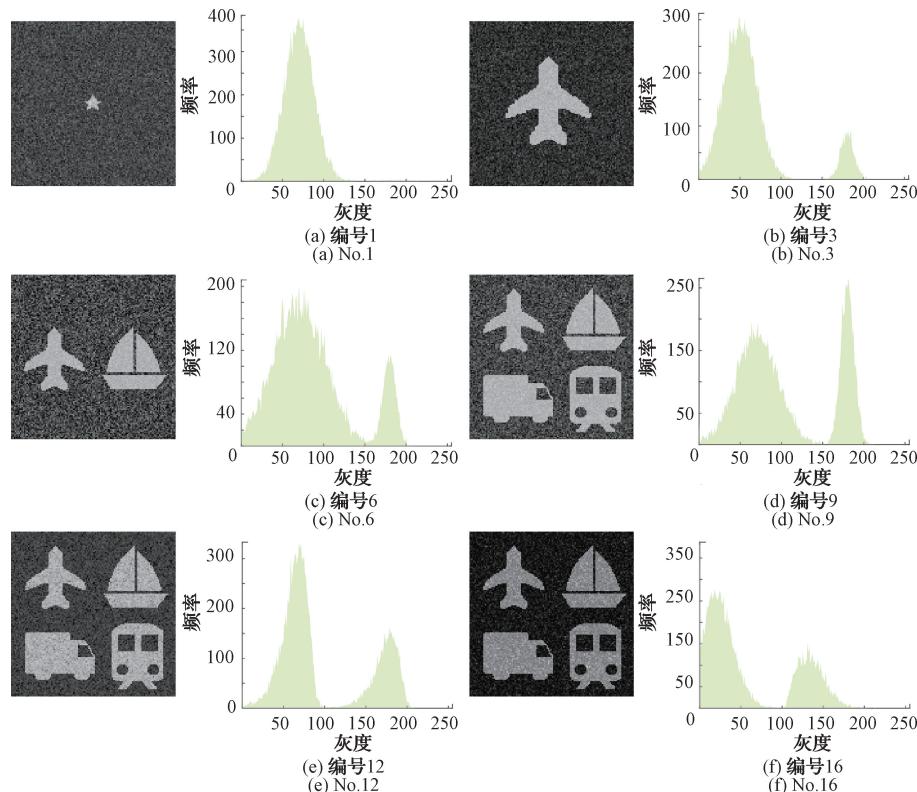


图 3 6 幅代表性合成测试图像及其灰度直方图

Fig. 3 6 representative composite test images and their grayscale histograms

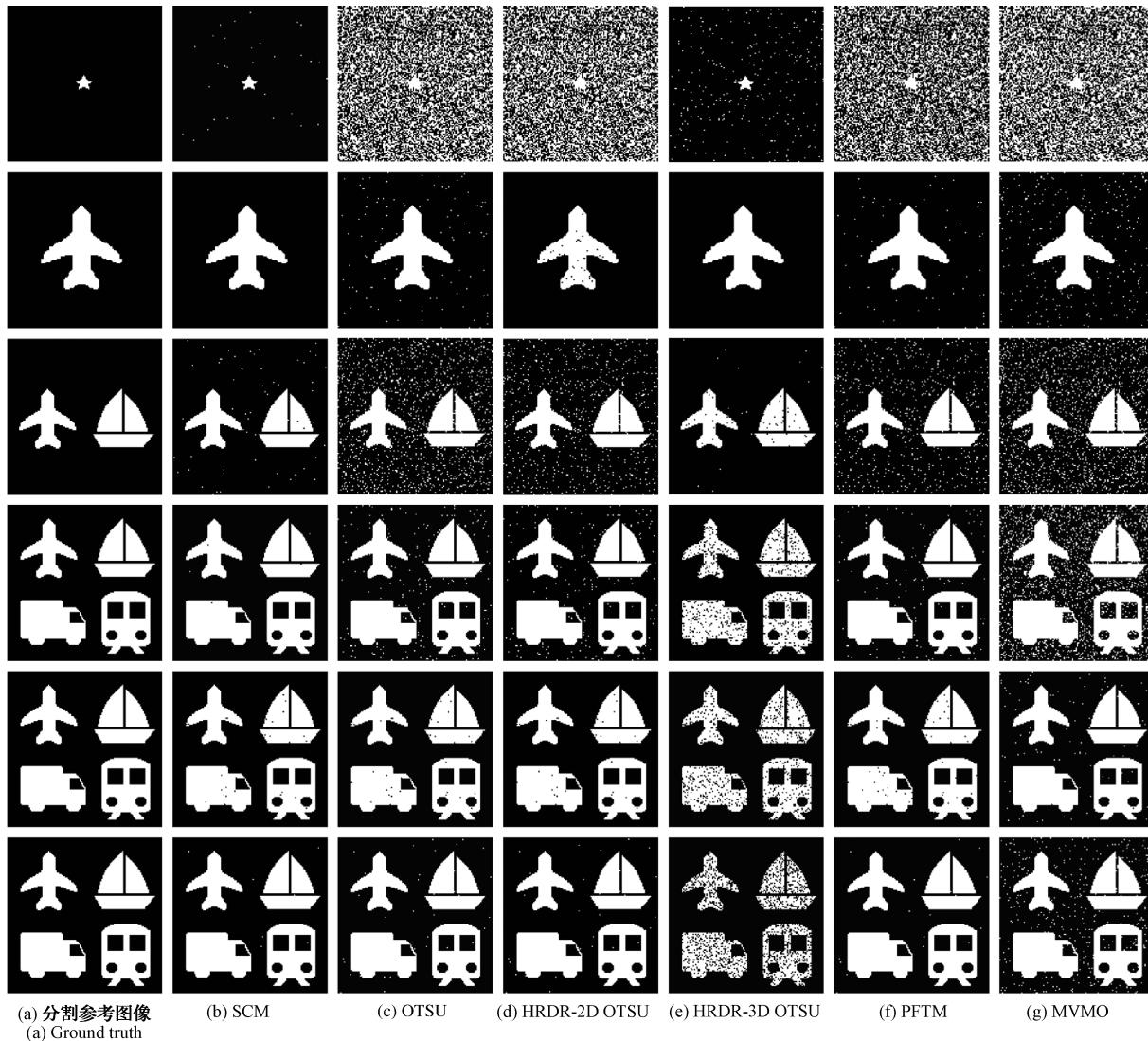


图 4 6 种方法在图 3(a)~(f) 中 6 幅合成图像上的阈值化结果
Fig. 4 Thresholding results of 6 methods on 6 synthesized images in Fig. 3(a)~(f)

表 3 28 幅合成图像上 ME 值及 6 种方法选取的阈值

Table 3 ME values on 28 synthesized images and thresholds selected by 6 methods

图像编号	SCM (ME, t)	OTSU (ME, t)	HRDR-2D OTSU (ME, t)	HRDR-3D OTSU (ME, t)	PFTM (ME, t)	MVMO (ME, t)
1	(0.001 8,124)	(0.466 9,71)	(0.489 0,71)	(0.581 3,103)	(0.423 5,73)	(0.488 9,70)
2	(0.000 3,157)	(0.011 0,123)	(0.040 3,129)	(0.388 4,170)	(0.016 8,131)	(0.072 5,96)
3	(0.000 0,129)	(0.000 5,109)	(0.000 6,139)	(0.000 4,148)	(0.000 2,119)	(0.016 4,91)
4	(0.001 9,125)	(0.102 0,104)	(0.002 6,123)	(0.151 9,159)	(0.002 1,128)	(0.071 9,83)
5	(0.002 1,126)	(0.002 3,123)	(0.003 5,122)	(0.058 8,166)	(0.002 3,128)	(0.065 7,172)
6	(0.005 1,147)	(0.075 2,112)	(0.040 2,122)	(0.006 3,163)	(0.035 2,124)	(0.093 9,108)
7	(0.013 6,113)	(0.005 0,122)	(0.005 1,121)	(0.257 6,160)	(0.005 4,128)	(0.072 0,83)
8	(0.005 9,130)	(0.126 1,92)	(0.006 5,122)	(0.062 0,166)	(0.005 5,128)	(0.069 2,172)
9	(0.000 3,156)	(0.011 0,123)	(0.010 4,124)	(0.028 4,170)	(0.006 8,129)	(0.102 5,96)
10	(0.001 2,114)	(0.002 1,117)	(0.090 2,137)	(0.637 9,83)	(0.003 4,123)	(0.006 0,93)
11	(0.000 9,109)	(0.015 1,128)	(0.011 7,126)	(0.287 4,179)	(0.020 8,132)	(0.002 5,114)
12	(0.001 6,109)	(0.002 1,117)	(0.001 9,117)	(0.298 9,154)	(0.009 7,123)	(0.008 3,89)

续表

图像编号	SCM (ME, t)	OTSU (ME, t)	HRDR-2D OTSU (ME, t)	HRDR-3D OTSU (ME, t)	PFTM (ME, t)	MVMO (ME, t)
13	(0.000 4,95)	(0.002 1,80)	(0.001 8,83)	(0.076 1,123)	(0.001 0,86)	(0.022 8,59)
14	(0.010 9,124)	(0.011 9,112)	(0.011 1,113)	(0.203 7,132)	(0.007 1,121)	(0.012 8,111)
15	(0.000 2,125)	(0.027 4,135)	(0.000 2,122)	(0.025 3,133)	(0.034 4,154)	(0.070 3,181)
16	(0.000 4,95)	(0.002 1,80)	(0.001 8,83)	(0.376 1,123)	(0.001 0,86)	(0.022 8,59)
17	(0.010 9,128)	(0.496 7,70)	(0.492 1,73)	(0.159 5,96)	(0.480 2,75)	(0.325 8,81)
18	(0.000 2,129)	(0.043 2,150)	(0.007 9,133)	(0.354 3,193)	(0.009 2,126)	(0.015 2,98)
19	(0.000 4,124)	(0.020 7,115)	(0.021 8,113)	(0.801 0,62)	(0.000 7,119)	(0.055 2,110)
20	(0.001 0,145)	(0.442 6,71)	(0.456 4,73)	(0.202 7,99)	(0.359 7,79)	(0.530 6,67)
21	(0.000 4,117)	(0.000 3,115)	(0.000 9,111)	(0.281 5,154)	(0.000 4,116)	(0.002 7,82)
22	(0.001 0,113)	(0.003 9,118)	(0.017 8,124)	(0.190 3,153)	(0.001 0,112)	(0.001 1,111)
23	(0.001 3,103)	(0.440 0,71)	(0.414 8,73)	(0.231 6,153)	(0.347 5,73)	(0.117 7,111)
24	(0.001 0,112)	(0.221 0,132)	(0.002 9,112)	(0.401 6,153)	(0.001 0,111)	(0.003 5,108)
25	(0.020 0,117)	(0.658 5,58)	(0.658 9,60)	(0.670 9,53)	(0.770 2,49)	(0.679 4,56)
26	(0.053 8,40)	(0.173 3,38)	(0.233 3,35)	(0.604 3,153)	(0.122 1,45)	(0.233 4,34)
27	(0.156 3,84)	(0.490 3,51)	(0.490 4,53)	(0.321 7,69)	(0.490 3,51)	(0.520 6,48)
28	(0.005 4,105)	(0.359 4,42)	(0.390 5,40)	(0.249 6,51)	(0.275 2,48)	(0.374 8,41)

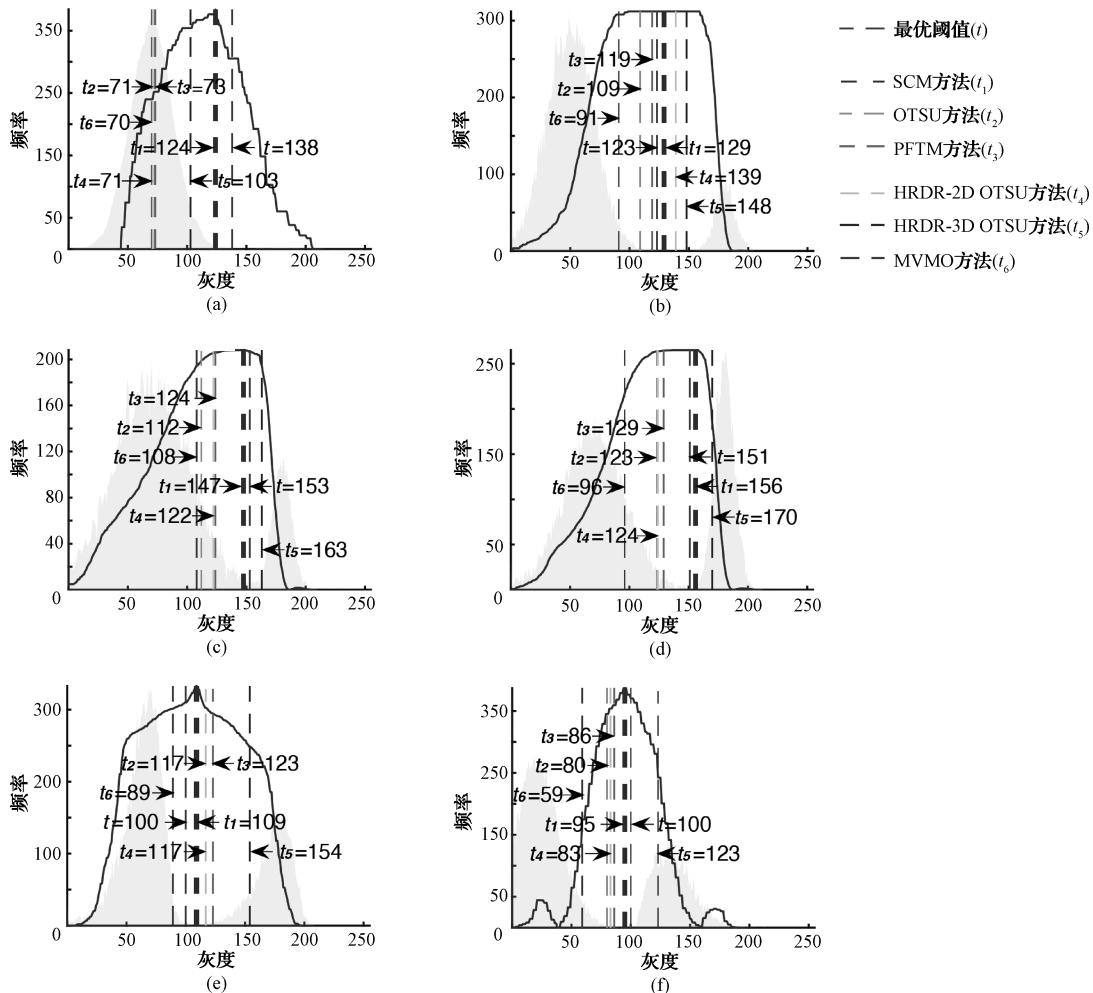


图 5 6 种方法在图 3 的合成图像上所得阈值比较

Fig. 5 Comparison of thresholds obtained from 6 methods on the synthesized images in Fig. 3

t 与 $t_1 \sim t_6$ 分别对应根据 ME 计算的图像最优分割阈值及提出的 SCM 方法、OTSU 方法、PFTM 方法、HRDR-2D OTSU 方法、HRDR-3D OTSU 方法、MVMO 方法的分割阈值位置。结合图 4、5 与表 3 可以看出, 在高斯混合分布的合成图像上(图 3(a)~(d)), OTSU 方法除了在目标和背景大小比例与方差相对均衡的合成图像上阈值化效果较好之外, 在目标和背景大小比例或方差失衡的图像上存在不同程度误分割, 甚至出现 ME 高达 0.6585 的情况(表 3 中图像 25)。HRDR-2D OTSU 方法和 PFTM 方法的整体阈值化效果优于 OTSU 方法, 但对非高斯直方图模态图像仍然具有较差的稳定性, ME 值最高达到 0.4921(表 3 中图像 17)。SCM 方法的阈值化结果明显优于其他 5 种方法, 不仅成功的将目标从图像中提取出来, 而且阈值化结果最接近参考图像。图 5(a)~(d) 表明 6 种方法在高斯混合分布模态合成图像的灰度直方图中的阈值位置。其中, 图 5(a) 的直方图分布接近单峰, OTSU 方法及其改进方法均表现不佳。另外, 对于图 5(c) 和(d), 其目标与背景方差相差较大, 相对而言 SCM 方法对这类图像获得更好的阈值化结果。

表 4 6 种方法在 28 幅合成图像上的平均 CPU 运行时间以及平均 ME 值

Table 4 Average CPU runtime and average ME value of 6 methods on 28 synthesized images

分割方法	SCM	OTSU	HRDR-2D OTSU	HRDR-3D OTSU	PFTM	MVMO
Time/s	0.0480	0.0018	0.0785	0.1128	0.0465	0.0030
ME	0.0106	0.1504	0.1395	0.2824	0.1226	0.1449

3.3 在真实世界图像上的比较实验

70 幅真实世界图像被用于进一步检验 6 种方法对具有不同灰度直方图图像的适应性。因噪声、随机细节、点扩散或者目标和背景大小比例等因素影响, 这 70 幅真实世界图像的灰度分布呈现出高斯混合与非高斯混合模态。这些图像根据灰度分布模态被分为两组: 编号 1~37 图像的灰度分布呈现为高斯或近似高斯混合模态; 编号 38~70 图像的灰度分布呈现为非高斯混合模态。测试图像采集自不同场景, 包括舰船目标监测、行人视频监控、材料无损检测、生物细胞计数、激光熔覆等, 涉及的成像方法包括超声成像、红外热成像、涡流成像、光学显微镜成像、光学 CCD 成像等。

作为代表性示例, 图 7 所示为 6 种方法在图 6 中 4 幅真实世界图像上的阈值化结果。结合图 6 与 7 可以发现, 在高斯混合分布的真实图像上(图 6(a)、(b)), 除 PFTM 方法在呈现高斯混合模态双峰图像时表现较好外, 只有 SCM 方法能够更准确地识别目标区域, 其他对比方法则会将大量背景误判为目标。除 PFTM 方法在获得更准确的目标区域, 其他对比方法均将大量背景误分为背景。在非高斯混合分布的真实图像上(图 6(c)、(d)), PFTM 方法对比其他方法具有较好的阈值化结果, 但结果图像中目标边缘区域周围仍然存在许多误分像素。MVMO 方法与 PFTM 方法分割结果接近, 而 OTSU 方法、HRDR-2D

在非高斯混合分布的合成图像上(图 3(e)、(f)), 通过视觉判断, OTSU 方法与改进方法 HRDR-2D OTSU 方法、PFTM 方法, 阈值化结果在不同偏态灰度分布的图像上表现较好, 但仍存在一定数量误分割像素点。HRDR-3D OTSU 方法和 MVMO 方法在非高斯混合模态图像的阈值化结果均出现大量误分割像素点, 无法得到满意结果。结合图 5(e)、(f), SCM 方法的阈值化结果明显优于 HRDR-3D OTSU 方法和 MVMO 方法, 且对比 OTSU 方法、HRDR-2D OTSU 方法与 PFTM 方法在阈值选取上更接近图像完美分割阈值。

表 3 为 6 种方法在 28 张合成图像上的具体 ME 值以及图像分割阈值。表 4 为 6 种分割方法在 28 张合成图像上的平均 CPU 运行时间和平均 ME 值。结合图 5 与表 3、4 可以观察到, SCM 方法在高斯混合分布及非高斯混合分布的直方图模态图像上均保持良好的稳定性, 平均 ME 值为 0.0106。SCM 方法较性能 OTSU 方法平均 ME 值降低 0.140, 较性能第 2 的 PFTM 方法平均 ME 值降低 0.112, 平均 CPU 运行时间与速度第 3 的 PFTM 方法接近。

OTSU 方法与 HRDR-3D OTSU 方法对于非高斯混合分布的图像均将大量背景误分为背景。相对其他 5 种方法而言, SCM 方法阈值化结果总体表现更好, 具有更强的阈值化稳定性。

图 8 所示为真实图像的灰度直方图中 6 种方法的阈值位置。通过图 8 可以观察到, SCM 方法与 ME 最小时所得阈值最接近。对于具有高斯混合分布模态与非高斯混合分布模态的图像, 与 OTSU 方法与其改进方法相比, SCM 方法选择了更接近最优分割阈值的灰度值, 表明其在高斯与非高斯模态灰度直方图图像中的总体有效性。特别是对于图 6(a)与(d), 背景与目标区域方差差异较大且存在多种类型的噪声, 提出的 SCM 方法可以最大化提取图像的目标区域。图 9 所示为 6 种方法在 70 幅真实世界图像上的 ME 值分布情况, 表 5 为 6 种方法的平均 CPU 运行时间和平均 ME 值。

结合图 9 与表 5 可以观察到, 除 SCM 方法外, 其他方法在真实图像上的 ME 值波动较大, 对应 ME 值最高分别为 0.812、0.837、0.982、0.978 和 0.732, 进一步说明 SCM 方法的稳定性最强。针对高斯混合模态与非高斯混合模态的图像, SCM 方法的 ME 值波动平缓(图 9(a)), 且平均 ME 值稳定在 0.016。这些都表明, SCM 方法具有更强的阈值化适应能力。

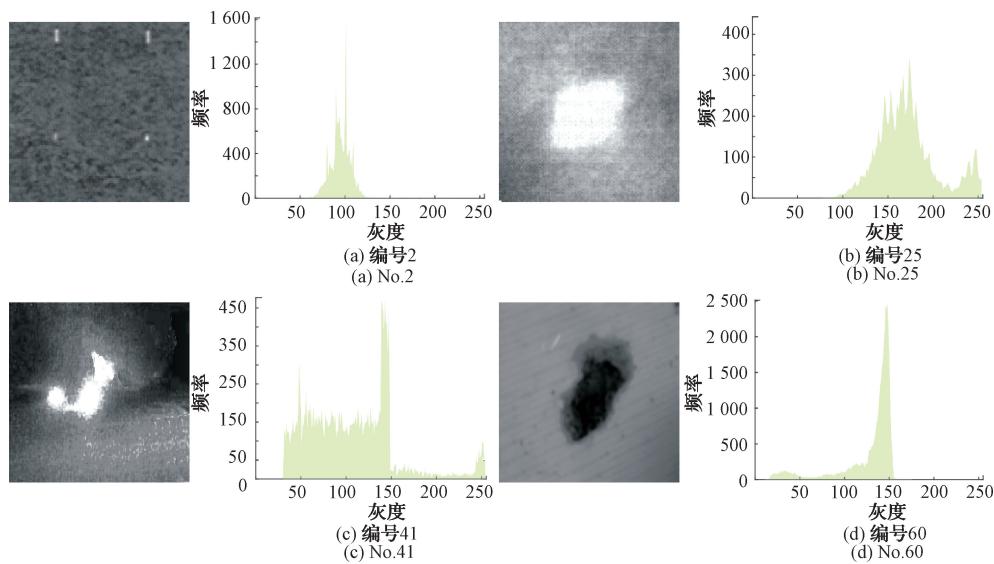


图 6 4幅真实世界图像及其灰度直方图

Fig. 6 4 real-world images and their grayscale histograms

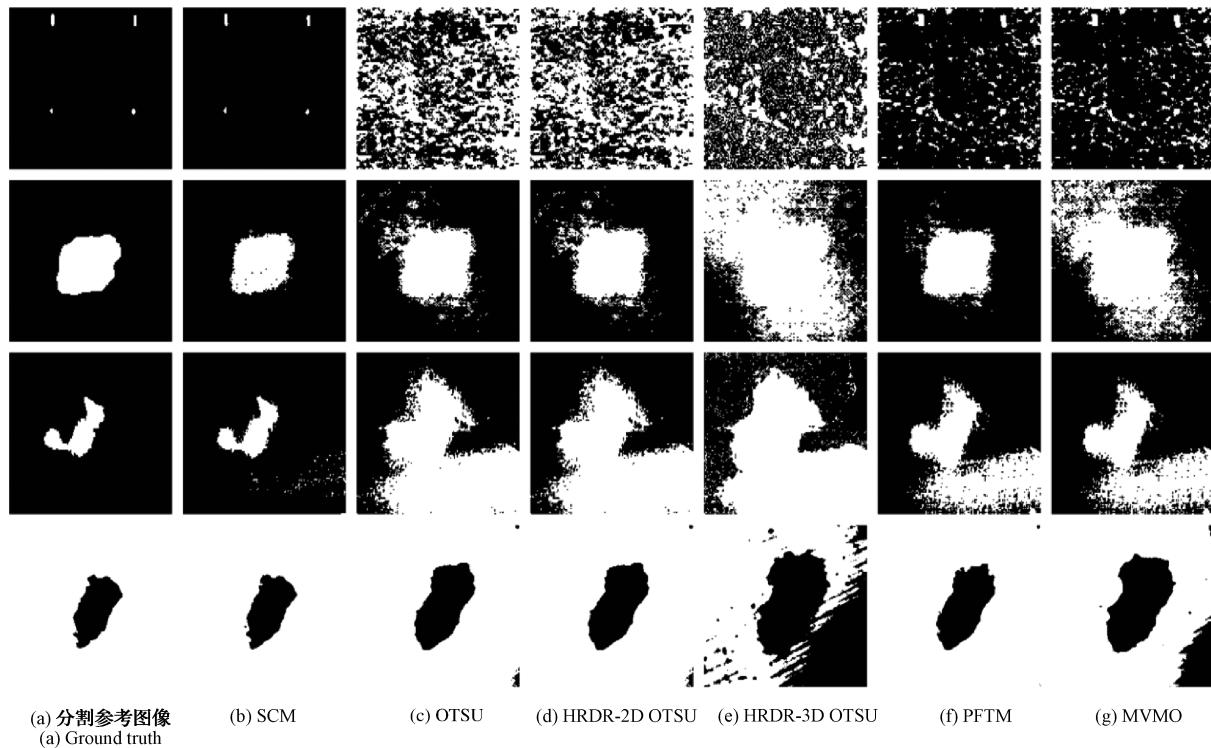


图 7 6种方法在图 6(a)~(d)中4幅真实图像上的阈值化结果

Fig. 7 Thresholding results of 6 methods on 4 real images in Fig. 6(a)~(d)

表 5 6种方法在70张真实世界图像上的平均CPU运行时间以及平均ME值

Table 5 Average CPU runtime and average ME value of 6 methods on 70 real-world images

分割方法	SCM	OTSU	HRDR-2D OTSU	HRDR-3D OTSU	PFTM	MVMO
Time/s	0.051 8	0.000 2	0.087 6	0.322 4	0.070 8	0.018 2
ME	0.016 0	0.169 0	0.164 4	0.216 1	0.115 0	0.193 4

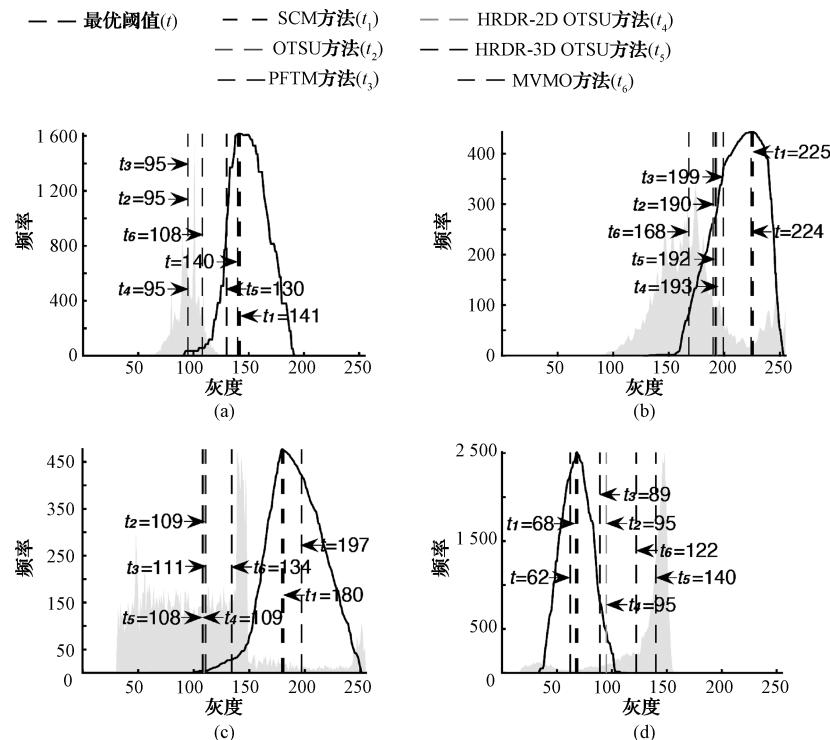


图 8 6 种方法在图 6 的真实世界图像上所得阈值比较

Fig. 8 Comparison of thresholds obtained by 6 methods on the real-world images in Fig. 6

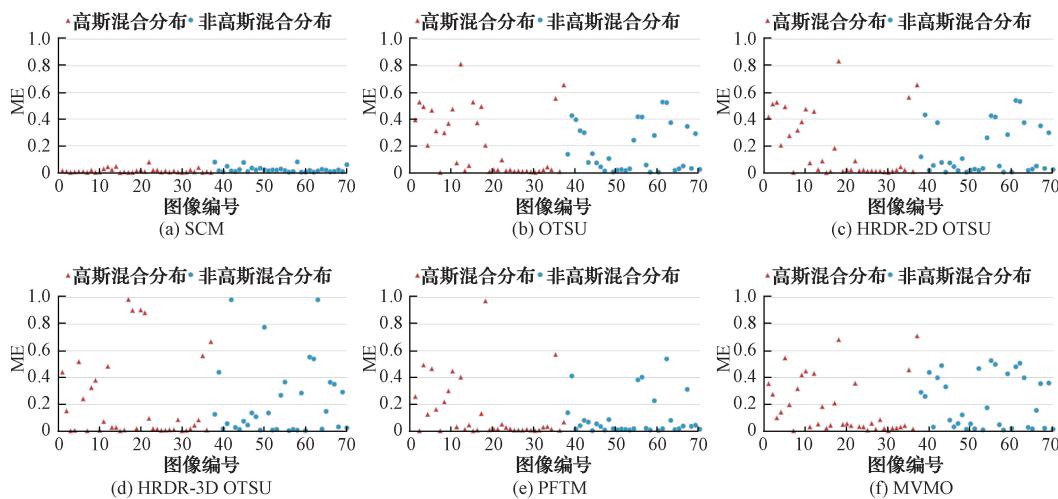


图 9 6 种分割方法在 70 张真实世界图像上的 ME 值散点图

Fig. 9 Scatter plots of ME values using 6 segmentation methods on 70 real-world images

4 结 论

本文提出了一种新的对称性约束度量并结合 OTSU 方法,提出了基于对称性约束下类间方差最大化方法 SCM。所提出的对称性度量是基于高斯混合分布的偏度构建的,并将其引入 OTSU 方法的类间方差目标函数中。这一改进使阈值尽可能区分图像直方图中目标与背景部分,从而提高了分割的准确性。通过实验验证,本文提出

的 SCM 方法在分割 28 幅合成图像以及 70 幅不同类型的真实世界图像数据集时,具有显著的优势。在比较了传统 OTSU 方法、HRDR-2D OTSU 方法,HRDR-3D OTSU 方法,PFTM 方法及 MVMO 方法后,提出 SCM 方法在时间效率相当的情况下,可以更准确的提取到目标区域,且具有最低的平均误分割率。表明 SCM 方法对真实世界中不同直方图模态的图像阈值化时具有较强的鲁棒性。在未来的工作中,考虑深入研究构建混合不同类型分布的对

称性约束度量,以进一步增强对不同类型真实图像阈值提取的准确性。

参考文献

- [1] ZHANG H, FAN J L. Square distance symmetric co-occurrence matrix thresholding method based on relative homogeneity[J]. Chinese Journal of Electronics, 2020, 29(4): 686-692.
- [2] 李圣涵, 叶琳琳. 基于蛇优化算法的 Otsu 图像分割方法[J]. 国外电子测量技术, 2023, 42(2): 30-37.
- LI SH H, YE L L. Otsu image segmentation method based on snake optimization algorithm[J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2023, 29(4): 686-692.
- [3] 孙兴伟, 杨铜铜, 杨赫然, 等. 基于 CNN-GRU 组合神经网络的数控机床进给系统热误差研究[J]. 仪器仪表学报, 2023, 44(10): 219-226.
- XUN X W, YANG T T, YANG H R, et al. Research on thermal error of CNC machine tool feed system based on CNN-GRU combined neural network[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2023, 44(10): 219-226.
- [4] XIAO H G, ZHANG B L, LIU R H, et al. Accurate image segmentation based on adaptive distance regularization level set method[J]. International Journal of Wavelets, Multiresolution and Information Processing, 2022, 20(6): 1-17.
- [5] LEI L, XI F, CHEN S, et al. Iterated graph cut method for automatic and accurate segmentation of finger-vein images[J]. Applied Intelligence, 2021, 51(2): 673-689.
- [6] 张淑军, 彭中, 李辉. SAU-Net: 基于 U-Net 和自注意力机制的医学图像分割方法[J]. 电子学报, 2022, 50(10): 2433-2442.
- ZHANG SH J, PENG ZH, LI H. SAU-Net: Medical image segmentation method based on U-Net and self-attention [J]. Acta Electronica Sinica, 2022, 50(10): 2433-2442.
- [7] MINAEE S, BOYKOV Y, PORIKLI F, et al. Image segmentation using deep learning: A survey [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2021, 44(7): 3523-3542.
- [8] 王延年, 程燕杰. 基于对比度增强与最大熵的工作表面图像分割算法[J]. 国外电子测量技术, 2019, 38(12): 37-40.
- WWANG Y N, CHENG Y J. Workpiece surface image segmentation based on contrast enhancement and maximum entropy[J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2019, 38(12): 37-40.
- [9] 邱洪彬, 王雪梅, 许哲, 等. 基于二维能量检测的舰船 SAR 图像阈值分割[J]. 系统工程与电子技术, 2019, 41(12): 2747-2753.
- QIU H B, WANG X M, XU ZH, et al. Ship SAR image threshold segmentation based on two-dimensional energy detection[J]. Systems Engineering and Electronics, 2019, 41(12): 2747-2753.
- [10] NIE F Y, ZHANG P F, LI J Q, et al. A novel generalized entropy and its application in image thresholding[J]. Signal Processing, 2017, 134(5): 23-34.
- [11] WANG Z Z, XIONG J J, YANG Y M, et al. A flexible and robust threshold selection method[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology, 2018, 28(9): 2220-2232.
- [12] DUTTA K, TALUKDAR D, BORA S S. Segmentation of unhealthy leaves in cruciferous crops for early disease detection using vegetative indices and Otsu thresholding of aerial images [J]. Measurement, 2022, 189: 110478.
- [13] 张绍文, 史卫亚, 张世强, 等. 基于加权感受野和跨层融合的遥感小目标检测[J]. 电子测量技术, 2023, 46(18): 129-138.
- ZHANG SH W, SHI W Y, ZHANG SH Q, et al. Remote sensing small target detection based on weighted receptive field and cross-layer fusion[J]. Electronic Measurement Technology, 2023, 46(18): 129-138.
- [14] GOH T Y, BASAH S N, YAZID H, et al. Performance analysis of image thresholding: Otsu technique[J]. Measurement, 2018, 114: 298-307.
- [15] OTSU N. A threshold selection method from gray-level histograms[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 1979, 9(1): 62-66.
- [16] 范九伦, 靳瑾. 谷点强调阈值分割法研究综述[J]. 西安邮电大学学报, 2021, 26(1): 76-83.
- FAN J L, JIN J. A brief overview on valley emphasis threshold segmentation method[J]. Journal of Xi'an University of Posts and Telecommunications, 2021, 26(1): 76-83.
- [17] NG H F. Automatic thresholding for defect detection[J]. Pattern Recognition Letters, 2006, 27(14): 1644-1649.
- [18] FAN J L, LEI B. A modified valley-emphasis method for automatic thresholding [J]. Pattern Recognition Letters, 2012, 33(6): 703-708.
- [19] YUAN X, WU L, PENG Q. An improved Otsu method using the weighted object variance for defect detection[J]. Applied Surface Science, 2015, 349: 472-484.

- [20] TRUONG M T N, KIM S. Automatic image thresholding using Otsu's method and entropy weighting scheme for surface defect detection[J]. Soft Computing, 2018, 22: 4197-4203.
- [21] CAO X, LI T, LI H, et al. A robust parameter-free thresholding method for image segmentation [J]. IEEE Access, 2018, 7: 3448-3458.
- [22] XING J, YANG P, QINGGE L. Automatic thresholding using a modified valley emphasis[J]. IET Image Processing, 2020, 14(3): 536-544.
- [23] YANG P, SONG W, ZHAO X, et al. An improved Otsu threshold segmentation algorithm[J]. International Journal of Computational Science and Engineering, 2020, 22(1): 146-153.
- [24] 李鹏, 陈守静, 杨山山, 等. 基于 Logistic 映射的果蝇算法优化 Otsu 图像分割方法[J]. 国外电子测量技术, 2022, 41(7): 9-17.
LI P, CHEN SH J, YANG SH SH, et al. Otsu image segmentation method optimized by fruit fly optimization algorithm based on Logistic mapping [J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2022, 41(7): 9-17.
- [25] 陈金位, 吴冰. 二维直方图重建和降维的 Otsu 阈值分割算法[J]. 图学学报, 2015, 36(4): 570-575.
CHEN J W, WU B. A otsu threshold segmentation method based on rebuilding and dimension reduction of the two-dimensional histogram [J]. Journal of Graphics, 2015, 36(4): 570-575.
- [26] XING J, YANG P, QINGGE L. Robust 2D Otsu's algorithm for uneven illumination image segmentation[J]. Computational Intelligence and Neuroscience, 2020, DOI:10.1155/2020/5047976.
- [27] DU Y, YUAN H, JIA K, et al. Research on threshold segmentation method of two-dimensional Otsu image based on improved sparrow search algorithm[J]. IEEE Access, 2023, 11: 70459-70469.
- [28] KANGHWAY P. A novel adaptive contextual information-based 2D-histogram for image thresholding[J]. Expert Systems with Applications, 2024, 238: 122026.
- [29] 申铉京, 龙建武, 陈海鹏, 等. 三维直方图重建和降维的 Otsu 阈值分割算法[J]. 电子学报, 2011, 39(5): 1108-1114.
SHEN X J, LONG J W, CHEN H P, et al. Otsu thresholding algorithm based on rebuilding and dimension reduction of the 3-dimensional histogram[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(5): 1108-1114.
- [30] 仇国庆, 熊耕耘, 赵文铭. 一种改进的三维 Otsu 图像分割算法[J]. 计算机科学, 2018, 45 (8): 247-252.
CHOU G Q, XIONG G Y, ZHAO W M. Improved three-dimensional otsu image segmentation algorithm[J]. Computer Science, 2018, 45(8): 247-252.
- [31] BHANDARI A K, GHOSH A, KUMAR I V. A local contrast fusion based 3D otsu algorithm for multi-level image segmentation[J]. IEEE CAA J. Autom. Sinica, 2020, 7(1): 200-213.
- [32] 吴京城, 洪欢欢, 施露露, 等. 反背景差分结合 Otsu 的细胞图像分割方法[J]. 电子测量与仪器学报, 2021, 35(4): 82-89.
WU J CH, HONG H H, SHI L L, et al. Cell image segmentation method combined with anti-background subtraction and Otsu[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2021, 35(4): 82-89.
- [33] KIM H Y. Statistical notes for clinical researchers: assessing normal distribution (2) using skewness and kurtosis[J]. Restorative Dentistry & Endodontics, 2013, 38(1): 52.
- [34] DEMIR S. Comparison of normality tests in terms of sample sizes under different skewness and Kurtosis coefficients[J]. International Journal of Assessment Tools in Education, 2022, 9(2): 397-409.

作者简介

邹耀斌(通信作者),博士,副教授,主要研究方向为数字图像处理、大数据分析、机器学习。

E-mail: zyb@ctgu.edu.cn

李汪洋,硕士研究生,主要研究方向为数字图像处理。