

基于广义状态空间平均的全桥 LLC 谐振变换器建模及应用^{*}

李玉东^{1,2} 史 澳²

(1. 河南理工大学电气工程与自动化学院 焦作 454003;

2. 河南省煤矿装备智能检测与控制重点实验室 焦作 454003)

摘 要: LLC 谐振变换器在设计新的控制策略时,传统的设计流程需要手动拟合调试出控制参数,闭环稳定性分析涉及高阶函数计算。为了简化传统设计流程,引入广义状态空间平均(GSSA)理论对全桥 LLC 谐振变换器进行建模,将传统的阻抗物理模型转化为数学模型,推导出 GSSA 闭环大信号和小信号模型。通过 GSSA 模型推导系统传递函数矩阵并分析全桥 LLC 谐振变换器的动态特性,设计闭环 PI 控制参数,最后使用特征值分析法判断闭环系统稳定性。GSSA 理论和模型结合 MATLAB 仿真,直接解决高阶函数的计算,快速推导控制参数,简化了设计新控制策略需要的调参环节和稳定性分析环节。为验证建模的正确性,依据建模推导元件参数搭建了 400 W 全桥 LLC 谐振变换器样机。在空载和满载两种工况下进行了实验,实验结果表明,系统响应速度快,与设定的输出参数相符合,输出电压纹波小于 1%、最大误差 0.4 V。仿真结果和样机实验结果验证了基于 GSSA 的 LLC 谐振变换器模型的有效性。

关键词: 全桥 LLC 谐振变换器;广义状态空间平均;小信号模型;动态特性;稳定性分析

中图分类号: TN86 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 470.40

Modeling and application of full-bridge LLC resonant converter based on generalized state space averaging method

Li Yudong^{1,2} Shi Ao²

(1. School of Electrical Engineering and Automation, Henan Polytechnic University, Jiaozuo 454003, China;

2. Key Laboratory of Intelligent Detection and Control of Coal Mine Equipment, Henan Province, Jiaozuo 454003, China)

Abstract: When a new control strategy for LLC resonant converter will be designed, the traditional designing process requires manual setting and adjusting control parameters, and the closed-loop stability analysis involves the calculation of higher-order functions. In order to simplify the traditional designing process, this paper introduces the generalized state space averaging (GSSA) theory to model the LLC resonant converter system. The traditional impedance physical model is transformed into a mathematical model, and the GSSA closed-loop large-signal and small-signal models are derived. The transfer function matrix of the system is derived by GSSA model and the dynamic characteristics of the full-bridge LLC resonant converter are analyzed. The closed-loop PI control parameters are designed. Finally, the stability of the closed-loop system is judged by eigenvalue analysis method. GSSA theory and model combined with MATLAB simulation can directly solve the calculation of higher-order functions, quickly derive control parameters, and simplify the parameters adjustment and stability analysis in designing new control strategies. In order to verify the correctness of the modeling, a prototype of a 400 W full-bridge LLC resonant converter is built according to the parameters of the modeling derivation elements. Experiments are carried out under both no-load and full-load conditions. The experimental results show that the system responds quickly, which is consistent with the set output parameters, and the output voltage ripple is less than 1% and the maximum error is 0.4 V. The results of simulation and prototype experimental results demonstrate the effectiveness of the LLC resonant converter model based on GSSA.

Keywords: full-bridge LLC resonant converter; generalized state space averaging; small-signal model; dynamic characteristics; stability analysis

收稿日期:2024-08-06

^{*} 基金项目:国家自然科学基金(61703144)、河南省科技攻关项目(222102220034)资助

0 引言

LLC 谐振变换器是一种高效高性能的开关电源系统,谐振拓扑和 LLC 电路的结合使其能够实现高效能的功率转换^[1]。谐振拓扑结构帮助变换器在开关过程中减少能量损耗并具有较低的电磁干扰和噪声。谐振特性使得变换器能够在高频率范围内实现软开关,进一步提高转换效率。其控制能力强,能够实现高精度的输出电压和电流控制^[2-3]。但由于 LLC 谐振变换器具有非线性特性,并且在谐振尖峰输出时出现“小纹波”问题,使用传统建模和稳定性分析时,往往无法满足纹波的假设条件^[4]。此外,LLC 谐振变换器在不同的开关频率下表现出多种工作模式^[5],这使得其研究和分析比传统的 DC-DC 变换器更加复杂。因此国内外学者针对该问题开展了诸多研究^[6-8]。

现有的研究方法中,谐振类变换器使用拓展描述法建立模型相对复杂且耗时,并且需要在一个稳态条件上建立小信号模型,不同的控制策略都需要单独建立一次小信号模型。如果不进行小信号建模,控制参数设计需要采用扫频法获得 LLC 谐振变换器的开环系统传递函数,将控制器传递函数代入得到闭环系统传递函数,再分析闭环系统稳定性。本文将这些问题梳理为建模方面和稳定性分析方面逐步综述。

在建模方面,针对独立电力系统,文献[9]建立了阻抗模型,但这种模型不适用于分析系统内部参数对系统稳定性的影响。使用状态空间平均法可以对系统的功率开关变换部分进行建模,然而文献[10]指出,传统的状态空间平均法假设开关周期内各阶段的变化极小,不能进行大信号分析、纹波分析,只能进行直流稳态分析和动态小信号分析,同时描述系统内部详细动态过程的时域仿真建模方法较为复杂,并且仿真速度较慢。文献[11]给出了一种介于详细时域模型和简化状态空间模型之间的建模方法——广义状态空间平均法(generalized state space averaging, GSSA),该方法的主要思想是可以将一个独立电力系统表示成以傅里叶级数为状态变量的微分方程组,使用时变傅里叶级数展开来近似其中的所有系统状态变量包括非线性状态变量,通过例如基波分析法忽略傅里叶展开后影响较小的高阶状态变量对原系统进行简化。相较于文献[12]使用的拓展描述函数法, GSSA 模型可以直观地看出不同参数的互相影响,解决非线性、时变、多输入—多输出(multiple inputs multiple outputs, MIMO)系统问题,同时也将传统方法要尽量避免的高阶传递函数求解问题交给计算器解决。文献[13]采用 GSSA 法对三端口的串联谐振 DC/DC 变换器建模,并研究其工作方式、建模和控制策略。文献[14]使用 GSSA 法将移相和占空比这两个开关函数进行线性化,证明该理论的线性化理论适用于目前常见的所有非线性电力变换器。文献[15]实际演示了利用 GSSA 法将复杂的控制策略转换为数学模型的一部分,并使用物理模型对比验证。控制策略设计方面,文

献[16]通过分析 LLC 谐振电路开环系统 Bode 图来设计控制策略。文献[17-18]都是混合 PI、滑模两种控制策略,切换控制的基准由模糊控制器多次实验求出,每次仿真实验都会因为系统参数变化导致控制参数大幅改动。在稳定性分析方面,文献[19]使用 Floquet 理论建立扰动方程组,以系统传递矩阵求解特征根判断稳定性。文献[20]对 LLC 谐振变换器的另一种拓扑结构,半桥 LLC 谐振变换器建模,研究输出参数、控制器参数以及它们之间的耦合对系统稳定性的影响规律,但没有继续深入,将模型应用于设计系统参数、分析系统动态特性以及制定控制策略等方面。

综上所述,本文选取全桥 LLC 谐振变换器作为研究对象,推导出基于 GSSA 理论的全桥 LLC 闭环大信号模型、小信号模型,建立时域仿真模型验证 GSSA 大信号模型,通过 GSSA 模型获得输出量关于控制量的传递函数并分析系统动态特性。利用模型设计闭环 PI 控制器,再结合系统矩阵特征根判断系统是否稳定,最后搭建样机平台验证了基于 GSSA 的全桥 LLC 谐振变换器模型的有效性。

1 全桥 LLC 谐振变换器的结构与状态方程

首先分析全桥 LLC 谐振变换器拓扑结构,在此之上建立一个全桥 LLC 谐振变换器的状态空间方程。

1.1 全桥 LLC 谐振变换器的拓扑结构分析

全桥 LLC 拓扑结构如图 1 所示,其分为 4 个环节。

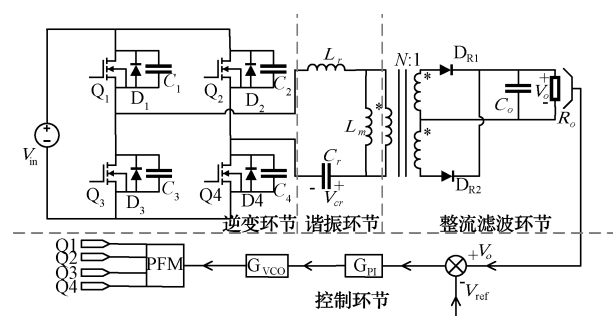


图 1 全桥 LLC 拓扑结构

Fig. 1 Full bridge LLC topology structure

1) 逆变环节将输入的 DC 电压 V_{in} 用 4 个 MOSFET 管切割成一个正负对称的交流方波电压 V_{ab} , 每个 MOS 管占空比均为 48% 防止桥臂贯穿短路。

2) 谐振环节由谐振电容 C_r 、谐振电感 L_r 、励磁电感 L_m 构成, 为了满足 ZVS、ZCS, 频率 f_s 应满足 $f_m < f_s < f_r$, 其中, $f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_r C_r}}$, $f_m = \frac{1}{2\pi\sqrt{(L_r + L_m)C_r}}$ 。

3) 整流滤波环节由两个对称二极管全波整流, 滤波电容 C_o 和负载 R_o 负责滤波输出。

4) 控制环节将基准电压 V_{ref} 和输出电压 V_o 的差转化为频率信号输入到闭环 PI 比例积分调节器计算, 通过压控振荡器转换为对应的开关频率, 最后经过 PFM 调制为两路信号控制 4 个 MOS 管实现闭环稳压。

1.2 全桥 LLC 谐振变换器的状态方程

根据拓扑结构(图1)进行等效,得出等效电路如图2所示。

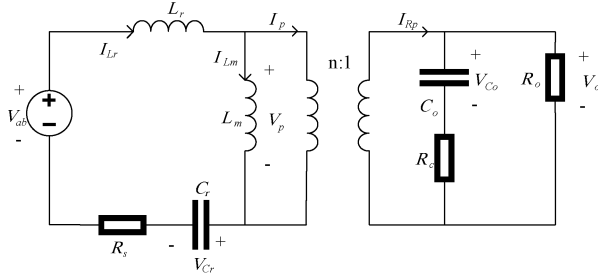


图2 稳态的全桥 LLC 等效电路

Fig. 2 Steady-state full-bridge LLC equivalent circuit diagram

图2中 V_{ab} 是正负对称的交流方波电压。 V_{Cr} 、 V_{Co} 、 V_p 分别为谐振电容电压、滤波电容电压以及变压器一次侧电压； I_{Lr} 、 I_{Lm} 、 I_{Rp} 分别为谐振电感电流、励磁电感电流和变压器二次侧输出电流； R_s 、 R_c 分别为一次侧寄生电阻和二次侧滤波电容 C_o 的寄生电阻。

根据等效电路(图2),求出全桥 LLC 谐振变换器的状态空间方程,如下:

$$\begin{cases} \frac{dI_{Lr}}{dt} = -\frac{R_s}{L_r}I_{Lr} - \frac{1}{L_r}V_{Cr} - \frac{V_p}{L_r} + \frac{1}{L_r}V_{ab} \\ \frac{dV_{Cr}}{dt} = \frac{1}{C_r}I_{Lr} \\ \frac{dI_{Lm}}{dt} = \frac{1}{L_m}V_p \\ \frac{dV_{Co}}{dt} = \frac{R_o}{(R_o + R_c)C_o}I_{Rp} - \frac{1}{(R_o + R_c)C_o}V_{Co} \end{cases} \quad (1)$$

系统输出为 V_o , 系统输出方程如下:

$$V_o = R_c C_o \frac{dV_{Co}}{dt} + V_{Co} = \frac{R_o R_c}{R_o + R_c} I_{Rp} + \frac{R_o}{R_o + R_c} V_{Co} \quad (2)$$

PI 控制方程如下:

$$\omega = 2\pi f_s [k_p(V_o - V_{ref}) + k_i \int (V_o - V_{ref}) dt] \quad (3)$$

式(1)~(3)中包含了多个非线性状态变量。结合图2可以看出, V_{ab} 是由 V_{in} 经过全桥控制得出交流方波电压,其开关角频率是由最终输出 V_o 和 PI 控制器决定; I_{Rp} 则是将一次侧谐振电流与励磁电流做差再经过变压器和二极管整流得到的始终为正的电流。使用一般的分析方法往往难以表达这两个量,而使用 GSSA 建模将这些非线性状态分量转化为线性状态分量,简化后再使用常规的解法求解。

2 系统建模

2.1 广义状态空间平均法

广义状态空间平均法将一个独立电力系统表示成以

傅里叶级数为状态变量的微分方程组,使用时变傅里叶级数展开来近似其中的所有系统状态变量包括非线性状态变量,通过例如基波分析法忽略傅里叶展开后影响较小的高阶状态变量对原系统进行精简。因此增加傅里叶级数的谐波次数,忽略的高阶状态变量越少,近似的状态变量就越接近实际值。

1) 依据电路系统等效电路建立一个状态空间方程,该方程是一个时变并且非线性的微分方程组,并分离出所有的状态变量:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (4)$$

在式(4)上定义有这个微分方程组有 n 个状态变量,对应 m 个输入和 p 个输出, $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ 为系统状态变量, $\dot{\mathbf{x}}$ 是其微分形式, $\mathbf{A}$ 为 $n \times n$ 阶的系统状态变量矩阵, $\mathbf{u} = [u_1, u_2, \dots, u_m]^T$ 为系统输入变量, $\mathbf{B}$ 为 $n \times m$ 阶的输入矩阵。

2) 傅里叶分解式(4)中的系统状态变量 $\mathbf{x}$, 得到 $x_i(\tau)$, $x_i(\tau)$ 在区间 $\tau \in [t-T, t]$ 中可以用时变傅里叶级数表示:

$$x_i(\tau) = \sum_{k=-N}^N \langle x_i \rangle_k(\tau) e^{jk\omega\tau} \quad (5)$$

式中: k 代表傅里叶级数的阶数; $\langle x_i \rangle_k(\tau)$ 为时变傅里叶级数; N 越大则模型越精确,数值上等同与开关周期 T 内的滑动平均值。推导得出:

$$\langle x_i \rangle_k(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t x(\tau) e^{-jk\omega\tau} d\tau \quad (6)$$

3) 根据傅里叶级数 $\langle x_i \rangle_k(\tau)$ 引入新的状态变量矩阵 $\mathbf{Q}$, 为 $n(2N+1)$ 行一列矩阵,由被傅里叶展开后的状态变量 $\mathbf{x}$ 得出。

$k=0$ 时:

$$\mathbf{Q} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \quad (7)$$

$k \neq 0$ 时:

$$\langle x_i \rangle_k(\tau) = \langle x_i \rangle_{kR} + j \langle x_i \rangle_{kI} \quad (8)$$

$$\mathbf{Q}_k = [\langle x_1 \rangle_{kR}, \langle x_1 \rangle_{kI}, \dots, \langle x_n \rangle_{kR}, \langle x_n \rangle_{kI}] \quad (9)$$

其中, $\mathbf{Q}_k$ 将系统状态变量的 k 阶都分为了实部和虚部部分。

4) 将式(4)进行 k 阶傅里叶分解,代入新的状态变量矩阵 $\mathbf{Q}$ 和新的状态矩阵 $\mathbf{M}$, $\mathbf{M}_k = \langle \mathbf{B}\mathbf{u} \rangle_k$, 得到:

$$\frac{d\langle x \rangle_k}{dt} = -jk\omega \langle x \rangle_k + \langle \mathbf{A}\mathbf{x} \rangle_k + \langle \mathbf{B}\mathbf{u} \rangle_k \quad (10)$$

$k=0$ 时:

$$\frac{d\langle x \rangle_0}{dt} = \langle \mathbf{A}_i x_i \rangle_0 + \langle \mathbf{B}_i u_i \rangle_0 \quad (11)$$

$k \neq 0$ 时:

$$\frac{d\langle x_i \rangle_{kR}}{dt} = \langle \mathbf{A}_i x_i \rangle_{kR} + k\omega \langle x_i \rangle_{kI} + \langle \mathbf{B}_i u_i \rangle_{kR} \quad (12)$$

$$\frac{d\langle x_i \rangle_{kI}}{dt} = \langle \mathbf{A}_i x_i \rangle_{kI} - k\omega \langle x_i \rangle_{kR} + \langle \mathbf{B}_i u_i \rangle_{kI} \quad (13)$$

5) 将式(7)~(13)整理,最终得到系统的 N 阶广义状

态空间平均模型为:

$$\dot{\mathbf{Q}}_k = \mathbf{A}_k \mathbf{Q}_k + \mathbf{M}_k \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{Q}_0 \\ \dot{Q}_1 \\ \vdots \\ \dot{Q}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 & & & \\ & A_1 & & \\ & & \ddots & \\ & & & A_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_0 \\ Q_1 \\ \vdots \\ Q_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_0 \\ M_1 \\ \vdots \\ M_N \end{bmatrix} \quad (15)$$

6) 根据电路系统的动态特性,合理选择傅里叶分解的阶数。LLC 谐振变换器因其特性通常使用基波近似法推导,故本文的 GSSA 模型为一阶。

2.2 基于 GSSA 的全桥 LLC 谐振变换器大信号模型

一阶 GSSA 模型的傅里叶级数阶数为 $k = 0, \pm 1$, 为了将 GSSA 模型简化,使用基波近似法对一阶 GSSA 模型的非线性状态变量 $x(t)$ 进行基波近似,如式(16)所示。

$$x(t) = \langle x \rangle_1(t)e^{j\omega t} + \langle x \rangle_{-1}(t)e^{-j\omega t} + \langle x \rangle_0(t) \quad (16)$$

式中: $\langle x \rangle_1$ 和 $\langle x \rangle_{-1}$ 是基波分量,即 ± 1 阶傅里叶级数; $\langle x \rangle_0$ 是直流分量,即 0 阶傅里叶级数;在 LLC 谐振变换器的谐振网络中高次谐波被滤除。

对式(16)中的非线性状态分量 V_{ab}, V_p, I_{Rp} 进行 GSSA 展开,得到以傅里叶级数表示的状态空间方程组。

其中 LLC 谐振变换器变压器主要是以基波分量将一次侧的能量传递至二次侧,直流分量影响不大,因此只保留一次侧状态变量 V_{ab}, V_p 的基波分量,一次侧状态变量的傅里叶展开式如式(18)、(20)所示。

$$V_{ab} = \frac{4V_{in}}{\pi} \sum_{n=1,3,5} \frac{1}{n} \sin n\omega t$$

$$\langle V_{ab} \rangle_1(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t \frac{4V_{in}}{\pi} \sin(\omega\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = -j \frac{2V_{in}}{\pi} \quad (17)$$

$$\begin{cases} \langle V_{ab} \rangle_{1R} = 0 \\ \langle V_{ab} \rangle_{1I} = -\frac{2V_{in}}{\pi} \end{cases} \quad (18)$$

$$V_p = \frac{4nV_{co}}{\pi} \sin(\omega\tau - \varphi)$$

$$\langle V_p \rangle_k(t) = \frac{2nV_{co}\omega}{\pi^2} \int_{t-T}^t \sin(\omega\tau - \varphi) e^{-j\omega\tau} d\tau =$$

$$-\frac{j\pi}{\omega} \frac{2nV_{co}\omega}{\pi^2} = -\frac{j2nV_{co}}{\pi} \quad (19)$$

$$V_{co} \text{ 展开成:}$$

$$i \frac{(\langle I_{Lr} \rangle_{1R} - \langle I_{Lm} \rangle_{1R}) + (\langle I_{Lr} \rangle_{1I} - \langle I_{Lm} \rangle_{1I})}{I_p} \langle V_{co} \rangle_0$$

$$I_p = \sqrt{(\langle I_{Lr} \rangle_{1R} - \langle I_{Lm} \rangle_{1R})^2 + (\langle I_{Lr} \rangle_{1I} - \langle I_{Lm} \rangle_{1I})^2}$$

$$I_{pR} = \langle I_{Lr} \rangle_{1R} - \langle I_{Lm} \rangle_{1R}, I_{pI} = \langle I_{Lr} \rangle_{1I} - \langle I_{Lm} \rangle_{1I}$$

$$\begin{cases} \langle V_p \rangle_{1R} = \frac{2nI_{pR}}{\pi I_p} \langle V_{co} \rangle_0 \\ \langle V_p \rangle_{1I} = \frac{2nI_{pI}}{\pi I_p} \langle V_{co} \rangle_0 \end{cases} \quad (20)$$

而二次侧是主要以直流分量形式传递能量至输出环节,因此 I_{Rp} 以直流分量形式表示,二次侧状态变量的傅里叶展开式如下:

$$\begin{cases} I_{Rp} = nI_p |\sin(\omega t - \varphi)| \\ \langle I_{Rp} \rangle_0 = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t nI_p |\sin(\omega\tau - \varphi)| d\tau = \frac{n}{\pi} I_p \end{cases} \quad (21)$$

综上所述,将 GSSA 理论代入展开线性化的状态变量和式(1),得到全桥 LLC 谐振变换器的一阶 GSSA 模型,如下:

$$\begin{cases} \frac{d\langle I_{Lr} \rangle_{1R}}{dt} = \omega \langle I_{Lr} \rangle_{1I} - \frac{R_s}{L_r} \langle I_{Lr} \rangle_{1R} - \frac{1}{L_r} \langle V_{Cr} \rangle_{1R} - \frac{2nI_{pR}}{\pi L_r I_p} \langle V_{Co} \rangle_0 \\ \frac{d\langle I_{Lr} \rangle_{1I}}{dt} = -\omega \langle I_{Lr} \rangle_{1R} - \frac{R_s}{L_r} \langle I_{Lr} \rangle_{1I} - \frac{1}{L_r} \langle V_{Cr} \rangle_{1I} - \frac{2nI_{pI}}{\pi L_r I_p} \langle V_{Co} \rangle_0 - \frac{2}{\pi L_r} V_{in} \\ \frac{d\langle V_{Cr} \rangle_{1R}}{dt} = \frac{1}{C_r} \langle I_{Lr} \rangle_{1R} + \omega \langle V_{Cr} \rangle_{1I} \\ \frac{d\langle V_{Cr} \rangle_{1I}}{dt} = \frac{1}{C_r} \langle I_{Lr} \rangle_{1I} - \omega \langle V_{Cr} \rangle_{1R} \\ \frac{d\langle I_{Lm} \rangle_{1R}}{dt} = \omega \langle I_{Lm} \rangle_{1I} + \frac{2nI_{pR}}{\pi L_m I_p} \langle V_{Co} \rangle_0 \\ \frac{d\langle I_{Lm} \rangle_{1I}}{dt} = -\omega \langle I_{Lm} \rangle_{1R} + \frac{2nI_{pI}}{\pi L_m I_p} \langle V_{Co} \rangle_0 \\ \frac{d\langle V_{Co} \rangle_0}{dt} = \frac{nR_o}{C_o \pi (R_o + R_c)} I_p - \frac{1}{(R_o + R_c) C_o} \langle V_{Co} \rangle_0 \end{cases} \quad (22)$$

本文采用 PI 控制器通过控制开关角频率 ω 最终影响 V_0 进行闭环调节,统一格式将控制方程式(3)转化为合适的微分方程:

$$\frac{d\omega}{dt} = 2\pi f_s (k_p + R_c C_o k_i) \frac{nR_o}{\pi (R_o + R_c) C_o} I_p -$$

$$2\pi f_s (k_p + R_c C_o k_i) \frac{1}{(R_o + R_c) C_o} \langle V_{Co} \rangle_0 +$$

$$2\pi f_s k_i (\langle V_{Co} \rangle_0 - V_{ref}) \quad (23)$$

2.3 GSSA 大信号模型验证

将一阶广义状态空间大信号模型仿真波形图与 Simulink 搭建的时域仿真模型仿真波形图做对比验证,如图 3 所示。

从图 3 可以看出,GSSA 大信号模型可以很好的预测包络仿真模型,当系统达到稳态之后,一阶 GSSA 大信号模型与时域仿真模型曲线变化基本吻合。

因此通过一阶广义状态空间大信号模型求出的内部元件参数和控制器参数可以代入进时域仿真模型、实物中使用,验证了一阶广义状态空间大信号模型的准确性。

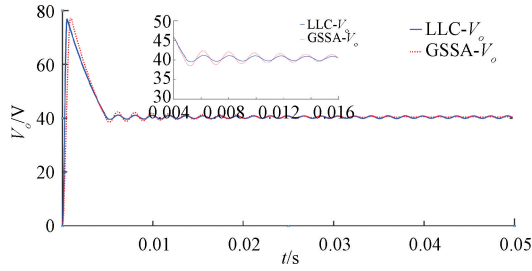


图3 GSSA大信号模型与时域仿真模型输出电压对比
Fig.3 Output voltage comparison between GSSA large signal model and time domain simulation model

2.4 基于GSSA的全桥LLC谐振变换器小信号模型

对上述模型在某稳态点加入小扰动式(24),求得小信号模型方程组如式(25)、(26)所示。整理得到闭环控制模式下的GSSA小信号模型,提取其中的系数可以得到系

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A} = & \begin{bmatrix} 0 & 2\pi f_s k_\omega \frac{nR_o I_{pR}}{\pi(R_o + R_c)C_o I_p} & 2\pi f_s k_\omega \frac{nR_o I_{pI}}{\pi(R_o + R_c)C_o I_p} & 0 & 0 & 2\pi f_s k_\omega \frac{nR_o I_{pR}}{\pi(R_o + R_c)C_o I_p} & 2\pi f_s k_\omega \frac{nR_o I_{pI}}{\pi(R_o + R_c)C_o I_p} & 2\pi f_s (k_i - \frac{k_\omega}{(R_o + R_c)C_o}) \\ \langle I_{Lr} \rangle_{1I} & -\frac{R_s}{L_r} - \frac{2n\langle V_{Co} \rangle_0 \langle I_{Lr} \rangle_{1I}^2}{\pi L_r I_p^3} & \frac{2n\langle V_{Co} \rangle_0 I_{pR} I_{pI} + \omega}{\pi L_r I_p^3} & -\frac{1}{L_r} & 0 & \frac{2n\langle V_{Co} \rangle_0 \langle I_{Lr} \rangle_{1I}^2}{\pi L_r I_p^3} & -\frac{2n\langle V_{Co} \rangle_0 I_{pR} I_{pI}}{\pi L_r I_p^3} & -\frac{2nI_{pR}}{\pi L_r I_p} \\ -\langle I_{Lr} \rangle_{1R} & \frac{2n\langle V_{Co} \rangle_0 I_{pR} I_{pI} - \omega}{\pi L_r I_p^3} & -\frac{R_s}{L_r} - \frac{2n\langle V_{Co} \rangle_0 \langle I_{Lr} \rangle_{1R}^2}{\pi L_r I_p^3} & 0 & -\frac{1}{L_r} & -\frac{2n\langle V_{Co} \rangle_0 I_{pR} I_{pI}}{\pi L_r I_p^3} & \frac{2n\langle V_{Co} \rangle_0 \langle I_{Lr} \rangle_{1R}^2}{\pi L_r I_p^3} & -\frac{2nI_{pI}}{\pi L_r I_p} \\ \langle V_{Cr} \rangle_{1I} & \frac{1}{C_r} & 0 & 0 & \omega & 0 & 0 & 0 \\ -\langle V_{Cr} \rangle_{1R} & 0 & \frac{1}{C_r} & -\omega & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \langle I_{Lm} \rangle_{1I} & \frac{2n\langle V_{Co} \rangle_0 \langle I_{Lr} \rangle_{1I}^2}{\pi L_m I_p^3} & -\frac{2n\langle V_{Co} \rangle_0 I_{pR} I_{pI}}{\pi L_m I_p^3} & 0 & 0 & -\frac{2n\langle V_{Co} \rangle_0 \langle I_{Lr} \rangle_{1I}^2}{\pi L_m I_p^3} & \frac{2n\langle V_{Co} \rangle_0 I_{pR} I_{pI} + \omega}{\pi L_m I_p^3} & \frac{2nI_{pR}}{\pi L_m I_p} \\ -\langle I_{Lm} \rangle_{1R} & -\frac{2n\langle V_{Co} \rangle_0 I_{pR} I_{pI}}{\pi L_m I_p^3} & \frac{2n\langle V_{Co} \rangle_0 \langle I_{Lr} \rangle_{1R}^2}{\pi L_m I_p^3} & 0 & 0 & \frac{2n\langle V_{Co} \rangle_0 I_{pR} I_{pI} - \omega}{\pi L_m I_p^3} & -\frac{2n\langle V_{Co} \rangle_0 \langle I_{Lr} \rangle_{1R}^2}{\pi L_m I_p^3} & \frac{2nI_{pI}}{\pi L_m I_p} \\ 0 & \frac{nR_o I_{pR}}{C_o \pi(R_o + R_c) I_p} & \frac{nR_o I_{pI}}{C_o \pi(R_o + R_c) I_p} & 0 & 0 & -\frac{nR_o I_{pR}}{C_o \pi(R_o + R_c) I_p} & -\frac{nR_o I_{pI}}{C_o \pi(R_o + R_c) I_p} & -\frac{1}{(R_o + R_c)C_o} \end{bmatrix} \\
 k_\omega = & k_p + R_c C_o k_i
 \end{aligned} \quad (26)$$

3 传递函数推导与控制参数设计

3.1 传递函数推导

定义 LLC 谐振变换器的额定、最大和最小输出电压分别为 $V_{oNom} = 40$ V、 $V_{oMax} = 48$ V、 $V_{oMin} = 24$ V,输出最大功率为 $P_{oMax} = 480$ W,输出最大电流为 $I_{out} = 10$ A, LLC 谐振变换器工作谐振频率为 $f_r = 50$ kHz,纹波有效值 $\leq 1\%$ (全范围),根据 GSSA 大信号模型设计出 LLC 谐振变换器的电路元件参数如表 1 所示。

全桥 LLC 谐振变换器工作于稳态时满足 $\dot{x} = 0$, 因此根据 GSSA 大信号模型可获得各个变量的稳态值:

$$\begin{cases} \langle I_{Lr} \rangle_{1R} = -0.4206, \langle I_{Lr} \rangle_{1I} = -3.5600, \\ \langle V_{Cr} \rangle_{1R} = -580.6787 \\ \langle I_{Lm} \rangle_{1R} = -0.4238, \langle I_{Lm} \rangle_{1I} = -3.8560 \times 10^{-4}, \\ \langle V_{Cr} \rangle_{1I} = 68.6040 \end{cases} \quad (27)$$

统的状态传递矩阵。

$$\begin{cases} \omega = \Omega + \hat{\omega} \\ \langle i_{Lr} \rangle_{1R} = \langle I_{Lr} \rangle_{1R} + \langle \hat{I}_{Lr} \rangle_{1R} \\ \langle i_{Lr} \rangle_{1I} = \langle I_{Lr} \rangle_{1I} + \langle \hat{I}_{Lr} \rangle_{1I} \\ \langle v_{Cr} \rangle_{1R} = \langle V_{Cr} \rangle_{1R} + \langle \hat{V}_{Cr} \rangle_{1R} \\ \langle v_{Cr} \rangle_{1I} = \langle V_{Cr} \rangle_{1I} + \langle \hat{V}_{Cr} \rangle_{1I} \\ \langle i_{Lm} \rangle_{1R} = \langle I_{Lm} \rangle_{1R} + \langle \hat{I}_{Lm} \rangle_{1R} \\ \langle i_{Lm} \rangle_{1I} = \langle I_{Lm} \rangle_{1I} + \langle \hat{I}_{Lm} \rangle_{1I} \\ \langle v_{Co} \rangle_0 = \langle V_{Co} \rangle_0 + \langle \hat{V}_{Co} \rangle_0 \end{cases} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \hat{\mathbf{X}} &= \frac{d}{dt} \left[\hat{\omega}, \langle \hat{I}_{Lr} \rangle_{1R}, \langle \hat{I}_{Lr} \rangle_{1I}, \langle \hat{V}_{Cr} \rangle_{1R}, \langle \hat{V}_{Cr} \rangle_{1I}, \right. \\ &\quad \left. \langle \hat{I}_{Lm} \rangle_{1R}, \langle \hat{I}_{Lm} \rangle_{1I}, \langle \hat{V}_{Co} \rangle_0 \right]^T = \mathbf{A} \left[\hat{\omega}, \langle \hat{I}_{Lr} \rangle_{1R}, \langle \hat{I}_{Lr} \rangle_{1I}, \right. \\ &\quad \left. \langle \hat{V}_{Cr} \rangle_{1R}, \langle \hat{V}_{Cr} \rangle_{1I}, \langle \hat{I}_{Lm} \rangle_{1R}, \langle \hat{I}_{Lm} \rangle_{1I}, \langle \hat{V}_{Co} \rangle_0 \right]^T \end{aligned} \quad (25)$$

表1 电路元件参数

Table 1 Circuit component parameters

参数	数值
输入电压 V_{in} /V	380
理想变压器变比 n	9.157
一次侧寄生电阻 R_s /mΩ	1
电容寄生电阻 R_c /mΩ	1
谐振电容 C_r /nF	19.515
谐振电感 L_r /mH	0.519
励磁电感 L_m /mH	1.817
输出电容 C_o /mF	1.45
输出电阻 R_o /Ω	4

将式(25)整理变换为一个没有控制部分的开环系

统,求出开环传递函数再设计 PI 参数,如式(28)所示。对式(28)左右两端拉氏变换,获得输出电容电压关于开关频率的传递函数,再由系统输出方程(2)拉氏变换获得 GSSA 模型状态变量关于开关频率的传递函数如式(29)所示。

$$\begin{cases} \frac{i_{Lr1R}(s)}{\omega(s)} = \frac{-3.815 \times 10^{-6} \times (7.252 \times 10^{90} \times s^6 + 2.794 \times 10^{95} \times s^5 + 3.546 \times 10^{102} \times s^4 + 1.091 \times 10^{107} \times s^3 + 2.762 \times 10^{113} \times s^2 + 2.945 \times 10^{116} \times s + 3.112 \times 10^{120})}{7.771 \times 10^{84} \times s^7 + 1.28 \times 10^{90} \times s^6 + 3.839 \times 10^{96} \times s^5 + 4.075 \times 10^{101} \times s^4 + 3.037 \times 10^{107} \times s^3 + 1.944 \times 10^{112} \times s^2 + 2.361 \times 10^{115} \times s + 2.186 \times 10^{119}} \\ \frac{i_{Lr1I}(s)}{\omega(s)} = \frac{1.526 \times 10^{-5} \times (2.142 \times 10^{89} \times s^6 + 3.528 \times 10^{94} \times s^5 + 3.389 \times 10^{100} \times s^4 + 8.491 \times 10^{105} \times s^3 + 1.265 \times 10^{111} \times s^2 + 5.344 \times 10^{116} \times s + 1.829 \times 10^{119})}{7.771 \times 10^{84} \times s^7 + 1.28 \times 10^{90} \times s^6 + 3.839 \times 10^{96} \times s^5 + 4.075 \times 10^{101} \times s^4 + 3.037 \times 10^{107} \times s^3 + 1.944 \times 10^{112} \times s^2 + 2.361 \times 10^{115} \times s + 2.186 \times 10^{119}} \\ \frac{v_{Cr1R}(s)}{\omega(s)} = \frac{1.49 \times 10^{-8} \times (3.578 \times 10^{94} \times s^6 + 5.894 \times 10^{99} \times s^5 + 2.968 \times 10^{106} \times s^4 + 2.354 \times 10^{111} \times s^3 + 2.585 \times 10^{117} \times s^2 + 9.178 \times 10^{121} \times s + 5.765 \times 10^{124})}{7.771 \times 10^{84} \times s^7 + 1.28 \times 10^{90} \times s^6 + 3.839 \times 10^{96} \times s^5 + 4.075 \times 10^{101} \times s^4 + 3.037 \times 10^{107} \times s^3 + 1.944 \times 10^{112} \times s^2 + 2.361 \times 10^{115} \times s + 2.186 \times 10^{119}} \\ \frac{v_{Cr1I}(s)}{\omega(s)} = \frac{9.537 \times 10^{-7} \times (4.731 \times 10^{93} \times s^6 + 7.795 \times 10^{98} \times s^5 + 2.337 \times 10^{105} \times s^4 + 1.302 \times 10^{110} \times s^3 + 1.803 \times 10^{116} \times s^2 + 1.896 \times 10^{119} \times s + 1.98 \times 10^{123})}{7.771 \times 10^{84} \times s^7 + 1.28 \times 10^{90} \times s^6 + 3.839 \times 10^{96} \times s^5 + 4.075 \times 10^{101} \times s^4 + 3.037 \times 10^{107} \times s^3 + 1.944 \times 10^{112} \times s^2 + 2.361 \times 10^{115} \times s + 2.186 \times 10^{119}} \\ \frac{i_{Lm1R}(s)}{\omega(s)} = \frac{3.815 \times 10^{-6} \times (-7.855 \times 10^{86} \times s^6 + 9.631 \times 10^{93} \times s^5 + 3.388 \times 10^{100} \times s^4 + 3.897 \times 10^{105} \times s^3 + 6.691 \times 10^{111} \times s^2 + 9.948 \times 10^{114} \times s + 1.208 \times 10^{119})}{7.771 \times 10^{84} \times s^7 + 1.28 \times 10^{90} \times s^6 + 3.839 \times 10^{96} \times s^5 + 4.075 \times 10^{101} \times s^4 + 3.037 \times 10^{107} \times s^3 + 1.944 \times 10^{112} \times s^2 + 2.361 \times 10^{115} \times s + 2.186 \times 10^{119}} \\ \frac{i_{Lm1I}(s)}{\omega(s)} = \frac{2.384 \times 10^{-7} \times (1.381 \times 10^{91} \times s^6 + 2.276 \times 10^{96} \times s^5 + 6.775 \times 10^{102} \times s^4 + 5.498 \times 10^{107} \times s^3 + 5.201 \times 10^{113} \times s^2 + 5.618 \times 10^{116} \times s + 5.938 \times 10^{120})}{7.771 \times 10^{84} \times s^7 + 1.28 \times 10^{90} \times s^6 + 3.839 \times 10^{96} \times s^5 + 4.075 \times 10^{101} \times s^4 + 3.037 \times 10^{107} \times s^3 + 1.944 \times 10^{112} \times s^2 + 2.361 \times 10^{115} \times s + 2.186 \times 10^{119}} \\ G_{vul} = \frac{v_{Co}(s)}{\omega(s)} = \frac{0.0002441 \times (1.677 \times 10^{73} \times s^5 + 2.666 \times 10^{94} \times s^4 + 8.938 \times 10^{102} \times s^3 + 7.885 \times 10^{105} \times s^2 + 8.538 \times 10^{113} \times s - 6.618 \times 10^{118})}{7.771 \times 10^{84} \times s^7 + 1.28 \times 10^{90} \times s^6 + 3.839 \times 10^{96} \times s^5 + 4.07 \times 10^{101} \times s^4 + 3.037 \times 10^{107} \times s^3 + 1.944 \times 10^{112} \times s^2 + 2.361 \times 10^{115} \times s + 2.186 \times 10^{119}} \\ G = \frac{v_o(s)}{\omega(s)} = \frac{6.776 \times 10^{-24} \times (5.342 \times 10^{13} \times s^6 + 8.496 \times 10^{36} \times s^5 + 2.848 \times 10^{45} \times s^4 + 3.224 \times 10^{48} \times s^3 + 2.72 \times 10^{56} \times s^2 - 2.102 \times 10^{61} \times s - 5.271 \times 10^{63})}{1.718 \times 10^{10} \times s^7 + 2.83 \times 10^{15} \times s^6 + 8.487 \times 10^{21} \times s^5 + 9.008 \times 10^{26} \times s^4 + 6.714 \times 10^{32} \times s^3 + 4.299 \times 10^{37} \times s^2 + 5.22 \times 10^{40} \times s + 4.832 \times 10^{44}} \end{cases} \quad (29)$$

式中: G_{vul} 、 G 分别代表输出电容电压到开关频率、输出电压到开关频率的传递函数。求出具体的传递函数就可以进一步推导出 Bode 图。

开关频率在谐振频率处的 Bode 图如图 4 所示。系统在工作的频率范围内存在两个谐振尖峰,第 1 个尖峰由谐振电感、电容决定,第 2 个尖峰由谐振电感、电容和励磁电感决定。设计控制器时就可以考虑降低谐振尖峰处的输出纹波,提高低频段的增益。

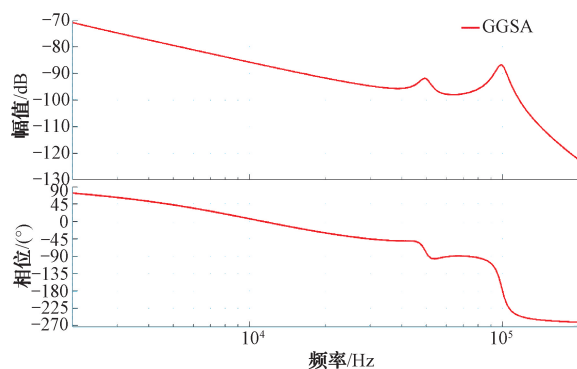


图 4 开环系统 Bode 图

Fig. 4 Bode diagram of open loop system

3.2 控制参数设计

由于推导的传递函数阶数过高,故使用 MATLAB 软件中的 PID Tuner 进行控制器参数设计。

最终设计出的 PI 参数为 $k_p = 1.001$ 、 $k_i = 1.417 \times 10^6$, PI 控制闭环系统 Bode 图如图 5 所示。

将得出的 PI 参数代入式(26)中,使用状态传递矩阵

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \hat{\mathbf{X}} &= \frac{d}{dt} \left[\langle \hat{I}_{Lr} \rangle_{1R}, \langle \hat{I}_{Lr} \rangle_{1I}, \langle \hat{V}_{Cr} \rangle_{1R}, \langle \hat{V}_{Cr} \rangle_{1I}, \right. \\ &\quad \left. \langle \hat{I}_{Lm} \rangle_{1R}, \langle \hat{I}_{Lm} \rangle_{1I}, \langle \hat{V}_{Co} \rangle_0 \right]^T = \mathbf{B} \left[\langle \hat{I}_{Lr} \rangle_{1R}, \langle \hat{I}_{Lr} \rangle_{1I}, \langle \hat{V}_{Cr} \rangle_{1R}, \right. \\ &\quad \left. \langle \hat{V}_{Cr} \rangle_{1I}, \langle \hat{I}_{Lm} \rangle_{1R}, \langle \hat{I}_{Lm} \rangle_{1I}, \langle \hat{V}_{Co} \rangle_0 \right]^T + \mathbf{C} [\hat{\omega}]^T \end{aligned} \quad (28)$$

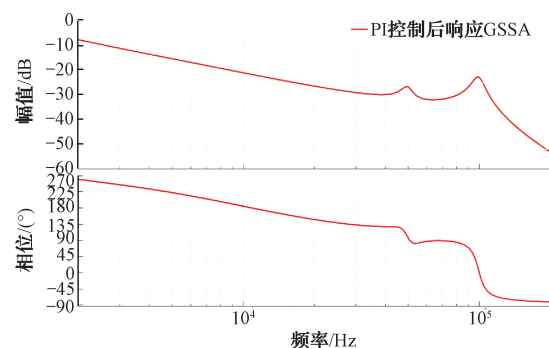


图 5 闭环系统 Bode 图

Fig. 5 Bode diagram of closed loop system

分析特征值分布情况,特征值分布如图 6 所示。

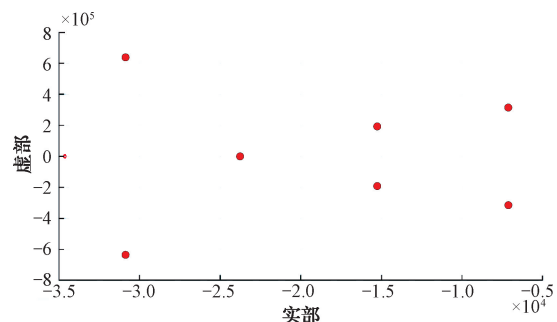


图 6 特征值分布

Fig. 6 Map of eigenvalue distribution

由自动控制原理中特征根和系统稳定性的关系得出,所有特征根实部小于 0,该系统稳定。

4 实验验证

为了验证 GSSA 建模指导设计系统元件参数及控制器的可行性,采用 TMS320F28034 作为控制芯片,制作了一套 400 W 的 PFC 整流+全桥 LLC 谐振变换器样机平台,其中元件参数和 PI 控制器参数都与仿真中表 1 的参数相符,样机平台如图 7 所示。

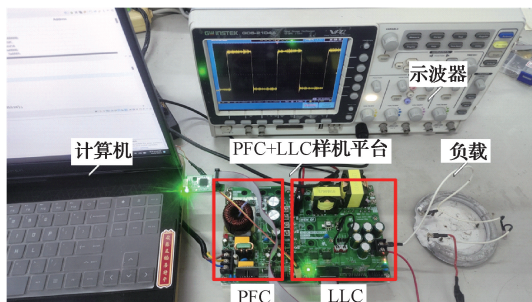


图 7 PFC+全桥 LLC 谐振变换器样机平台

Fig. 7 Prototype platform of PFC+full-bridge LLC resonant converter

样机平台 PFC 端接入 220 V 交流电,输出至 LLC 谐振变换器 380 V 直流电,示波器测量的 ZVS、ZCS 波形如图 8、9 所示。

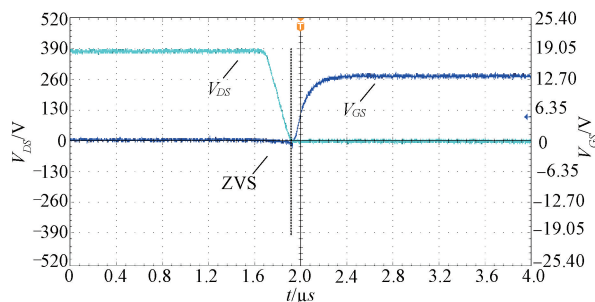


图 8 ZVS 零电压开通波形

Fig. 8 ZVS zero voltage on waveform diagram

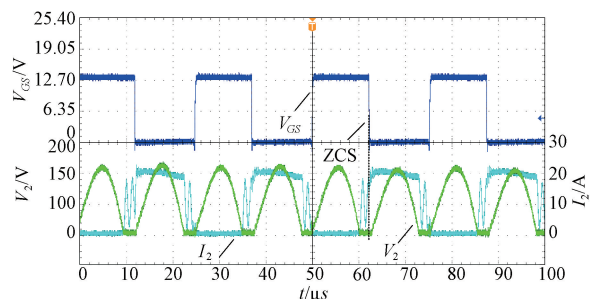


图 9 ZCS 零电流关断波形

Fig. 9 ZCS zero current turn-off waveform

LLC 谐振变换器空载启动的输出电压电流波形图、空载纹波波形图(输出电压交流分量)如图 10、11 所示。可知空载时样机输出电压 48 V,输出电流 0 A,空载输出纹波低于 400 mV。

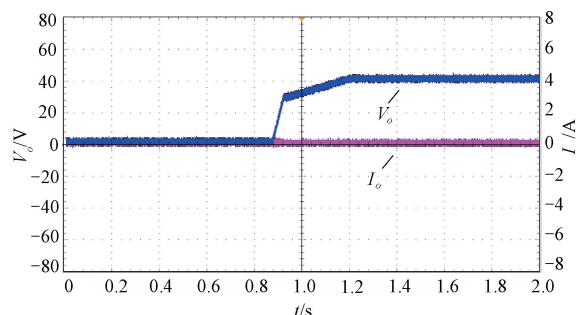


图 10 空载启动波形

Fig. 10 No-load starting waveform diagram

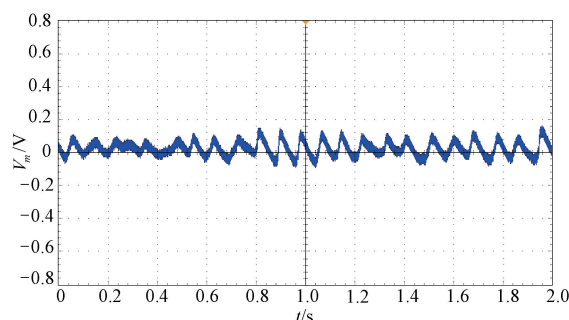


图 11 输出 48 V 空载纹波波形

Fig. 11 Output 48 V no-load ripple pattern

LLC 谐振变换器满载启动的输出电压电流波形图、满载纹波(输出电压交流分量)如图 12、13 所示。可知满载时样机输出电压 48 V,输出电流 10 A,满载输出纹波低于 800 mV 等。具体实验结果如表 2 所示。

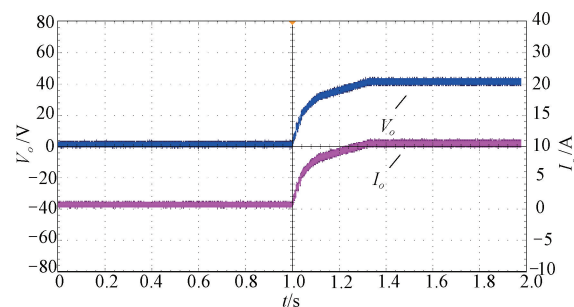


图 12 满载启动波形

Fig. 12 Full load starting waveform

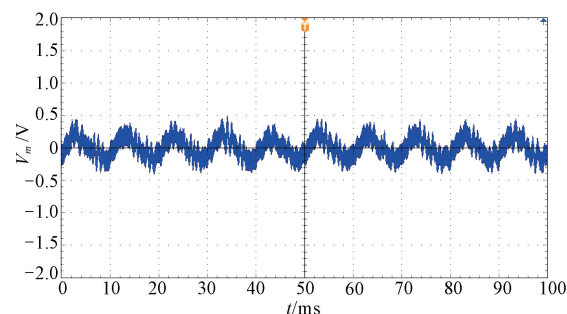


图 13 输出 48 V 满载纹波波形

Fig. 13 Output 48 V full load ripple pattern

表2 实验结果

Table 2 Experimental results

	输出参数	数值
空载	输出电压	40 V
	输出电流	0 A
	输出纹波	≤ 200 mV
满载	输出电压	48 V
	输出电流	10 A
	输出纹波	≤ 400 mV

5 结 论

本文基于广义状态空间平均理论对全桥 LLC 谐振变换器建模与应用。使用 GSSA 方法推导出全桥 LLC 谐振变换器的大信号和小信号模型,建立的模型可以代替扫频法求出需要的系统传递函数,研究系统的稳定性和输入输出特性,进而有针对性地设计控制策略,根据需要选择合适的系统参数和控制器参数。

在此基础上本文还以 PI 闭环控制器为例,说明如何利用 GSSA 模型对变换器进行小信号分析,探究参数与系统稳定的关系,辅助改善系统稳定性。实验部分与仿真分析的一致性证实了 GSSA 模型的有效性。

该模型不仅提高了建模的效率和准确性,也为未来的研究和工程应用提供理论支持和技术参考。

参 考 文 献

- [1] 罗阳. 半桥 LLC 谐振变换器的控制环路设计 [D]. 南京:东南大学,2018.
LUO Y. Control loop design of half-bridge LLC resonant converter [D]. Nanjing: Southeast University, 2018.
- [2] 唐忠,白健,赖立. 基于 IPOS 双 LLC 谐振变换器的恒压恒流充电研究 [J]. 电力系统保护与控制,2021, 49(24):88-95.
TANG ZH, BAI J, LAI L. Research on constant voltage and constant current charging of IPOS dual LLC resonant converter [J]. Power System Protection and Control, 2021, 49(24): 88-95.
- [3] 孙丽敬,吴鸣,汪洋,等. 用于柔性直流配电的高频隔离链式双向直流固态变压器 [J]. 电力系统及其自动化学报,2018,30(10):124-131.
SUN L J, WU M, WANG Y, et al. High-frequency isolated chain-type bidirectional DC solid-state transformer for flexible DC distribution [J]. Journal of Power System and Automation, 2018, 30(10): 124-131.
- [4] LI H, ZOU Y, JIANG X H, et al. A time-domain stability analysis method for LLC resonant converter based on Floquet theory [J]. Microelectronics Reliability,2020,114: 113850.
- [5] 游梦然,杨沛豪,樊常亮. 多谐振变换器直流耦合光伏制氢研究 [J]. 热力发电,2022,51(11):174-180.
YOU M R, YANG P H, FAN CH L. Research on multi-resonant converter DC-coupled photovoltaic hydrogen production [J]. Thermal Power Generation, 2022, 51(11): 174-180.
- [6] 童军,吴伟东,李发成,等. 基于 GaN 器件的高频高效 LLC 谐振变换器 [J]. 电工技术学报,2021,36(S2): 635-643.
TONG J, WU W D, LI F CH, et al. High-frequency and high-efficiency LLC resonant converter based on GaN devices [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2021, 36(S2): 635-643.
- [7] NABIH A, AHMED M H, LI Q, et al. Transient control and soft start-up for 1 MHz LLC converter with wide input voltage range using simplified optimal trajectory control[J]. IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics,2020, 9(1): 34-37.
- [8] 童军,王颖,豆冲,等. 高频高效的 LLC 谐振变换器研究[J]. 电子测量技术,2021,44(15):1-6.
TONG J, WANG Y, DOU CH, et al. Research on high-frequency and high-efficiency LLC resonant converter [J]. Electronic Measurement Technology, 2021, 44(15): 1-6.
- [9] 刘闯,吕莹,朱帝,等. Boost+LLC 级联型直流变压器统一阻抗建模方法 [J]. 高电压技术,2020,46(7): 2278-2286.
LIU CH, LYU Y, ZHU D, et al. Unified impedance modeling method for Boost + LLC cascaded DC transformer [J]. High Voltage Engineering, 2020, 46(7): 2278-2286.
- [10] 杨占刚,吴惠东,屈俊超,等. 基于广义状态空间平均的独立电力系统建模方法 [J]. 电工电能新技术, 2016,35(12):12-19.
YANG ZH G, WU H D, QU J CH, et al. Independent power system modeling method based on generalized state-space averaging [J]. Advanced Technology of Electrical Engineering and Energy, 2016, 35(12): 12-19.
- [11] SANDERS S R, NOWOROLSKI J M, LIU X Z, et al. Generalized averaging method for power conversion circuits[J]. IEEE Transactions on Power Electronics,1991,6(2):251-259.
- [12] 战丽娜,王春芳,马超. LLC 谐振变换器的扩展描述函数法建模 [J]. 系统仿真技术,2014,10(3):211-216.
ZHAN L N, WANG CH F, MA CH. Modeling of LLC resonant converter using extended describing function method [J]. System Simulation Technology,

- 2014, 10(3): 211-216.
- [13] 洪君,程红,沙广林,等. 基于广义状态空间平均法的串联谐振三端口 DC/DC 变换器建模与控制 [J]. 矿业科学学报, 2020, 5(5): 546-555.
- HONG J, CHENG H, SHA G L, et al. Modeling and control of series resonant three-port DC/DC converter based on generalized state-space averaging [J]. Journal of Mining Science and Technology, 2020, 5(5): 546-555.
- [14] 申科,汪万兴,赵丹. 三有源桥 DC-DC 变换器广义状态空间平均模型及控制策略研究 [J]. 电源学报, 2024, 22(5): 161-169.
- SHEN K, WANG W X, ZHAO D. Research on generalized state-space averaging model and control strategy of triple active bridge DC-DC converter [J]. Journal of Power Supply, 2024, 22(5): 161-169.
- [15] 张涛,王辉,王成,等. 基于广义状态空间建模的串联谐振 DC/DC 变换器主动软开关控制策略 [J]. 中国电机工程学报, 2023, 43(24): 9423-9435.
- ZHANG T, WANG H, WANG CH, et al. Active soft-switching control strategy of series resonant DC/DC converter based on generalized state-space modeling [J]. Proceedings of the CSEE, 2023, 43(24): 9423-9435.
- [16] 毛秋平,赵晋斌,毛玲,等. 高频 LLC 电路纹波抑制控制策略 [J]. 电力电子技术, 2022, 56(7): 45-48.
- MAO Q P, ZHAO J B, MAO L, et al. Ripple suppression control strategy for high-frequency LLC circuit [J]. Power Electronics Technology, 2022, 56(7): 45-48.
- [17] 赵玉友,黄晓蓉,张庭森,等. 全桥 LLC 谐振变换器的积分滑模 - PI 混合控制 [J]. 控制工程, 2024, 31(7): 1286-1296.
- ZHAO Y Y, HUANG X R, ZHANG T S, et al. Integral sliding mode-PI hybrid control of full-bridge LLC resonant converter [J]. Control Engineering, 2024, 31(7): 1286-1296.
- [18] 巫春玲,张旭鑫,张震,等. 基于混合控制的全桥 LLC 谐振变换器[J/OL]. 电气工程学报: 1-8[2024-04-30].
- WU CH L, ZHANG X X, ZHANG ZH, et al. Full-bridge LLC resonant converter based on hybrid control [J/OL]. Journal of Electrical Engineering: 1-8 [2024-04-30].
- [19] 岳云涛,王成,李炳华. 全桥 LLC 谐振变换器稳定性分析与仿真研究 [J]. 计算机仿真, 2022, 39(7): 161-167.
- YUE Y T, WANG CH, LI B H. Stability analysis and simulation study of full-bridge LLC resonant converter [J]. Computer Simulation, 2022, 39(7): 161-167.
- [20] 石旭东,成博源,鲍中杭,等. 基于广义状态空间平均的 LLC 谐振变换器建模及稳定性分析 [J]. 电力系统保护与控制, 2023, 51(12): 146-155.
- SHI X D, CHENG B Y, BAO ZH H, et al. Modeling and stability analysis of LLC resonant converter based on generalized state-space averaging [J]. Power System Protection and Control, 2023, 51(12): 146-155.

作者简介

李玉东,教授,硕士生导师,主要研究方向为电气传动及自动化、电能变换等。

E-mail: lyd@hpu.edu.cn

史澳,硕士研究生,主要研究方向为电力电子。

E-mail: 2624447459@qq.com