

基于最优 LQR 单人飞行器高度控制

时 伟 包建东

(南京理工大学自动化学院 南京 210094)

摘 要: 针对单人飞行器的空中高度控制,基于其空中机动灵活的特点,对比传统的比例积分微分(PID)控制,提出最优线性二次调节器(LQR)算法实现稳定高效的控制,同时优化系统能量使用效率。首先推导并建立了飞行器动力学和运动学的数学模型,以此建立全数字化的 Simulink 仿真模型,结合线性化分析设计控制器。然后通过设计非零稳态 LQR 算法,进行了飞行器的高度控制仿真,对比不同的控制输入权重下的控制效果。结果表明,LQR 能够实现平滑稳定控制,能耗控制方面,输入权重 $R=1$ 条件下,峰值控制输入仅为稳态的 1.5 倍,相比普通控制权重下的峰值输入降低了 40% 多,达到了预期的效果。

关键词: 单人飞行器;高度控制;Simulink;LQR

中图分类号: V249.1; TN99 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 590.35

Altitude control of single person aircraft based on optimal LQR

Shi Wei Bao Jiandong

(School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: For the aerial altitude control of single person aircraft, based on its flexible aerial maneuverability, compared with traditional PID control, the optimal LQR algorithm is proposed to achieve stable and efficient control, while optimizing the energy utilization efficiency of the system. Firstly, the mathematical models of aircraft dynamics and kinematics were derived and established, and a fully digital Simulink simulation model was established based on this, combined with linear analysis to design the controller. Then, by designing a non-zero steady-state LQR algorithm, altitude control simulations of the aircraft were conducted to compare the control effects under different control input weights. The results show that LQR can achieve smooth and stable control. In terms of energy consumption control, under the condition of input weight $R=1$, the peak control input is only 1.5 times that of the steady state, which is more than 40% lower than the peak input under ordinary control weight, achieving the expected effect.

Keywords: single person aircraft; altitude control; Simulink; LQR

0 引 言

随着低空经济时代的来临,空中机动概念的兴起,飞行汽车、无人飞行器,VTOL 技术等备受关注^[1],小型通用航空器的发展未来可期。单人飞行器是一种可以让个人在空中飞行的交通工具,通常由一个座舱、一个推进器和一个控制系统组成,是未来人们的一种新型的出行方式。由于其研发及试验的成本高昂,且安全性要求严格,在大众市场上还未出现成熟的产品。

国外对于单人飞行器的研究已有 10 余年的历史,国内尚处于起步阶段。在结构形式上,主要有背负式、踏板

式和旋翼式 3 种,有代表性的如新西兰的马丁背包、法国的空中飞板和美国的电动旋翼机。动力系统上,主要采用小型涡喷发动机为动力,或者以高能锂电为动力源。

单人飞行器的控制系统,即飞控的开发,通常基于高性能嵌入式平台进行,或者可以在无人机飞控的基础上进行改制,因为两者在原理和功能上基本一致,需要增加的模块包括人机交互,安全管理等。对于控制算法的设计,以经典的比例积分微分(proportional-integral-derivative control, PID)控制为主要实现方式,在诸多研究中,通常会融合现代控制手段,以应对日益复杂的模型和控制需求。沈跃杰等^[2]利用粒子群优化算法的迭代寻优能力,实时确

定模糊控制中的量化因子,比例因子以及初始PID参数,通过模糊控制在线调整PID参数,使平稳控制中的参数时刻保持最优化,设计了一种基于粒子群优化的串级模糊PID的飞行控制系统。吴振龙等^[3]为了解决鲁棒性约束下的PID控制器的参数整定问题,把多目标遗传算法用于PID控制器的参数整定,并将优化后的PID用于控制四旋翼飞行器的飞行姿态和高度。通过仿真与传统方法整定的参数控制效果进行对比,验证了多目标遗传算法整定的PID在跟踪与干扰方面的优越性。

飞行器高度控制属于位置控制,实现并不复杂。Won等^[4]提出了一种自适应控制算法,以提高四轴飞行器在存在地面效应和时变有效载荷的情况下的高度跟踪性能。首先,使用滑模控制技术推导了一种自适应高度控制算法,以考虑四轴飞行器动力学模型中的这些不确定性。其次,应用李雅普诺夫理论来分析闭环系统的稳定性。最后,进行了多次数值模拟和实验,以验证所提出方法的有效性。余挽强等^[5]针对变形飞行器结构/飞行耦合动力学的飞行控制问题,以大展弦比飞行器为研究对象开展了变形辅助高度控制策略研究。建立了结构/飞行纵向耦合动力学模型,基于线性二次调节器(linear quadratic regulator, LQR)控制器设计方法设计了主动变形和被动变形两种控制策略,对高度跟踪进行协调控制。仿真分析了两种控制策略下的高度跟踪效果及状态变化。

上述研究中,均以实现控制目标为导向,寻求性能的改进和优化,少有提及对控制输入代价自身的优化问题,而控制输入代价自身的优化影响着系统能耗的表现。这一点对单人飞行器非常重要,因为其受重量的限制,携带燃料少,续航时间很短。本文拟以最优LQR控制可对于多目标代价优化的特性,通过调整控制输入的权重因子,在实现跟踪控制的同时,优化系统能量使用的效率。

1 飞行器系统分析

1.1 结构参数

本文所述单人飞行器采用背负式结构,躯干承载,左右各3台涡喷为动力,每台40 kg推力,“品”字形布置,中间的涡喷位置固定,前后两台底部安装有矢量喷管,通过舵机提供动力,可实现前后、左右两自由度的有限角度摆动。飞行器空中姿态稳定及位置调整,就是通过改变涡喷的推力方向和大小来控制实现。飞行器的系统组成如图1所示。飞行器主要技术参数如表1所示。

1.2 数学模型

飞行器在空中的位置可用相对地面固定坐标系的坐标来表示,而姿态表示需要用欧拉角表示,前后俯仰角为 θ ,左右横摆角为 φ ,航向角为 ψ 。其为机体坐标系与地面固定坐标系之间的角度关系,它们之间的相互转换可以用旋转矩阵^[6]进行表达。

由牛顿运动定律和科里奥利^[7]公式,可得机体坐标系

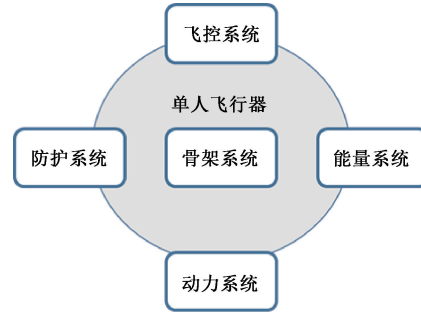


图1 单人飞行器系统组成

Fig.1 Composition of single person aircraft system

表1 飞行器技术参数

Table 1 Technical parameters of aircraft

名称	参数
外形	长×宽×高/mm 1 306×932×1 605
重量	起飞重量/kg 180
	飞行高度/m ≤500
飞行	最大飞行速度/(km·h ⁻¹) 120
	飞行时间/min 10
动力	最大推力/kg 40×3×2
其他	起飞方式 垂直起飞

下的平动和转动六自由度动力学方程为:

$$F_b = m(\dot{v}_b + \omega_b \times v_b) \quad (1)$$

$$M_b = I_b \dot{\omega}_b + \omega_b \times h \quad (2)$$

其中, I 为飞行器转动惯量,张量形式 $I_b =$

$$\begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix}, h \text{ 为角动量,且 } h = I_b \omega_b, \times \text{ 表}$$

示矢量积。定义速度和角速度的三向分量, $v_b = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}$,

$$\omega_b = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}, \text{角速度张量 } \Omega = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix}, \text{可将式}$$

(1)、(2)转换为矩阵乘积的形式,经过整理,可得:

$$F_b = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m(\dot{u} + qw - rv) \\ m(\dot{v} + ru - pw) \\ m(\dot{w} + pv - qu) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$M_b =$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} pI_x + qr(I_z - I_y) - (\dot{r} + pq)I_{xz} \\ \dot{q}I_y - pr(I_z - I_x) + (p^2 - r^2)I_{xz} \\ \dot{r}I_z + pq(I_y - I_x) + (qr - p\dot{r})I_{xz} \end{bmatrix} \quad (4)$$

飞行器所受到的合外力由气动力,重力和发动机推力3部分组成。

在气流轴系下,气动力大小可以表示为 $\frac{1}{2}\rho v^2 SC_i$, 其

中 ρ 为空气密度, v 为空速, S 为参考面积, C_i 为气动系数, 与高度、马赫数、迎角、侧滑角、滚转、俯仰和偏航角速度有关^[8]。

将气动力、重力和发动机推力相加, 可得:

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_b \\ Y_b \\ Z_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -mg \sin\theta \\ mg \cos\theta \sin\varphi \\ mg \cos\theta \cos\varphi \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中, K, Y, Z 为气动力, 由气流坐标系下计算得到的气动力转换到机体坐标系下而来; P 为发动机推力, 为左右两侧发动机各向推力在机体坐标系下的合力。

同理, 飞行器所受到的合外力矩由气动力矩和发动机推力产生的力矩两部分组成。

气动力矩的大小可以表示为 $\frac{1}{2}\rho v^2 S \bar{c} C_i$, 其中 \bar{c} 为气动合力点与质心的距离, C_i 为气动力矩系数。

飞行器左右发动机推力在机体系, 推力中心在前后方向与整体质心在同一平面, 垂直方向推力中心与质心距离: 左侧 d_{h1} , 右侧 d_{h2} 。推力中心与质心在左右水平方向的距离: 左侧 d_{L1} , 右侧 d_{L2} 。则发动机推力产生的三轴力矩表达式如下:

$$\begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{z1}d_{L1} - P_{z2}d_{L2} + P_{y1}d_{h1} + P_{y1}d_{h2} \\ P_{x1}d_{h1} + P_{x2}d_{h2} \\ P_{x1}d_{L1} - P_{x2}d_{L2} \end{bmatrix} \quad (6)$$

相加得到飞行器所受合外力矩的表达式为:

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L \\ D \\ N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中: L, D, N 为气动力矩。

以上是对飞行器动力学模型的数学推导, 飞行器的运动学模型, 可以直接由下式得到^[9]:

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin\varphi \tan\theta & \cos\varphi \tan\theta \\ 0 & \cos\varphi & -\sin\varphi \\ 0 & \sin\varphi \sec\theta & \cos\varphi \sec\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (8)$$

对式(8)积分可得飞行器姿态角。

飞行器相对于地面的速度是空速和风速之和, 设风速在地面坐标系 x, y 方向上的分量为 u_w 和 v_w , 则:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_n \\ \dot{y}_n \\ \dot{z}_n \end{bmatrix} = R_b^n \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_w \\ v_w \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

对式(9)积分可得飞行器相对地面坐标位置。其中:

$$R_b^n = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & -\sin\varphi \\ 0 & \sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix} \quad (10)$$

2 Simulink 建模及线性化分析

通过在 Simulink 中建立动力学模型和控制器模型, 可以方便的对控制算法进行仿真验证^[10]。飞行器动力学模型包含气动模型、环境模型、发动机推力模型及本体六自由度模型。

气动力模型中气动参数的获取是相对困难的, 这里使用一款开源的气动参数计算工具 DATCOM^[11], 可以快速生成空气动力学参数, 方便后续的仿真计算。

DATCOM 需要一个几何形状作为输入, 单人飞行器气动结构主要为人体结构, 这里为了简化, 以人体躯干作为几何输入, 计算空气动力学参数。

DATCOM 计算结果输出一个复杂文件, 是包含气动阻力系数, 升力系数, 气动力系数导数, 气动力矩系数的表格文件, 通过导入 DATCOM 数据块, 完成输入, 图 2 所示为气动力/力矩的 Simulink 模型, 其中迎角、侧滑角参数由机体坐标系下空速三向量计算得到。

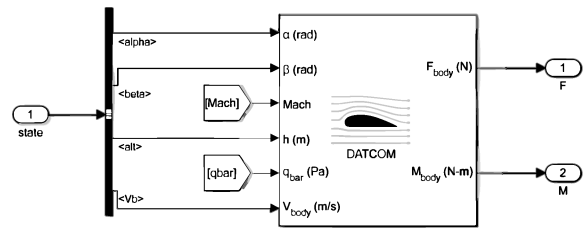


图 2 气动力/力矩 Simulink 模型
Fig. 2 Aerodynamics/torque Simulink model

环境模型包括大气模型和重力模型, 大气模型采用 COESA 标准大气模型, 输入为地高, 输出气温, 音速, 气压和空气密度, 通过音速和空速可以得到马赫数, 而空气密度则用来计算动压 q_{bar} 。单人飞行器飞行高度设计为 500 m, 其高度引起的重力变化可以忽略, 重力使用常数表达, 由于其处于地面坐标系, 需转换到机体坐标系, 如图 3 所示。

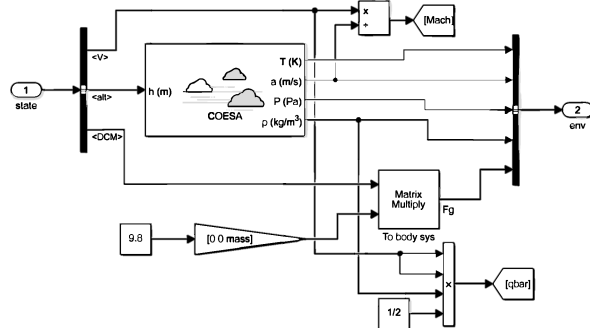


图 3 环境 Simulink 模型
Fig. 3 Simulink model of the environment

如图 4 所示, 发动机推力模型中使用 1D Lookup Ta-

ble 插值表模块表示推力,将涡喷发动机转速—扭矩参数输入表格,以发动机转速信号为控制信号,输出发动机机体坐标系下的三向推力,然后根据式(6)建立左右双发的合成力及力矩。

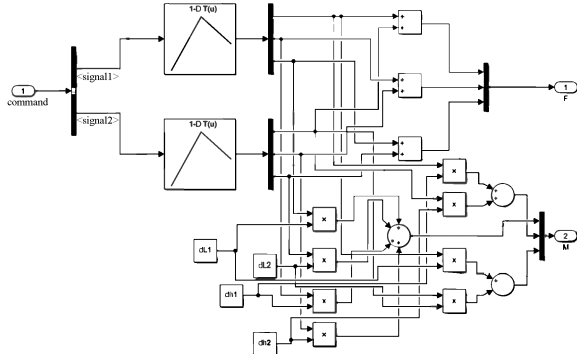


图4 发动机推力 Simulink 模型
Fig.4 Simulink model of engine thrust

飞行器本体选用集中质量六自由度动力模型,输出状态量为地系速度,体系速度,地坐标,姿态角,变换矩阵,体系角速度等。其中将地坐标 Z 向取反输出高度信息,体系速度经相应模块计算到迎角、侧滑角和空速输出,如图 5 所示。

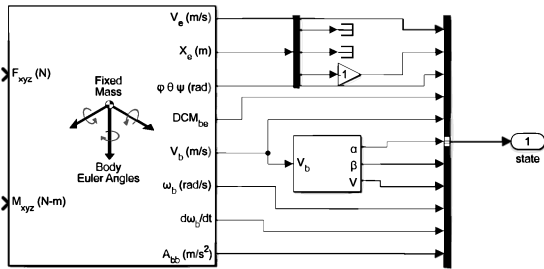


图5 飞行器本体六自由度 Simulink 模型
Fig.5 Simulink model of aircraft body with six degrees of freedom

将以上模型进行组合,合力由发动机、重力和气动力相加输入给动力学模型,合力矩由发动机力矩和气动力矩组合输入,就得到飞行器动力学模型,其中对环境模型,推力模型和本体模型进行了封装。飞行器动力学模型如图 6 所示。

飞行器数学模型中大量使用了非线性微分方程,不能用解析法进行求解,客观上给飞行器控制器设计带来了困难,通常需要将模型线性化进行分析处理,这种方法称为小扰动线性化分析^[12],也称配平计算。

通过设置平衡点,考虑小扰动,运用泰勒展开近似可以得到配平点的状态方程,就可以使用解析的方法进行分析求解。在 Simulink 中有工具直接进行线性化分析,然后根据飞行器的状态机^[13],进行相应的控制器设计。

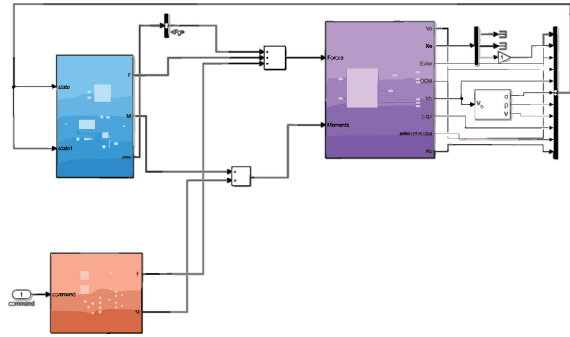


图6 飞行器动力学模型
Fig.6 Aircraft dynamics model

3 最优 LQR 算法设计

3.1 原理分析

最优控制理论是现代控制理论的重要分支之一。通过数学建模和优化方法,研究如何在给定的约束条件下,使系统的性能达到最佳。最优控制理论的核心思想是寻找一种控制策略,使系统的性能指标达到最优。最优控制中的最优化方法是一种通过优化性能指标来求解最优控制问题的方法,其中常用的方法有 LQR、线性二次估计和模型预测控制等。其中线性二次型调节器是指系统线性且性能指标采用二次型的形式,控制目标是将状态变量稳定在零的一类控制器,是现代控制理论中重要的一种控制器^[14]。

考虑一个离散型线性系统的状态空间方程如下:

$$x_{[k+1]} = Ax_{[k]} + Bu_{[k]} \quad (11)$$

式中: x 为状态向量; A 为状态矩阵; u 为控制向量(输入); B 为输入矩阵。矩阵 A 和 B 决定系统特性,系统 $k+1$ 时刻的状态变量是其 k 时刻状态变量和输入的函数, x 和 u 没有约束限制。

定义二次型性能指标为:

$$J = h(x_{[N]}) + \sum_{k=0}^{N-1} g(x_{[k]}, u_{[k]}) \quad (12)$$

$$\text{其中, } h(x_{[N]}) = \frac{1}{2} x_{[N]}^T S x_{[N]}。$$

$$g(x_{[k]}, u_{[k]}) = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} [x_{[k]}^T Q_{[k]} x_{[k]} + u_{[k]}^T R_{[k]} u_{[k]}] \quad (13)$$

式中: $x_{[N]}$ 为系统末端 N 时刻的状态向量; S 和 Q 分别为末端代价和运行代价的权重矩阵; R 为系统控制输入代价的权重矩阵。

采用逆向分级求解的方法,从 $k=N$ 开始逐级计算系统的最优代价 J^* ,通过推导,归纳,可以得出最优控制策略的一般形式为^[15]:

$$u_{[N-k]}^* = -F_{[N-k]} x_{[N-k]} \quad (14)$$

其中:

$$F_{[N-k]} = (B_{[N-k]}^T P_{[k-1]} B_{[N-k]} + R_{[N-k]})^{-1} \cdot B_{[N-k]}^T P_{[k-1]} A_{[N-k]} \quad (15)$$

以上各式构成了一个 LQR 的完整求解周期。

3.2 算法流程

LQR 是将状态变量稳定在 0 的一类算法,而飞行器的高度控制需要将系统稳定到一个常数目标。这里做一个变通,定义状态变量与常数目标的差为新的状态量^[16],同时定义新的输入为实际输入和目标输入的差。

定义增广状态矩阵:

$$\mathbf{x}_{a[k]} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k \\ \mathbf{x}_d \end{bmatrix} \quad (16)$$

状态空间方程变成:

$$\mathbf{x}_{a[k+1]} = \mathbf{A}_a \mathbf{x}_{a[k]} + \mathbf{B}_a \delta \mathbf{u}_k \quad (17)$$

其中, $\delta \mathbf{u}_k$ 为实际输入与目标输入的差,这里 $\mathbf{A}_a =$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{I} - \mathbf{A} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}, \mathbf{B}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \text{定义 } \mathbf{C}_a = [\mathbf{I} \quad -\mathbf{I}], \text{令 } \mathbf{Q}_a = \mathbf{C}_a^T \mathbf{Q} \mathbf{C}_a, \mathbf{S}_a = \mathbf{C}_a^T \mathbf{S} \mathbf{C}_a, \text{代入得到新的性能指标表达式:}$$

$$J = \frac{1}{2} \mathbf{x}_{a[N]}^T \mathbf{S}_a \mathbf{x}_{a[N]} + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} [\mathbf{x}_{a[k]}^T \mathbf{Q}_a \mathbf{x}_{a[k]} + \delta \mathbf{u}_{[k]}^T \mathbf{R} \delta \mathbf{u}_{[k]}] \quad (18)$$

LQR 非零稳态算法流程如图 7 所示。

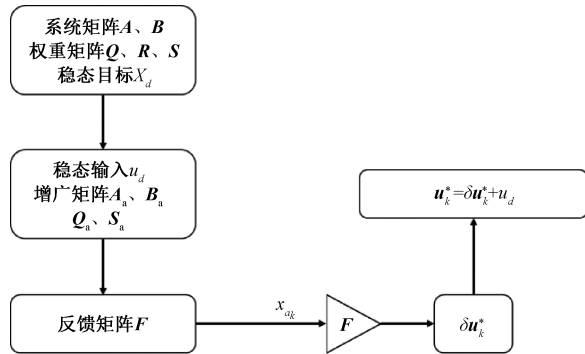


图 7 LQR 非零稳态算法流程

Fig. 7 LQR non-zero steady state algorithm flow

最终输出的 \mathbf{u}_k^* , 即为最优输入控制序列。

4 仿真及结果分析

算法设计完成后,代码转换成 Simulink 控制模块,完成整个仿真模型的闭环。高度控制仿真之前,先定义初始设定条件。

假定单人飞行器需要悬停的高度设定为 100 m,当前高度为 95 m,速度为 0。飞行器的高度控制方程中, $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0.1 & 0.005 \\ 0 & 1 & 0.1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0.005 \\ 0.1 \\ 0 \end{bmatrix}$, 状态变量初始值为 $\mathbf{x}_{[0]} = [95 \quad 0 \quad -10]^T$, 其中第 1 项为初始高度,第 2 项为速度,第 3 项为重力加速度,这里取 $g = 10 \text{ m/s}^2$ 。控制目标为常数,即 $\mathbf{x}_d = [100 \quad 0 \quad -10]^T$ 。

由飞行器重力平衡关系可知,系统稳态输入 $u_d = 10$,引入增广状态向量,得到增广形式的状态空间方程,最终

得到新的二次型表达式。

仿真定义两组控制策略,第 1 组希望飞行器迅速从初始位置到达目标位置,设置误差的权重矩阵 \mathbf{Q} 和 \mathbf{S} 大于输

入权重矩阵 \mathbf{R}, \mathbf{Q} 和 \mathbf{S} 为 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{R} = 0.1$;第 2 组加强

输入的权重,使控制量向目标输入靠近, $\mathbf{R} = 1$,仿真结果如图 8、9 所示。

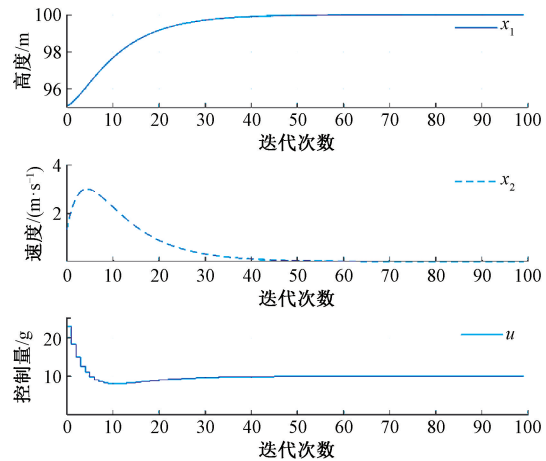


图 8 LQR 策略 1, $\mathbf{R} = 0.1$

Fig. 8 LQR strategy 1, $\mathbf{R} = 0.1$

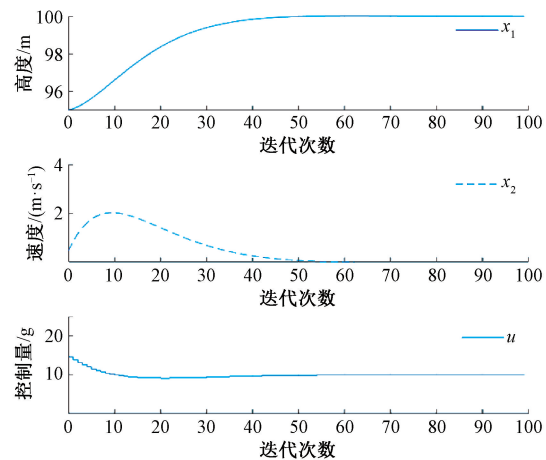


图 9 LQR 策略 2, $\mathbf{R} = 1$

Fig. 9 LQR strategy 2, $\mathbf{R} = 1$

从仿真结果看,两种策略均能使飞行器稳定到设定高度,相比传统的 PID 控制,其过程非常平滑,无超调。策略 1 到达目标位置速度更快,同时其输入偏离稳态输入更多,而策略 2 的控制输入更接近于稳态输入。这说明,策略 2 在有效实现高度控制的同时,使用的能量是较少的。

5 结论

小型飞行器空中机动灵活,其高度控制要求稳定且高效。本文在研究经典 PID 控制的基础上,提出采用最优

LQR 控制设计飞行器的高度控制算法。首先建立了飞行器的数学模型,并以此建立了 Simulink 全数字化仿真模型,结合线性化配平技术进行控制算法的设计。最后进行了高度控制的仿真,对比了不同控制输入权重下的控制效果,得出如下结论。1)单人飞行器的高度控制采用了非零稳态 LQR 控制算法,仿真结果显示,控制过程平稳、高效;2)在实现高度控制的同时,LQR 还能调节控制输入的权重,实现系统能耗的优化。

后续工作中,将进一步研究 LQR 算法对于飞行器的姿态控制的实现和控制效果。

参考文献

- [1] COHEN A P, SHAHEEN S A, EMILY M. Farrar. Urban air mobility: History, ecosystem, market potential, and challenges[J]. *Intelligent Transportation Systems*, 2021, 22(9):6074-6087.
- [2] 沈跃杰,行鸿彦,王水璋.基于粒子群优化的串级模糊 PID 无人机飞行控制系统[J]. *电子测量技术*, 2022, 45(1): 96-103.
SHEN Y J, XING H Y, WANG SH ZH. Cascade fuzzy PID UAV flight control system based on particle swarm optimization [J]. *Electronic Measurement Technology*, 2022, 45(1): 96-103.
- [3] 吴振龙,张灿,刘艳红.基于多目标遗传算法的四旋翼飞行器 PID 设计[J/OL]. *控制工程*, 1-11[2024-11-19].
WU ZH L, ZHANG C, LIU Y H. PID design of quadcopter aircraft based on multi-objective genetic algorithm [J/OL]. *Control Engineering*, 1-11[2024-11-19].
- [4] WON J L, NGUYEN M X, PHI N N, et al. Adaptive altitude flight control of quadcopter underground effect and time-varying load: Theory and experiments[J]. *Journal of Vibration and Control*, 2023,29(3-4): 571-581.
- [5] 余挽强,刘燕斌,陈柏屹.大展弦比飞行器变形辅助高度控制策略[J]. *北京航空航天大学学报*, 2024, 50(5): 1746-1752.
SHE W Q, LIU Y B, CHEN B Y. Deformation assisted altitude control strategy for high aspect ratio aircraft [J]. *Journal of Beihang University*, 2024, 50(5): 1746-1752.
- [6] 唐震宇,张云.多传感器数据融合的四轴飞行器姿态角解算[J]. *自动化与信息工程*, 2023, 44(1): 33-38.
TANG ZH Y, ZHANG Y. Attitude angle calculation of quadcopter using multi-sensor data fusion [J]. *Automation and Information Engineering*, 2023, 44(1): 33-38.
- [7] ANTON K, NIKOLAY D. Effect of the Earth's daily rotation on the operation of aircraft in the Arctic[J]. *Transportation Research Procedia*, 2021, 57: 301-307.
- [8] 王超,王贵东,白鹏.飞行仿真气动力数据机器学习建模方法[J]. *空气动力学学报*, 2019, 37(3): 488-497.
WANG CH, WANG G D, BAI P. Machine learning modeling method for aerodynamic data in flight simulation [J]. *Journal of Aerodynamics*, 2019, 37(3): 488-497.
- [9] DRELA M. *Flight Vehicle Aerodynamics* [M]. Cambridge: MIT Press, 2014.
- [10] 姚红,程文华,张雅声.飞行器动力学与控制 Simulink 仿真[M]. 北京:国防工业出版社,2018.
YAO H, CHENG W H, ZHANG Y SH. *Simulink Simulation of Aircraft Dynamics and Control* [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2018.
- [11] 杜永良.基于 DATCOM 的飞机初步设计[J]. *航空计算技术*, 2016,46(1): 1-4.
DU Y L. Preliminary design of aircraft based on DATCOM [J]. *Aeronautical Computing Technology*, 2016, 46(1): 1-4.
- [12] 张珑耀,贾云飞,陶灿辉.基于反馈线性化的水下飞行器最优控制算法研究[J]. *战术导弹技术*, 2023(4): 103-108.
ZHANG L Y, JIA Y F, TAO C H. Research on optimal control algorithm for underwater aircraft based on feedback linearization [J]. *Tactical Missile Technology*, 2023(4): 103-108.
- [13] SPAGNOLO C, SUMSUROOAH S, HILL I C, et al. Finite state machine control for aircraft electrical distribution system[J]. *The Journal of Engineering*, 2018, 2018(13): 506-511.
- [14] ELAGIB R, KARAASRLAN A. Implementation and stabilization of a quadcopter using arduino and the combination of LQR and SMC methods[J]. *Journal of Engineering Research and Reports*, 2022: 42-58.
- [15] 王天威,黄军魁.控制之美卷 2 最优化控制 MPC 与卡尔曼滤波器[M]. 北京:清华大学出版社,2023.
WANG T W, HUANG J K. *The Beauty of Control [Volume2] Optimal Control MPC and Kalman Filter*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2023.
- [16] 齐强,卜祥伟,姜宝续,等.输入受限乘波体飞行器的最优跟踪控制方法[J]. *南京航空航天大学学报*, 2021,53(S1): 38-44.
QI Q, BU X W, JIANG B X, et al. Optimal tracking control method for input restricted wave vehicle [J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics*, 2021, 53(S1): 38-44.

作者简介

时伟, 硕士研究生, 主要研究方向为飞行控制仿真。
E-mail: 348027376@qq.com

包建东(通信作者), 博士, 副教授, 主要研究方向为智能仪器、测试技术等。
E-mail: baojd025@163.com