

基于模态坐标变换梁分布动载荷识别技术

姜鑫 张方 姜金辉

(南京航空航天大学机械结构力学及控制国家重点实验室 南京 210016)

摘要:针对工程结构中的 Bernoulli-Euler 梁结构,基于模态坐标变换理论,将待识别的分布动载荷利用固有振型函数在模态空间内进行分解,建立分布动载荷的各阶时间函数系数与各阶模态激励的线性关系。频域内,根据模态理论由梁上测点响应利用 Tikhonov 正则化方法识别出梁的各阶模态坐标响应(正则化参数由 L 曲线法确定),从而识别出各阶模态激励,得到分布动载荷的各阶时间函数系数,还原 Bernoulli-Euler 梁结构上承受的分布动载荷。本文动载荷识别理论适用于不同的分布动载荷类型,通过计算机仿真,验证了该方法的通用性和较高的识别精度。仿真过程中加入随机噪声,识别结果证明了该方法具有良好的抗噪能力,有效提高了载荷识别的信噪比。

关键词:动载荷识别;模态坐标变换;分布动载荷;Tikhonov 正则化方法;L 曲线法

中图分类号: TN911.4 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 410.20

Technology in identification of distributed load for beam model based on model coordinate transform

Jiang Xin Zhang Fang Jiang Jinhui

(State Key Laboratory of Mechanics and Control of Mechanical Structures, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: Based on the model coordinate transformation theory, the distributed load to be identified on Bernoulli-Euler beam structure in engineering structures can be decomposed in model space with natural modes of vibration to establish the liner relationship between each order time function coefficient of the distributed load and each order modal excitation. In frequency domain, based on the modal theory each order modal coordinate response of the beam can be identified from the response date of the measuring points on the beam with the Tikhonov regularization method (regularization parameters are determined by the L-curve method). Then each order modal excitation and time function coefficient of the distributed load can be identified to rebuild the distributed load on Bernoulli Euler beam structure. The load identification theory proposed in the paper is applicable to all types of loads. The computation simulations show the the universality of the theory and the excellent identification accuracy. Joined random noise, the simulation process shows that the method presented is not sensitive to the measured-date-noise, exhibiting well signal-to-noise in load identification.

Keywords: load identification; model coordinate transformation; distributed load; Tikhonov regularization method; L-curve method

1 引言

工程结构中很多梁结构可简化为 Bernoulli-Euler 梁结构进行处理。如何准确地识别作用在梁结构上的分布动载荷一直以来是一个技术难点,在实际工程中占有重要的地位。

近年来,国内外学者对点载荷、移动载荷识别技术的研究逐渐成熟,但对于结构上连续分布的动载荷识别技

术^[1-4]尚处于基础研究阶段。张方和徐梅^[5]等人针对旋转梁结构,引入二维正交多项式理论,以正交多项式序列作为基函数拟合分布动载荷,利用时域下的连续梁载荷识别理论去识别未知力。该方法在足够多的响应点信息前提下,具有较高的识别精度,且简单有效,适合工程应用。秦远田^[6]根据张量积二维小波理论,利用 Daubechies 小波的正交性,建立了基于梁结构动力学方程和有限元方程的一维分布动载荷的识别方法:二维小波-伽辽金法。该方法

将时域中复杂的卷积关系变成小波域中简单方程组的求解,能有效识别一维结构上的分布动载荷且计算效率高。姜金辉和张方^[7]等人基于传统的分布动载荷时域识别理论,提出了一种基于固有振型的复杂结构分布动载荷时域识别技术,该方法对复杂结构分布动载荷识别可以避免模型坐标映射,仿真表明该方法切实可行。目前一维系统上的分布动载荷识别技术以及分布动载荷位置识别技术已经日趋成熟^[8-9]。

分布动载荷识别技术研究具有重要的理论意义和应用前景,它属于动载荷识别技术中较难的一项课题,它的难点在于识别的对象为无限维的动载荷,同时动载荷作用的动力学系统也是无限维系统,利用有限的响应信息量反演无限维的动载荷具有较大的挑战性。

本文针对 Bernoulli-Euler 梁结构上的一维分布确定性动载荷,利用固有振型函数在模态空间内进行分解,根据模态理论在频域内利用 Tikhonov 正则化方法^[10-11]识别分布动载荷,该方法可以避免频响函数矩阵求逆时病态问题,矩阵的运算次数较少同时能有效抑制信号噪声^[12],得到的识别结果比较满意。

2 Bernoulli-Euler 梁的结构动力学方程

等截面均质 Bernoulli-Euler 梁横向振动动力学方程:

$$\rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = f(x, t) \quad (1)$$

式中: ρ 为梁的质量密度, A 为梁的横截面积, E 为材料弹性模量, I 为截面惯性矩, $f(x, t)$ 为梁时域下所受分布力, u 为梁横向变形。

对于长为 l 的 Bernoulli-Euler 梁,根据模态理论,将梁振动位移响应的物理坐标转换为模态坐标,最后得到梁上任意位置 x 处的位移响应为:

$$u(x, t) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(x) \int_0^t h_i(t - \tau) f_i(\tau) d\tau \quad (2)$$

式中: $f_i(t) = \int_0^l f(x, t) \varphi_i(x) dx$ 为时域模态力; $\varphi_i(x)$ 为梁固有振型函数; $h_i(t)$ 为单位脉冲响应函数。

3 基于模态坐标变换的 Bernoulli-Euler 梁分布确定性动载荷识别理论

3.1 模态坐标响应识别

根据模态理论有:

$$u(x, t) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(x) q_i(t) \quad (3)$$

记 $\mathbf{u}(t) = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t))^T, \mathbf{q}(t) = (q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t))^T$

$$\Phi = \begin{bmatrix} \varphi_1(x_1) & \dots & \varphi_n(x_1) \\ \vdots & & \vdots \\ \varphi_1(x_m) & \dots & \varphi_n(x_m) \end{bmatrix}$$

则式(3)简记为:

$$\mathbf{u}(t) = \Phi \mathbf{q}(t) \quad (4)$$

式中: m 为梁上所取测点数, n 为模态截断数, $u_m(t)$ 表示梁上位置 x_m 处位移时域响应, $q_n(t)$ 为梁 n 阶模态坐标时域响应, Φ 为梁固有振型矩阵。

对式(4)两边作傅氏变换,得频域下方程:

$$\mathbf{U}(\omega) = \Phi \mathbf{Q}(\omega) \quad (5)$$

不采用正则化方法直接求最小二乘广义逆有:

$$\mathbf{Q}(\omega) = [\Phi^T \Phi]^{-1} \Phi^T \mathbf{U}(\omega) = \Phi^+ \mathbf{U}(\omega) \quad (6)$$

Tikhonov 正则化解:

$$\mathbf{Q}(\omega) = (\Phi^* \Phi + \alpha \mathbf{I})^{-1} \Phi^* \mathbf{U}(\omega) \quad (7)$$

式中:“ T ”表示矩阵转置,“ $+$ ”表示广义逆,“ $*$ ”表示求伴随矩阵,“ -1 ”表示求逆, \mathbf{I} 表示单位阵, $\alpha \geq 0$ 表示正则化参数,由 L-曲线准则确定。

根据式(6)或(7)由梁上测点位移响应数据可识别出频域模态坐标位移响应 $\mathbf{Q}(\omega)$ 。

3.2 模态激励识别

频域下有:

$$\mathbf{F}(\omega) = \mathbf{B}(\omega) \mathbf{Q}(\omega) \quad (8)$$

式中:

$$\mathbf{B}(\omega) = \begin{bmatrix} B_1(\omega) & & \\ & \ddots & \\ & & B_n(\omega) \end{bmatrix} B_i(\omega) = m_i \omega_i^2 \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_i} \right)^2 + 2j \zeta_i \left(\frac{\omega}{\omega_i} \right) \right]$$

$\mathbf{F}(\omega) = (F_1(\omega), F_2(\omega), \dots, F_n(\omega))^T, F_n(\omega)$ 为频域 n 阶模态力。

根据式(8)由识别出的模态坐标位移响应 $\mathbf{Q}(\omega)$ 可识别出频域下模态激励 $\mathbf{F}(\omega)$,并对 $\mathbf{F}(\omega)$ 作傅氏逆变换可得时域下模态激励 $\mathbf{f}(t) = (f_1(t), f_2(t), \dots, f_n(t))^T$ 。

3.3 物理分布动载荷识别

根据模态理论分布动载荷利用固有振型函数在模态空间分解(n 为模态截断数):

$$f(x, t) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(x) a_i(t) \quad (9)$$

根据固有振型正交性取: $\varphi_i(x) = \frac{\rho A}{\sqrt{m_i}} \varphi_i(x)$

则时域模态激励:

$$f_i(t) = \int_0^l f(x, t) \varphi_i(x) dx =$$

$$\sum_{j=1}^n \int_0^l \varphi_j(x) a_j(t) \varphi_i(x) dx = \sqrt{m_i} a_i(t) \quad (10)$$

由公式(10)根据识别出的时域模态激励可识别出分布动载荷 $f(x, t)$ 的时间函数系数:

$$a_i(t) = \frac{f_i(t)}{\sqrt{m_i}} \quad (11)$$

从而可识别出 $f(x, t)$:

$$f(x, t) = \sum_{i=1}^n \frac{\rho A}{\sqrt{m_i}} \varphi_i(x) \cdot \frac{f_i(t)}{\sqrt{m_i}} =$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{\rho A}{m_i} \varphi_i(x) f_i(t) \quad (12)$$

4 仿真算例

如图1所示,受分布动载荷的等截面均质 Bernoulli-Euler 梁模型,梁两端简支,梁的长度为 l , 矩形横截面长为 a , 宽为 b , 材料密度为 ρ , 弹性模量为 E , 受垂直于 x 轴方向的分布力 $f(x, t)$ 作用, 根据第3章推导的理论, 将计算得到的位移响应值作为已知量, 反向识别出加载的分布载荷的幅值和相位信息, 从而验证上节所介绍理论的正确性。

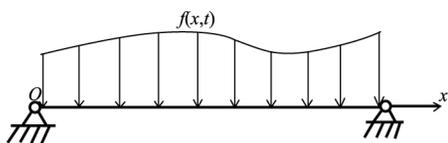


图1 Bernoulli-Euler 梁模型

系统参数设定: $l=1\text{ m}$, $a=b=0.02\text{ m}$, $\rho=7\ 600\text{ kg/m}^3$, $E=2.1 \times 10^{11}\text{ pa}$, 各阶模态阻尼比 $\xi=0.01$, 简谐分布力频率 $\omega_0=60\text{ Hz}$, 测量点数 $m=10$, 模态截断数 $n=10$ 。

加载在梁上的简谐分布力幅值 $f(x) = 10 \cdot \sin(3x)$, 真实分布力幅值和识别的分布力幅值对比(无噪声无正则化), 响应测量点加入 5% 的随机噪声识别的正则化解, 响应测量点加入 10% 的随机噪声识别的正则化解分别如图2、图3、图4所示, 相应的识别最大误差和识别平均误差如表1所示。

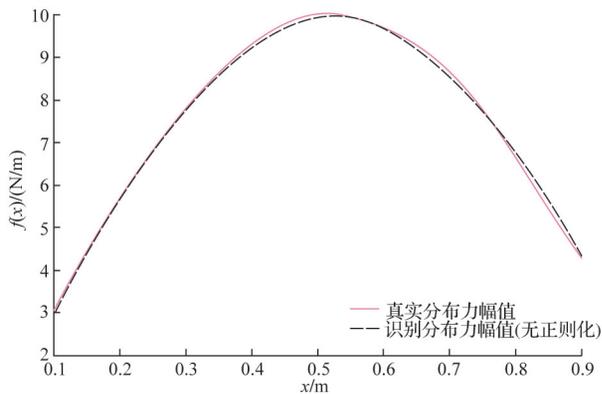


图2 真实分布力和识别分布力对比
(无噪声无正则化)

表1 识别误差表

工况	识别最大 误差/%	平均识别 误差/%
无噪声干扰	3.72	1.06
5%噪声干扰(无正则化)	5.11	1.54
5%噪声干扰(正则化解)	3.83	1.28
10%噪声干扰(无正则化)	6.25	2.67
10%噪声干扰(正则化解)	3.98	1.96

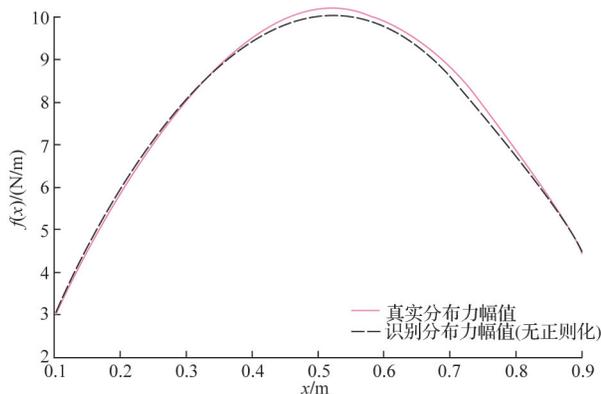


图3 真实分布力和识别分布力对比图
(响应有 5% 噪声正则化解)

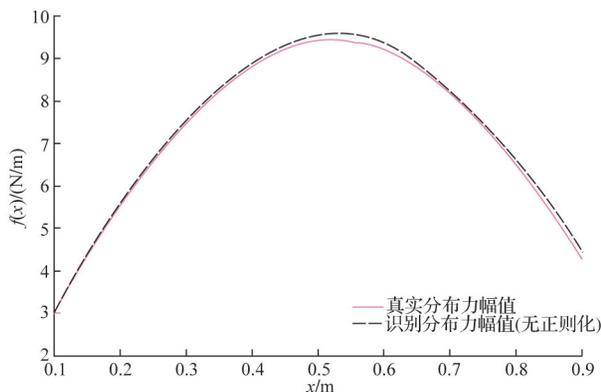


图4 真实分布力和识别分布力对比图
(响应有 10% 噪声正则化解)

从表1可以看出当无噪声干扰时, 识别结果会有一些的误差, 误差主要来源于响应点数据信息的局限性、模态截断、系统模态参数识别误差、分布动载荷分解的级数等, 这是无法避免的, 只能采取一定的措施减少误差, 如所取响应点足够多, 取足够阶模态等; 当响应有噪声干扰时不采用正则化方法直接求广义逆分布动载荷识别结果误差较大, 而采用正则化方法得到的识别结果误差较小, 比较理想, 说明 Tikhonov 正则化方法可以有效抑制噪声干扰, 从而也验证了本文动载荷识别理论的正确性。

5 结 论

本文研究了 Bernoulli-Euler 梁上一维分布确定性动载荷的识别方法, 基于模态坐标变换, 将分布动载荷在模态空间内进行分解, 使分布动载荷识别问题转化为模态激励识别问题, 从而在模态坐标空间下解决分布动载荷识别问题, 避免了频响函数矩阵求逆时病态问题。针对噪声干扰引入 Tikhonov 正则化方法, 有效抑制噪声干扰。正则化参数由 L-曲线准则确定, 使解范数和残量范数取得合理的平衡, 得到最优正则化参数。

该方法不仅适用于 Bernoulli-Euler 梁上各种类型一维分布动载荷识别问题,还适用于薄板等各种简单工程结构表面上各种类型分布动载荷识别问题,可避免响函数矩阵求逆时病态问题,具有一定的抗噪声能力。但也有一定的局限性,动载荷识别的精度与模态参数的识别精度有关,容易造成误差的积累传递。

参考文献

- [1] 毛玉明,林剑锋,刘靖华,等.动载荷反演分析技术研究综述[J].动力学与控制学报,2014,12(2):97-104.
- [2] 刘凡,张方.基于 LABVIEW 的二维动载荷识别系统[J].电子测量技术,2008,31(12):82-85.
- [3] 汪焱,张方,姜金辉,等.三维 MUSIC 近场噪声源识别算法仿真[J].国外电子测量技术,2014,33(2):25-28.
- [4] 褚志刚,段云扬,沈林邦,等.奇异值分解波束形成声源识别方法[J].电子测量与仪器学报,2014,28(11):1177-1184.
- [5] 张方,徐梅,邓军,等.基于正交多项式旋转梁分布动载荷时域识别[J].传感器与微系统,2011,30(1):25-28.
- [6] 秦远田.分布动载荷识别的二维小波-伽辽金方法[J].振动、测试与诊断,2012,32(6):1005-1009.
- [7] 姜金辉,张方,陈寅,等.基于固有振型的复杂结构分布动载荷时域识别[J].振动、测试与诊断,2012,32(4):581-585.
- [8] 毛玉明.动载荷反演问题时域分析理论方法和实验研

究[D].大连:大连理工大学,2010.

- [9] 杨帆,张方.基于小波级数分解法的动载荷识别研究[J].清华大学学报:自然科学版,2013,53(8):1166-1171.
- [10] 张志飞,陈思,徐中明,等.基于反问题的正则化波束形成改进算法[J].仪器仪表学报,2015,36(8):1752-1758.
- [11] LIU CH, XU L J, CAO ZH. Measurement of nonuniform temperature distribution by combining line-of-sight TDLAS with regularization methods [J]. Instrumentation, 2014, 1(3): 43-57.
- [12] 姜洲,丁华平,沈庆宏.具有瞬时较大波动的信号降噪方法研究[J].电子测量技术,2015,38(3):116-119.

作者简介

姜鑫,1990年出生,硕士研究生,主要研究方向为动载荷识别。

E-mail: asi.lan@163.com

张方,1962年出生,博士,教授,主要研究方向为复杂结构动载荷识别、机械结构动力学、噪声与振动控制、振动信号数据分析、振动测试虚拟仪器设计。

E-mail: zhangf@nuaa.edu.cn

姜金辉,1981年出生,博士,副教授,主要研究方向为振动测试与数据处理、动载荷识别、虚拟仪器设计与实现。

E-mail: jiangjinhui@nuaa.edu.cn

R&S CMW500 宽带无线通信测试仪:支持更高阶调制方式,提高 LTE 和 LTE-A 的数据速率

256QAM 和 64QAM 的调制方式在 LTE 和 LTE-Advanced(LTE-A)的上下行都可以增加数据速率。罗德与施瓦茨现在在 R&S CMW500 宽带无线通信测试仪上提供这些创新的方式。

在 2016 年巴塞罗那世界移动通信大会上,罗德与施瓦茨公司演示了 LTE-Advanced 下行四载波的载波聚合射频测试。该解决方案是由包含两台 R&S CMW500 和一台 CMWC 控制器的 CMWflexx 系统来完成。每个 R&S CMW500 产生两路采用 256QAM 调制方式的 2x2 MIMO 载波。整套 CMWflexx 系统可以实现下行高达 800 Mbps

的高数据吞吐量。

CMWC 控制器的研发使得 CMWflexx 像 CMW500 一样操作极为简单。用户有很大的灵活性,因为 CMW500 也可以单独使用。同时也具备其他一些测试功能,如上行载波聚合,FDD/TDD 组合操作以及 8X2 MIMO 的 LTE 4CC。

此外,罗德与施瓦茨还在 CMW500 上演示上行 64QAM 调制方式的射频测试。这些调制方法可以有效地提高 LTE 上行链路的数据速率。测试涵盖数据吞吐量达到 75 Mbps 的单载波和 150 Mbps 的 LTE-Advanced 上行链路载波聚合组合。