

基于三线阵二维信号波达方向估计方法

兰 榕¹ 周伟光² 罗积润¹

(1. 中国科学院电子学研究所 北京 100190; 2. 中国电子科技集团公司第十四研究所 南京 210013)

摘要:当利用传统平行线阵对高仰角进行波达方向的估计时会存在失效现象,针对该阵列的结构特点,分析此现象及其出现的原因。然后在此基础上,设计了一种三线阵结构,根据三线阵结构的特点计算4个互相关矩阵。利用得到的互相关矩阵构造一个大矩阵,对大矩阵进行特征分解得到信号子空间,最后通过Esprit算法对二维入射角进行估计。本文对俯仰角进行独立估计,可以有效地避免失效现象的出现。仿真结果证实了本文结构的有效性。

关键词:双平行线阵;三线阵;估计失效;波达方向

中图分类号: TN957.2 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.4020

Method forestimating 2-D DOA based on a threelinear array

Lan Rong¹ Zhou Weiguang² Luo Jirun¹

(1. Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China; 2. Institute of China Electronics Technology Group CO., LTD. 14, Nanjing 210013, China)

Abstract: There is a failure phenomenon in the estimation of high elevation angle by using the traditional parallel linear array. This paper analyses the failure phenomenon and the cause according to the structural characters of the array. Then on this basis, a three-linear array is designed and four cross-correlation matrixes are calculated on the characteristic of its structure. The signal space is obtained via the eigen-decomposition of the large matrix constructed by the four cross-correlation matrix. Finally the two dimensional angle is computed through the Esprit arithmetic. The failure phenomenon could be avoided because of the independent estimation of the elevation angle. The simulation result indicates the effectiveness of the three-linear array.

Keywords: parallel linear array; three linear array; estimation failure; DOA

1 引言

信号波达方向的估计是阵列信号处理领域中的关键问题^[1-2]。它在雷达、声呐、射电天文等领域有着广泛的应用。在实际通信过程中,信号的传播处于三维空间中,需要二维方向角度才能精确地表示来波方向。针对二维波达方向估计,已有很多研究成果,如二维MUSIC算法^[3-4]和ESPRIT算法^[5-8]、二维传播算子算法^[9-11]。但二维MUSIC算法需要在二维参数空间进行谱峰搜索,计算量大;二维传播算子算法所需阵元数较多;而二维ESPRIT算法存在参数配对的问题。针对上述问题,文献[6]利用双平行线阵的特性形成9个相关矩阵,然后利用二维ESPRIT空间平滑法求解,无需谱峰搜索,参数自动配对;文献[7]在此基础上改进,只需3个相关矩阵构造一大矩阵即可求解波达方向。

对于上述文献中双平行线阵的各种测向算法,由于去噪方面的不足,所获结果均存在相对明显的估计误差,特别是在高仰角时会出现俯仰角无法有效估计的现象。本文在深入分析此现象的基础上,设计一种三线阵模型,通过避开噪声的影响,独立估计俯仰角,以减少估计误差和避免高仰角估计失效等问题。

2 传统双平行线阵存在的问题

传统双平行线阵的模型如图1所示,它由 L_1 、 L_2 两个平行线阵,并将 L_1 线阵分为 X_1 、 X_2 前后两个子阵,对 X_1 、 X_2 、 L_2 阵列的接收数据进行互相关运算,然后运用Esprit算法即可求得二维方向角为^[3-4]:

$$p_k = \sin\theta_k \cos\varphi_k q_k = \sin\theta_k \sin\varphi_k \quad (1)$$

收稿日期:2016-03

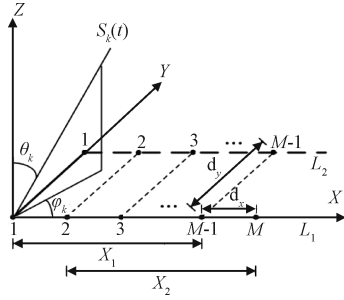


图1 双平行线阵

$$\varphi_k = \arctan\left(\frac{q_k}{p_k}\right) \quad (2)$$

$$\theta_k = \arcsin\left(\sqrt{p_k^2 + q_k^2}\right) \quad (3)$$

在实际通信测向过程中,利用式(3)求解俯仰角。由于无法完全去噪, p_k, q_k 会有估计误差。当俯仰角 θ_k 趋近 90° 时,可能出现 $p_k^2 + q_k^2 > 1$, 此时 $\arcsin(\cdot)$ 无实数解,俯仰角无法得到估计值,算法失效。

信噪比为 0 dB、10 dB、20 dB,方位角为 30° ,俯仰角在 $70^\circ \sim 90^\circ$ 之间时采用文献[6]中的算法测向 500 次的估计失效概率如图 2 所示。

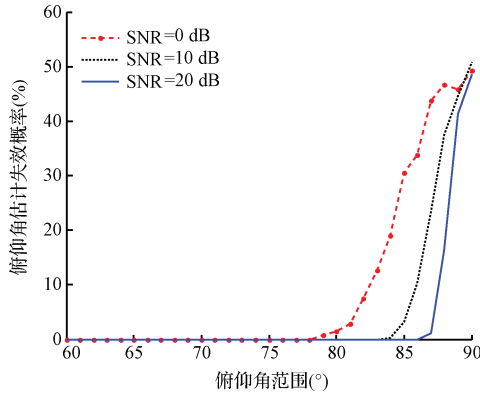


图2 双平行线阵估计失效概率

从图中可以看出,估计失效的概率随着俯仰角的增大呈现增大的趋势,而且信噪比越低,开始出现估计失效的俯仰角角度越小。当俯仰角为 90° 时估计失效的概率已经达到 50% 左右。

3 三线阵模型和公式

针对在高仰角时出现估计错误的问题,本文在传统双平行线阵的 Z 轴增加一个 M 个阵元的线阵 L_3 。同 L_1 线阵一样,将 L_3 线阵分为上下两个子阵 Z_1, Z_2 。以 L_1 线阵的第一个阵元为参考阵元, L_1 及 L_2 线阵阵元之间的间距为 d_x, L_1 与 L_2 线阵阵元之间的间距为 d_y, L_3 线阵阵元之间的间距为 d_z ,取 $d_x = d_y = d_z = d = \frac{\lambda}{2}$ (λ 为入射信号中的最

小波长),构建一个三线阵模型,如图 3 所示。

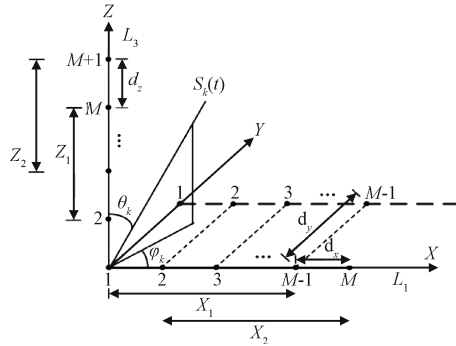


图3 三线阵模型

假设远场有 D 个窄带独立信号入射到天线阵上,且第 i 个入射信号的二维角为 (θ_i, φ_i) , 其中 $(i = 1, 2, \dots, D)$, 每个阵元接收的信号噪声为相互统计独立的零均值、方差 σ^2 的高斯白噪声,且噪声与信号之间相互独立。则 5 个阵列接收的信号可以表示为^[2]:

$$\mathbf{X}_1 = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_{M-1}(t)]^T = \mathbf{A}_x \mathbf{S}(t) + \mathbf{N}_{x1}(t) \quad (4)$$

$$\mathbf{X}_2 = [x_2(t), x_3(t), \dots, x_M(t)]^T = \mathbf{A}_y \Phi_x \mathbf{S}(t) + \mathbf{N}_{x2}(t) \quad (5)$$

$$\mathbf{Y} = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_{M-1}(t)]^T = \mathbf{A}_z \Phi_y \mathbf{S}(t) + \mathbf{N}_y(t) \quad (6)$$

$$\mathbf{Z}_1 = [z_1(t), z_2(t), \dots, z_{M-1}(t)]^T = \mathbf{A}_z \mathbf{S}(t) + \mathbf{N}_{z1}(t) \quad (7)$$

$$\mathbf{Z}_2 = [z_2(t), z_3(t), \dots, z_M(t)]^T = \mathbf{A}_z \Phi_z \mathbf{S}(t) + \mathbf{N}_{z2}(t) \quad (8)$$

式中: $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \mathbf{Y}, \mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_2$ 分别表示阵列 X_1, X_2, L_2, Z_1, Z_2 的接收数据, $\mathbf{S}(t), \mathbf{N}_{x1}(t) \sim \mathbf{N}_{z2}(t)$ 分别为入射信号和 X_1, X_2, L_2, Z_1, Z_2 子阵接收的信号噪声:

$$\mathbf{S}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_D(t)]^T \quad (9)$$

$$\mathbf{N}_{x1}(t) = [n_{x1}(t), \dots, n_{x_{M-1}}(t)]^T \quad (10)$$

$$\mathbf{N}_{x2}(t) = [n_{x2}(t), \dots, n_{x_M}(t)]^T \quad (11)$$

$$\mathbf{N}_y(t) = [n_{y1}(t), \dots, n_{y_{M-1}}(t)]^T \quad (12)$$

$$\mathbf{N}_{z1}(t) = [n_{z1}(t), \dots, n_{z_{M-1}}(t)]^T \quad (13)$$

$$\mathbf{N}_{z2}(t) = [n_{z2}(t), \dots, n_{z_M}(t)]^T \quad (14)$$

$$\mathbf{A}_x = [\mathbf{a}_x(\theta_1, \varphi_1), \dots, \mathbf{a}_x(\theta_D, \varphi_D)]^T \quad (15)$$

$$\mathbf{a}_x(\theta_i, \varphi_i) = [1, \dots, u^{M-2}(\theta_i, \varphi_i)]^T \quad (16)$$

$$\mathbf{A}_z = [\mathbf{a}_z(\theta_1, \varphi_1), \dots, \mathbf{a}_z(\theta_D, \varphi_D)]^T \quad (17)$$

$$\mathbf{a}_z(\theta_i, \varphi_i) = [\mathbf{w}(\theta_i, \varphi_i), \dots, \mathbf{w}^{M-1}(\theta_i, \varphi_i)]^T \quad (18)$$

$$\Phi_x = \text{diag}(u(\theta_1, \varphi_1), \dots, u(\theta_D, \varphi_D)) \quad (19)$$

$$\Phi_y = \text{diag}(v(\theta_1, \varphi_1), \dots, v(\theta_D, \varphi_D)) \quad (20)$$

$$\Phi_z = \text{diag}(w(\theta_1, \varphi_1), \dots, w(\theta_D, \varphi_D)) \quad (21)$$

$$u(\theta_i, \varphi_i) = e^{j(2\pi/\lambda) dx \sin\theta_i \cos\varphi_i} \quad (22)$$

$$v(\theta_i, \varphi_i) = e^{j(2\pi/\lambda) dy \sin\theta_i \sin\varphi_i} \quad (23)$$

$$w(\theta_i, \varphi_i) = e^{j(2\pi/\lambda) dz \cos\theta_i} \quad (24)$$

4 基于三线阵的测向算法

对上述5个阵列的接收信号进行互相关处理,可得到互协方差矩阵:

$$\mathbf{R}_1 = E[\mathbf{X}_1 \mathbf{Z}_1^H] = \mathbf{A}_x \mathbf{R}_s \mathbf{A}_x^H \quad (25)$$

$$\mathbf{R}_2 = E[\mathbf{X}_2 \mathbf{Z}_2^H] = \mathbf{A}_y \Phi_x \mathbf{R}_s \mathbf{A}_y^H \quad (26)$$

$$\mathbf{R}_3 = E[\mathbf{X}_2 \mathbf{Z}_2^H] = \mathbf{A}_y \Phi_x \mathbf{R}_s \Phi_x^H \mathbf{A}_y^H \quad (27)$$

$$\mathbf{R}_4 = E[\mathbf{Y} \mathbf{Z}_1^H] = \mathbf{A}_z \Phi_y \mathbf{R}_s \mathbf{A}_z^H \quad (28)$$

式中: $\mathbf{R}_s = E[\mathbf{S}(t)\mathbf{S}(t)^H]$ 为 $D \times D$ 的信号相关矩阵,由于入射信号彼此之间独立,因此 \mathbf{R}_s 为对角矩阵,式(27)可改写成:

$$\mathbf{R}_3 = E[\mathbf{X}_2 \mathbf{Z}_2^H] = \mathbf{A}_y \Phi_x \Phi_x^H \mathbf{R}_s \mathbf{A}_y^H \quad (29)$$

然后构造一个 $4(M-1) \times (M-1)$ 的大矩阵:

$$\mathbf{R} = [\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{R}_3, \mathbf{R}_4]^T \quad (30)$$

对矩阵 \mathbf{R} 进行奇异值分解,获得 D 个大特征值对应的特征矢量,并由此得到信号子空间 \mathbf{U}_s ,由于信号子空间 \mathbf{U}_s 和 \mathbf{R} 的阵列流型张成的子空间是相等的,所以存在一个非奇异矩阵 \mathbf{T} 使得^[2]:

$$\mathbf{U}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s1} \\ \mathbf{U}_{s2} \\ \mathbf{U}_{s3} \\ \mathbf{U}_{s4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{A}\Phi_x \\ \mathbf{A}\Phi_x\Phi_x^H \\ \mathbf{A}\Phi_y \end{bmatrix} \mathbf{T} \quad (31)$$

\mathbf{A} 是由 \mathbf{A}_x 和 \mathbf{A}_z^H 产生的转换矩阵,令 $\Psi_x = \mathbf{T}^{-1} \Phi_x \mathbf{T}$, $\Psi_y = \mathbf{T}^{-1} \Phi_y \mathbf{T}$, $\Psi_z = \mathbf{T}^{-1} \Phi_z^H \mathbf{T}$.

由式(31)式得:

$$\begin{cases} \mathbf{U}_{s2} = \mathbf{U}_{s1} \Psi_x \\ \mathbf{U}_{s4} = \mathbf{U}_{s1} \Psi_y \\ \mathbf{U}_{s3} = \mathbf{U}_{s2} \Psi_z \end{cases} \quad (32)$$

对式(32)求解获得 Ψ_x 、 Ψ_y 、 Ψ_z ,然后对矩阵 Ψ_x 、 Ψ_y 、 Ψ_z 进行特征分解,便可得到包含二维方向角信息的3个对角矩阵 Φ_x 、 Φ_y 和 Φ_z^H .由于特征分解是各自独立进行的,得到的特征向量顺序不一定相同,所以由 Ψ_x 、 Ψ_y 、 Ψ_z 特征分解得到的 \mathbf{T} 并不相等,将其各自命名为 \mathbf{T}_1 、 \mathbf{T}_2 、 \mathbf{T}_3 .不过,由于同一信号的特征向量是强相关的,可以通过构造排序矩阵 \mathbf{G} ,对特征值排序实现配对:

$$\mathbf{G}_1 = \mathbf{T}_1^{-1} \mathbf{T}_2 \quad (33)$$

$$\mathbf{G}_2 = \mathbf{T}_3^{-1} \mathbf{T}_2 \quad (34)$$

根据 \mathbf{G}_1 和 \mathbf{G}_2 每一行的最大值的坐标来调整 Φ_x 、 Φ_z^H 中对角元素的顺序,实现与 Φ_y 对角元素的对应.于是,便可以通过下式获得二维角信息:

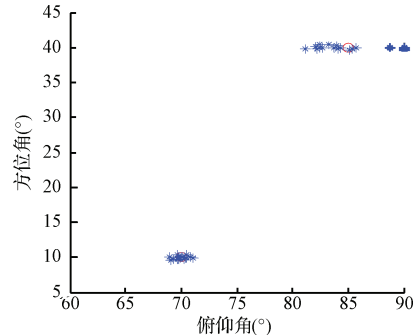
$$\varphi_k = \arctan\left(\frac{\text{angle}(\Phi_{y1})}{\text{angle}(\Phi_{x1})}\right) \quad (35)$$

$$\theta_k = \arccos\left(\frac{\lambda}{2\pi d} \text{angle}(\Phi_{z1})\right) \quad (36)$$

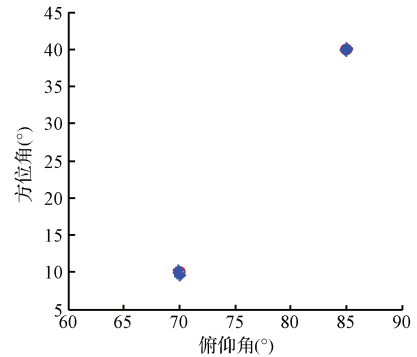
5 仿真实验与结果

为了验证本文提出的三线阵模型及其算法的有效性,做了下面两个仿真实验.

实验1:取 $M=8$,两个独立窄带信号的入射二维角分别为 $(70^\circ, 10^\circ)$ 、 $(85^\circ, 40^\circ)$,载波频率为 100 MHz,信噪比 10 dB,快拍数 100 次,进行 20 次独立实验,如图4所示为采用文献[6]的双平行线阵算法和本文算法得到的星座图.



(a)双平行线阵算法结果



(b)本文算法结果

图4 星座图

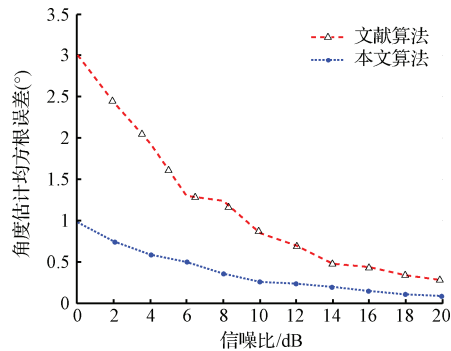
从图4(a)可以看出文献[6]中算法结果有明显偏离,且在高仰角 85° 时出现估计失效,圆圈处即是.本文的算法能得到正确的估计结果,而且结果分布比较紧凑.

实验2:改变信噪比,进行 200 次独立实验,其他条件同实验1,得到如图5所示的估计方差随信噪比变化的曲线图.

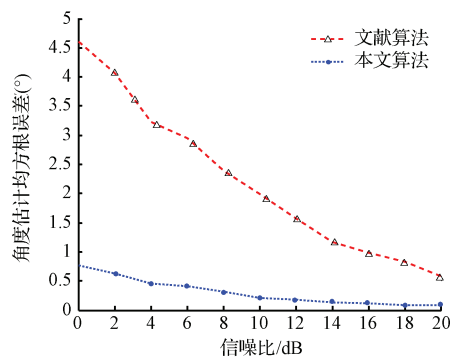
均方根误差定义为:

$$E_{\text{RMSE}} = \sqrt{E\{(\hat{\theta} - \theta)^2\} + E\{(\hat{\varphi} - \varphi)^2\}} \quad (37)$$

从图5可以看出,采用本文算法得到的角度估计精度要高于文献算法的估计精度,在小信噪比时这种精度差别更加明显.



(a) (70°, 10°)信号估计均方差对比



(b) (85°, 40°)信号估计均方差对比

图5 估计方差对比

6 结论

本文针对传统平行线阵在高仰角时出现估计失效的原因,通过在 z 轴上添加一个线阵,实现俯仰角的单独估计,解决了估计失效的问题。相比传统平行线阵,新阵型的估计精度更高,理论分析和仿真结果都证明了此结论。

参考文献

- [1] 张小飞,汪飞,徐大专. 阵列信号处理的理论与应用[M]. 北京:国防工业出版社,2013.
- [2] 王永良,陈辉,彭应宁,等. 空间谱估计理论与算法[M]. 北京:清华大学出版社,2004.

- [3] 司伟建,蓝晓宇,刘学. 提高二维 DOA 估计分辨率的改进 MUSIC 算法[J]. 西安电子科技大学学报, 2012,39(2):138-144.
- [4] 郑植,李广军,滕云龙. 基于双平行线阵的相干分布源二维 DOA 估计[J]. 电波科学学报, 2010(6): 1123-1129.
- [5] 姜晖,单洁,石敏. 基于传播算子的二维 ESPRIT 算法[J]. 西安邮电大学学报, 2013(2):18-21.
- [6] 曾操,廖桂生,王洪洋. 一种基于双平行线阵相干源二维波达方向估计的新方法[J]. 雷达科学与技术, 2003,1(2):104-108.
- [7] 刘志君,康晓涛,杨宇飞,等. 基于双平行线阵二维相干信号 DOA 估计新方法[J]. 长春理工大学学报:自然科学版, 2008,31(4):94-97.
- [8] 刁鸣,魏挺. 一种改进的二维 ESPRIT 算法[J]. 山东大学学报:工学版, 2010,40(2):149-152.
- [9] LI J, ZHANG X, CHEN H. Improved two-dimensional DOA estimation algorithm for two-parallel-uniform linear arrays using propagator method[J]. Signal Processing, 2012,92(12): 3032-3038.
- [10] HE J, LIU Z. Extended aperture 2-D direction finding with a two-parallel-shaped-array using propagator method[J]. IEEE Antennas Wireless Propagation Letters, 2009,8(4): 323-327.
- [11] XIA T Q, ZHENG Y, WAN Q, et al. 2-D angle of arrival estimation with two parallel uniform linear arrays for coherent signals[C]. IEEE National Radar Conference, 2007:244-247

作者简介

兰榕,1992年出生,硕士研究生。主要研究方向为高功率微波源与技术。

E-mail:lanrong13@mails.ucas.ac.cn

罗积润,教授,博士生导师。主要研究方向为高功率微波源与技术。