

新型快速 DOA 估计算法

任晓航 单宝堂 吴昊

(装备学院昌平士官学校测控通信系 北京 102249)

摘要:针对传统 MUSIC 算法进行 DOA(direction of arrival)估计计算量过大、难以实现实时处理的问题,提出了一种新型测向算法。基于信号子空间与噪声子空间的正交性,利用部分噪声子空间进行变步进谱峰搜索,通过减少单个伪谱值估计运算量、减小谱峰搜索范围以及规避信号源个数估计过程,大幅降低了算法实现复杂度,同时优化加法和乘法运算数配比,将乘法运算量减少至 1/4 以下,降低了硬件运算负荷,可实现信号实时处理。通过计算机建模、仿真及性能比对,验证了该方法对运算性能的改进效果。

关键词:DOA 估计;噪声子空间;变步进搜索;实时处理

中图分类号: TN2 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 520.604

New algorithm of fast DOA

Ren Xiaohang Shan Baotang Wu Hao

(Department of Communication and Tracking, Changping NCO School of the Equipment Institute,
Beijing 102249, China)

Abstract: To meet real-time processing, a new direction finding algorithm is proposed for reducing the huge computation of traditional MUSIC algorithm in DOA estimation. Based on the orthogonal of signal and noise subspace, this algorithm uses the partial noise subspace to search the spectrum peak with variable stepping. It substantially lowers the implementation complexity by reducing the calculation of single pseudo spectrum and spectrum searching range, avoiding signal number estimation, and optimizes addition and multiplication operation for less than a quarter computations. The new DOA algorithm can realize real-time signal processing with less operation load. The performance is proved through modeling, simulation and comparison.

Keywords: DOA estimation; noise subspace; variable stepping search; real-time signal process

1 引言

阵列信号处理近 30 年得到了长足的发展,广泛应用于军事与国民经济领域,如:雷达、声纳、制导、移动通信、地质勘查、医学诊断等。空间谱估计作为阵列信号处理的重要研究方向,得到了国内外学者的广泛研究。MUSIC 算法^[1]、ESPRIT 算法^[2]是空间谱估计中的典型算法,相对 Pisarenko 谐波提取方法^[3]、Capon 最小方差法^[4]等,具有超分辨率特性。MUSIC 算法的基本原理是对阵列接收数据的自相关矩阵进行特征分解,获取噪声子空间与信号子空间,利用其正交性,构造空间谱(伪谱),通过谱峰搜索,估计非相关平面波的 DOA。

然而谱峰搜索需要计算搜索范围内每个角度对应的

伪谱值,随着阵元个数增加,噪声子空间变大,谱峰搜索精度提高,庞大的运算量成为工程实现的瓶颈。在阵列信号处理时,为了满足高分辨率需求,通常情况下,阵元个数大于信源个数的两倍,噪声子空间是较大的,因此本文提出了一种新型快速算法,选取部分噪声子空间进行变步进谱峰搜索,从而大大减少运算量,有利于实现实时处理。

2 数学模型

空间 K 个远场窄带信号 $s_i(t)$ $i=1,2,\dots,K$ 以不同的角度 θ_i 入射到 M 元均匀天线阵上。假设各阵元接收天线各向同性并且接收通道一致、无互耦合,则阵元接收信号为:

$$\mathbf{X}(t) = \sum_{i=1}^K \mathbf{a}(\theta_i) s_i(t) + \mathbf{N}(t) \quad (1)$$

收稿日期:2016-04

式中: $\mathbf{X}(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ \cdots \ x_M(t)]^T$ 为 M 阵元输出; $\mathbf{a}(\theta_i) = [1 \ e^{-j\varphi_i} \ \cdots \ e^{-j(M-1)\varphi_i}]^T$ ($i = 1, 2, \dots, K$) 为方向矢量, 其中 $\varphi_i = 2\pi d \sin\theta_i / \lambda$, λ 为波长, d 为阵间距; $s_i(t)$ 为第 i 个信号; $\mathbf{N}(t) = [n_1(t) \ n_2(t) \ \cdots \ n_M(t)]^T$, $n_m(t)$ 表示第 m 天线通道的噪声。

设信源间两两不相关, 接收噪声是理想高斯白噪声, 计算阵列接收数据的自相关矩阵, 并对其进行特征分解, K 个大特征值对应的特征矢量张成信号子空间 \mathbf{U}_s , $M-K$ 个小特征值对应的特征矢量张成噪声子空间 \mathbf{U}_N 。

在理想情况下, 方向矢量正交于噪声子空间的特征矢量, 与信号子空间的特征矢量同构。在实际中, 由于观测时间有限, 采样快拍数不足, $\mathbf{a}(\theta_i)$ 与 \mathbf{U}_N 并不完全正交, 因此构建伪谱, 通过对伪谱峰值的搜索实现 DOA 估计。伪谱函数如下:

$$\mathbf{P}(\theta)_{\text{music}} = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{U}_N \mathbf{U}_N^H \mathbf{a}(\theta)} = \frac{1}{\sum_{i=K+1}^M |\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{u}_i|^2} \quad (2)$$

式中: \mathbf{u}_i ($i = K+1, \dots, M$) 为噪声子空间特征矢量, $\theta \in [-90^\circ, 90^\circ]$ 。

综上所述, 传统 MUSIC 算法分 3 步:

- 1) 自相关矩阵计算;
- 2) 特征分解, 根据信源个数估计划分出噪声子空间;
- 3) 谱峰搜索。要实现快速测向, 需要减少各步的运算时间, 在硬件实现上, 特征分解通常采用算法稳定、收敛快、求解特征值精度较高的 Jacobi 算法, 通过硬件线性剖析分析可知, 运算耗时主要集中在第 1、3 步^[5-12]。因此对谱峰搜索进行算法改进, 减少运算量, 有利于提高运算速度, 实现实时测向。

3 新型快速 DOA 估计算法

为了减少传统 MUSIC 算法的运算量, 降低算法复杂度, 有利于实现实时处理, 提出了一种新型快速 DOA 估计算法, 算法运算流程如图 1 所示。

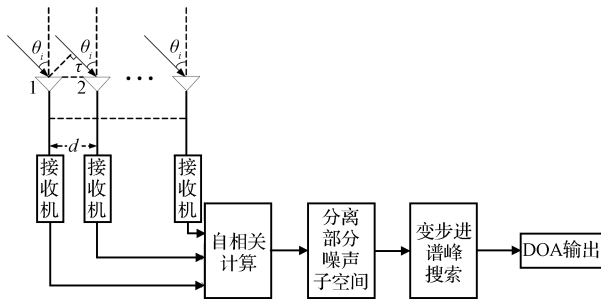


图 1 新型算法流程

该算法采用部分噪声子空间构造伪谱, 通过变步进谱峰搜索完成快速 DOA。

由第 2 节可知, 对 M 阵元采样数据的自相关矩阵进行特征分解, 在理想状态下, 得到 M 个特征值满足 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \lambda_K > \lambda_{K+1} = \cdots \lambda_M$, 由文献[1]可知前 K 个大特征值

对应的特征矢量张成信号子空间, $M-K$ 个小特征值对应的特征矢量张成噪声子空间。因为 $M-K$ 个小特征值相等, 其所对应的特征矢量与信号子空间的正交性等价, 因此可以选取一部分小特征值对应的特征矢量构成部分噪声子空间用于谱峰搜索。

在非理想状态下, M 个特征值发生变化 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \lambda_K \geq \lambda_{K+1} \geq \cdots \lambda_M$, 噪声子空间的特征值在一定程度上增大, 不完全相等, 此时通过特征值比较, 区分信号子空间与噪声子空间的界限不明显, 可以选取受影响较小的最小的几个特征值对应的特征矢量构成部分噪声子空间。

根据阵列信号理论, 由于分辨率需求, 一般情况下满足 $M > 2K$, 设噪声子空间特征矢量数为 n , 又因为 $n + K = M$, 所以 $n > M/2$ 。可以取 $n_i \in [1, M/2]$ 个最小特征值对应的向量进行谱峰搜索, 由式(2)可以看出, 在每个伪谱值计算时运算量得到减少。利用部分噪声子空间进行谱峰搜索, 避免了信号源个数估计, 降低了算法实现复杂度, 减少了运算量, 有利于硬件实现。

由于 MUSIC 算法基于子空间的正交性构造伪谱, 其谱峰值远大于没有信号的地方, 且在信号 θ 的邻域范围外, 大部分伪谱比较平坦, 谱值较小。所以可以设置一个门限, 先采用大步进进行谱峰搜索, 确定高于门限的谱峰所在邻域, 然后采用小步进进一步进行精确搜索。对于均匀线阵, 搜索范围: $\sin\theta \in [-1, 1]$ 。

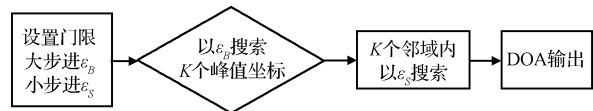


图 2 变步进搜索流程

其中, 搜索邻域 r 必须大于谱峰宽度, 且使得所有搜索点在 $[-1, 1]$ 之间, 若不满足, 则最小坐标点的左邻域和最大坐标点的右邻域需进行限制。如果两坐标点较近, 其间距的一半小于 r , 则需对此两点的邻域重新设置, 否则搜索重复。

4 算法性能分析

4.1 运算量分析

由于在实际应用中, 复数按实部、虚部分开存放, 因此一个复乘运算, 需要进行 4 次乘运算, 2 次加运算。计算一个谱值, 需要 $(M-K)(4M+2)$ 次乘运算, $(M-K)(4M-1)$ 次加运算。传统 MUSIC 算法谱峰搜索, 采用步进 ϵ_s , 需要 $(M-K)(4M+2)(2/\epsilon_s+1)$ 次乘运算, $(M-K)(4M-1)(2/\epsilon_s+1)$ 次加运算。假设大步进搜索找出 K 个值需要进行 p 次, 则共搜索 $2^p/\epsilon_B$ 个点, 小步进搜索 Kr/ϵ_s+1 个点, 因此本文提出的算法计算量为:

$$\text{乘运算: } n_1(4M+2)(2^p/\epsilon_B + Kr/\epsilon_s + 2)$$

$$\text{加运算: } n_1(4M-1)(2^p/\epsilon_B + Kr/\epsilon_s + 2)$$

由于 r 较小, 所以 $Kr \ll 2$, 且 $n_1 < n$, 因此同精度搜索下, 新算法运算量明显减少。

4.2 性能仿真分析

仿真采用 $M = 8$ 阵元均匀线阵, $d = \lambda/2$, 信噪比 $SNR = 10$ dB, 采样快拍数 $N = 1024$, 传统谱峰搜索步进等于小步进 $\epsilon_s = 0.0008$, 大步进搜索 $\epsilon_B = 0.2$ 。

实验 1: 新型快速 DOA 估计算法与传统算法比较

入射信号 $K = 2$, 来波方向 $15^\circ, 45^\circ$, 部分噪声子空间特征矢量数 $n_1 = M/2$, 采用 100 次独立试验, 仿真结果对比如图 3~5 所示。

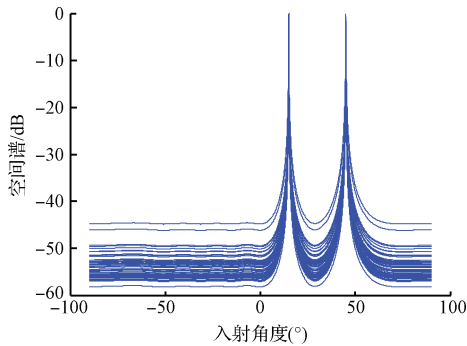


图 3 传统 MUSIC 算法伪谱

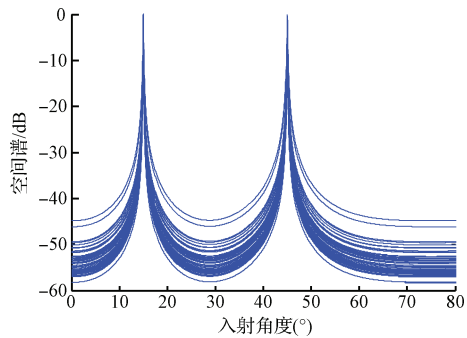


图 4 传统 MUSIC 算法伪谱(局部图)

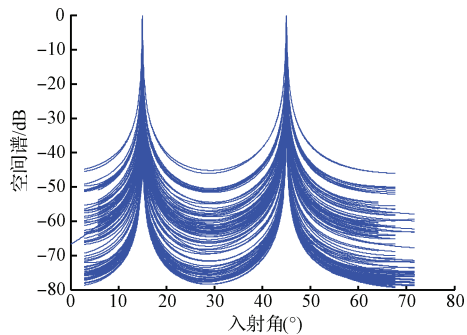


图 5 新型快速 DOA 估计算法

由图 3 和图 5 的比较可以看出, 传统算法精确搜索范围是 $-90^\circ \sim 90^\circ$, 搜索点数多, 计算量大, 而采用新方法精确搜索主要集中在 15° 及 45° 周围, 搜索范围小, 有效降低

了计算量。如图 4 所示为传统算法伪谱图 $0 \sim 80^\circ$ 内截取图, 与图 5 对比可以看出, 两种方法都可以对来波进行精确测向, 虽然新方法在测角两侧的伪谱值比传统方法大, 但是谱峰更尖锐, 在信噪比一定的情况下, 两种测向算法性能相当。

实验 2: 两种算法的 RMSE 及计算量比较

采用新方法和传统方法在不同信噪比下方均根误差 (RMSE) 比较。

$$RMSE = \sqrt{\sum_{i=1}^{num} (\theta - \theta_i)^2 / num} \quad (3)$$

式中: θ 为来波真实方向, θ_i 为测量方向, num 为独立仿真次数。仿真条件: 入射信号 $K = 1$, 来波方向 30° , 部分噪声子空间特征矢量数 $n_1 = M/2$, 采用 100 次独立试验, 仿真结果如图 6 所示。

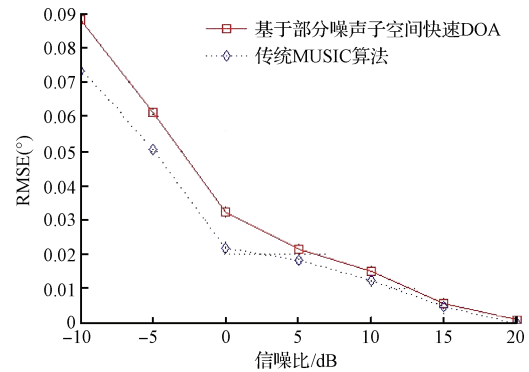


图 6 两种方法 RMSE 比较

由图 6 可得, 在信噪比低端该新型估计算法的 RMSE 较传统 MUSIC 算法略大, 但随着信噪比的提高, RMSE 逐渐收敛于 MUSIC 算法, 新旧算法性能相当, 均满足精度需求。

如图 7 所示为不同信源个数情况下两种算法的计算量比较, 由于乘法运算消耗的硬件资源较加法大得多, 因此比较时着重针对乘法运算进行。由图可看出, 新型快速 DOA 算法乘法运算量明显少于传统 MUSIC 算法, 均维持在 $1/4$ 比例之下, 可极大降低硬件资源需求, 更容易实现实时处理。

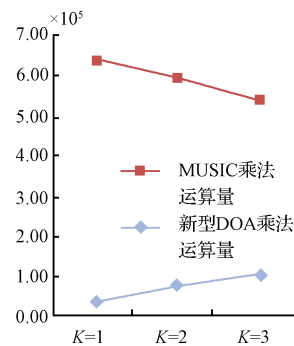


图 7 两种方法计算量比较

5 结论

本文提出的新型快速 DOA 算法根据阵列信号理论,采用部分噪声子空间构建伪谱,既减少了运算量,又避免了信号源个数估计流程,解决了传统 MUSIC 算法信源个数估计不准确时算法性能差以及利用整个噪声子空间构建伪谱时运算量大的问题。

通过进一步利用变步进谱峰搜索法进行算法优化后再次大幅降低乘法运算量,更有利于实现实时测向。在一定信噪比下,新算法与传统算法性能相当,均满足精确测向要求。

参考文献

- [1] SCHMIDT R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. IEEE Transaction on Antennas and Propagation, 1986,37(5):276-280.
- [2] ROY R, PAULRAJ A, KAILATH T. Estimation of signal parameters via rotational invariance techniques-ESPRIT[J]. International Society for Optics and Photonics, 1986:94-101.
- [3] KAY S M, MARPLE JR S L. Spectrum analysis-a modern perspective [J]. Proceedings of the IEEE, 1981,69(11): 1380-1419.
- [4] CAPON J. High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis [J]. Proceedings of IEEE, 1969, 57(8):1408-1418.
- [5] 刘皓,魏平. 特定并行处理机上 MUSIC 算法的并行实现[J]. 系统工程与电子技术, 2001,23(1):87-89.
- [6] 刘皓,魏平,肖先赐. 一种实对称矩阵特征值提取的高效并行算法及实现 [J]. 通信学报, 2001, 22(9): 115-121.
- [7] 高勇,刘皓. MUSIC 算法在高速 DSP 上的并行实现[J]. 通信学报, 2000,21(4):84-88.
- [8] 刘晓,李海森,周天. 波束域相位中心互相关 DOA 估计方法 [J]. 电子测量与仪器学报, 2012, 26(3): 202-207.
- [9] 郑植,李广军,滕云龙. 一种相干分布源二维中心 DOA 估计方法 [J]. 电子测量与仪器学报, 2009, 23(12):21-26.
- [10] 田彪,黄海宁,叶青华,等. 多子阵高分辨实时波达估计算法研究 [J]. 仪器仪表学报, 2010, 31(3): 513-518.
- [11] 郭强,赵国庆. 基于矩阵变换的均匀线阵测向方法研究 [J]. 国外电子测量技术, 2006,25(10):10-13.
- [12] 伍逸枫,杨俊东,路通. 相干信源 DOA 估计算法研究 [J]. 电子测量技术, 2008,31(11):41-43.
- [1] SCHMIDT R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. IEEE Transaction on Antennas and Propagation, 1986,37(5):276-280.
- [2] ROY R, PAULRAJ A, KAILATH T. Estimation of signal parameters via rotational invariance techniques-ESPRIT[J]. International Society for Optics and Photonics, 1986:94-101.
- [3] KAY S M, MARPLE JR S L. Spectrum analysis-a modern perspective [J]. Proceedings of the IEEE, 1981,69(11): 1380-1419.
- [4] CAPON J. High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis [J]. Proceedings of IEEE, 1969, 57(8):1408-1418.
- [2] 高君,高鑫,孙显. 基于几何特征的高分辨率 SAR 图像飞机目标解译方法 [J]. 国外电子测量技术, 2015, 34(8):21-28.
- [3] 鲁小丽,王岩飞,潘卓,等. 基于剪切波变换的 SAR 图像舰船检测 [J]. 电子测量技术, 2014,37(6):54-58,62.
- [4] 保铮,邢孟道,王彤. 雷达成像技术 [M]. 北京:电子工业出版社, 2005.
- [5] 高敏. 基于 CS 的 SAR 目标识别 [D]. 西安:西安电子科技大学, 2010.
- [6] WU J, CUI ZH M, SHENG V S, et al. A comparative study of SIFT and its Variants [J]. Measurement Science Review, 2013,13(3):122-131.
- [7] 杜赓. 基于尺度不变特征的人脸识别 [D]. 北京:北京邮电大学, 2010.
- [8] CUI Y P, HU J W, YANG H Q. Automatic target recognition of ISAR images based on SIFT features [J]. Journal of Xidian University, 2009, 36(4):725-728.
- [9] 王永明,王贵锦. 图像局部不变形特征与描述 [M]. 北京:国防工业出版社, 2010.
- [10] HEIKKILA M, PIETIKAINEN M, SCHMID C. Description of interest regions with local binary patterns [J]. Pattern Recognition, 2009,42(3):425-436.
- [11] 吴锐航. 基于 SIFT 特征的图像检索技术研究 [D]. 厦门:厦门大学, 2007.
- [12] 罗代建,陈怀新,俞鸿波. 基于尺度不变特征转换的图像自动配准方法 [J]. 电讯技术, 2008,48(9):79-83.
- [13] 梁金星,万晓霞,刘强. 基于 SIFT 算法的可见光宽带光谱图像配准方法研究 [J]. 湖南工业大学学报, 2015,29(2):57-63.
- [14] 李会丽. 空间目标 ISAR 成像仿真及基于 ISAR 像的目标识别 [D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2008.

作者简介

任晓航,女,1986 年出生,硕士,主要研究方向为试验通信、无线电通信技术。
E-mail:renxiaohh@163.com

作者简介

张维坤,1991 年出生,男,山东青岛人,装备学院硕士研究生,主要研究方向为 SAR 信息处理与电子对抗。
E-mail:qingdaoweikun@163.com

叶伟,1969 年出生,男,江苏徐州人,装备学院博士生导师,教授,主要研究方向为空间信息对抗。

(上接第 21 页)