

# 蒙特卡洛法在气压传感器检定结果 不确定度评定中的应用

李文博 杨波 颜平江

(天津市气象探测中心 天津 300061)

**摘要:** GUM法是评定测量不确定度的一般方法,以传播不确定度的方式提供输出量的包含区间,在线性模型条件下能够提供较为准确的评定结果,气象仪器检定结果的不确定度评定也采用GUM法进行。然而,当测量模型和计算较为复杂时,GUM法得到的结果可能出现较大的偏差。蒙特卡洛方法(MCM)以传播概率分布的方式,为测量不确定度的评定提供了一种通用的数值方法。以气压传感器检定结果为例,运用MCM进行不确定度评定,并用MCM评定结果验证了GUM法评定结果的准确性。结果表明,GUM法评定结果未能通过验证,说明GUM法在气压传感器检定结果的不确定度评定方面可能存在一定的问题,而用MCM可以得到更为准确可靠的包含区间。

**关键词:** 计量检定;气压传感器;不确定度;GUM法;蒙特卡洛法

**中图分类号:** TN06 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 410.55

## Application of Monte Carlo method in uncertainty evaluation of air pressure sensors verification results

Li Wenbo Yang Bo Yan Pingjiang

(Tianjin Meteorological Observation Center, Tianjin 300061, China)

**Abstract:** GUM is a common method for uncertainty evaluation. Inclusion intervals are calculated by propagating uncertainty with GUM, which can get accurate evaluation results. Uncertainties of meteorological instruments verification results are also evaluated by GUM. However, GUM results may appear deviation when measurement model and calculations are complex. Monte Carlo Method (MCM) provides a general numerical method for uncertainty evaluations by propagating probability distribution. Take verification results of air pressure sensors as examples, uncertainty was evaluated by MCM and GUM results were verified. Results showed that GUM results did not pass the verification. There are some problems in evaluating air pressure uncertainty with GUM. A more accurate inclusion interval can be calculated by MCM.

**Keywords:** verification; air pressure sensor; uncertainty; GUM; monte carlo method

### 1 引言

不确定度是根据所用到的信息,表征赋予被测量值分散性的非负参数<sup>[1]</sup>,表明了测量结果的可靠性<sup>[2]</sup>,也是衡量测量结果质量的重要指标。对检定和校准结果进行不确定度分析与评定是计量机构的一项重要工作,科学合理地评定测量不确定度对量值传递起着重要的作用。

目前,测量不确定度的评定一般采取JJF 1059.1—2012《测量不确定度评定与表示》中规定的评定方法(guide to the uncertainty in measurement,简称GUM法)。GUM法是采用不确定度传播率得到测量结果估计

值的不确定度的方法,该方法的提出解决了诸多测量不确定度评定方面的问题,但同时也存在着局限性。例如,测量模型为非线性模型或近似为线性模型时,或输入量概率分布为非对称分布时,以及计算过程中泰勒级数高阶项的近似等都会对评定结果产生误差<sup>[3]</sup>。2008年,计量指南联合委员会在GUM法的基础上做了重要补充,即采用蒙特卡洛法(Monte Carlo method,简称MCM)评定测量不确定度,我国也于2012年颁布了JJF 1059.2—2012《用蒙特卡洛法评定测量不确定度》<sup>[4]</sup>。

以Vaisala公司的PTB330型气压传感器为测量对象,依据JJG(气象)001—2011《自动气象站气压传感器检

收稿日期:2016-04

定规程》得到的检定结果为基础,依托 MATLAB 软件用蒙特卡洛方法对气象用气压传感器的检定结果进行不确定度评定,并与 GUM 法评定的不确定度进行比较,验证 GUM 法评定结果的可靠性和准确度。

## 2 MCM 评定测量不确定度

### 2.1 MCM 基本原理

MCM 是一种通过重复抽样实现分布传播的数值方法<sup>[5]</sup>,通过对输入量的概率密度函数(PDF)离散抽样,将输入量的分布通过测量模型进行传播,可以得到输出量的 PDF 离散抽样值,根据输出量的离散分布可以获取输出量的最佳估计值、标准不确定度和包含概率下的包含区间<sup>[6]</sup>。根据大数定律和中心极限定理,抽样次数越大,输出量的最佳估计值等特性的计算质量越高<sup>[7-8]</sup>。

### 2.2 MCM 评定测量不确定度的步骤

MCM 测量不确定度的评定主要包括测量模型的建立、确定输入量的 PDF、模拟抽样、计算输出量模型值、总结报告等。具体实施步骤如下<sup>[9]</sup>:

1) 确定输入量  $X_1, X_2, \dots, X_N$ , 定义输出量  $Y$ , 分析不确定度来源;

2) 建立输出量  $Y$  与输入量  $X_1, X_2, \dots, X_N$  之间的测量模型  $Y=f(X_1, X_2, \dots, X_N)$ ;

3) 确定输入量  $X_i$  的概率密度函数类型(正态分布、均匀分布、三角分布等);

4) 确定蒙特卡洛法试验次数  $M$ ;

5) 对输入量  $X_i$  的概率密度函数  $g_{xi}(\xi_i)$  进行  $M$  次随机抽样,得到样本值  $x_{ir}(i=1, 2, \dots, N, r=1, 2, \dots, M)$ ;

6) 根据测量模型  $Y=f(X_1, X_2, \dots, X_N)$  和输入样本矢量  $(x_{1r}, x_{2r}, \dots, x_{Nr})$  计算得到输出量的模型值  $y_r=f(x_{1r}, x_{2r}, \dots, x_{Nr})$ ;

7) 将  $M$  个输出量的模型值递增排序,从而得到  $Y$  的分布函数  $g_y(\eta)$  的离散表示  $G$ ;

8) 确定  $Y$  的估计值  $y$  和  $y$  的标准不确定度  $u(y)$ :

$$y = E(Y)$$

$$u(y) = \sqrt{\sigma^2(y)}$$

式中:  $\sigma^2(y)$  为输出量  $Y$  的方差;

9) 由  $g_y(\eta)$  确定在给定包含概率  $p$  时,被测量  $Y$  的包含区间  $[y_{low}, y_{high}]$ 。

### 2.3 MCM 的实现方法

当研究的问题或对象具有概率特征时, MCM 可以借助计算机模拟的方法进行随机抽样,根据抽样结果计算统计量或参数的值。计算机具有计算速度快、数据存储量大的特点,可以进行大量模拟抽样。随着抽样次数的增加,得到的统计结果也更加稳定可靠。因此,通过计算机软件便可实现高复杂度随机过程的设定、大容量和高速度的系统抽样和大量数据的统计计算。

近年来,随着计算机技术及软件技术的不断发展,诸

如 MATLAB、Excel 等数据处理软件大量出现,其中尤以 MATLAB 在数据处理和数学运算方面使用广泛。MATLAB 功能强大、运算效率极高,是一种专门进行矩阵运算的软件,几乎可以解决计算中的任何问题,非常适合用于蒙特卡洛方法的测量不确定度评定。

## 3 MCM 评定实例

根据 JJG(气象) 001-2011《自动气象站气压传感器检定规程》,对 Vaisala 公司的 PTB330 型气压传感器进行检定,以 745-16B 型数字气压计为标准器,以 CPC6000 型压力控制器为气压发生装置,以 34401A 型数字万用表为输出测量设备。为了使测量结果和不确定度评定结果更加准确可靠,获得更大的自由度,将检定规程中“每个压力点读取 3 次标准器示值和被检气压传感器的输出值”改为“每个压力点读取 10 次标准器示值和被检气压传感器的输出值”,检定的压力点分别为 600 hPa、700 hPa、800 hPa、900 hPa、1000 hPa,压力值从低到高,再从高到低完成一个循环。以该检定结果数据为基础,以 600 hPa 压力点为例,运用 MCM 进行测量不确定度的评定,过程及结果如下。其他压力点不确定度的评定过程和方法相同,不再赘述,只给出评定结论。

### 3.1 分析不确定度来源,建立测量模型

根据测量原理和检定设备组成情况,可得到在各个压力点测量模型如下:

$$\Delta P = P_1 - P_2 + P_3 + P_4 + P_5$$

式中:  $\Delta P$ ——被检气压传感器在该压力点的误差;  $P_1$ ——被检气压传感器示值;  $P_2$ ——修正后的标准值;  $P_3$ ——压力发生器的修正值;  $P_4$ ——数字万用表的示值误差修正;  $P_5$ ——修约误差修正。

### 3.2 确定各输入量的概率密度函数

通过在 600 hPa 压力点的检定数据,可以得到被检气压传感器示值的平均值和标准差,  $P_1$  的分布可以看成是以平均值为期望的正态分布,即  $P_1 \sim N(600.184, 0.029)$ 。

标准器数字气压计在 600 hPa 压力点的压力修正值为  $-0.02$  hPa,根据检定过程中的标准器示值,可得到修正后的标准压力值  $P_2$  及其平均值和标准差。  $P_2$  的分布可以看成是以平均值为期望的正态分布,即  $P_2 \sim N(600.072, 0.018)$ 。

根据 CPC6000 型压力发生器校准证书,其在 600 hPa 压力点附近修正值为  $0.03$  hPa,扩展不确定度  $U = 0.01$  hPa。  $P_3$  的分布为均匀分布,分布区间为  $(0.03 \pm 0.01)$  hPa,即  $P_3 \sim R[0.02, 0.04]$ 。

根据安捷伦 34401A 型六位半数字万用表使用手册,10 V 量程对应的精度指标为  $\pm(0.001 5\% \times \text{读数} + 0.000 4\% \times \text{量程})$ 。PTB330 型气压传感器气压与输出电压的关系式为  $P = 240U_{out} + 500$ ,则在 600 hPa 压力点对应的输出电压为  $0.417$  V,对应的输出电压误差为  $\pm(0.001 5\% \times$

$0.417\text{ V} + 0.000\ 4\% \times 10\text{ V} = \pm 4.63 \times 10^{-5}\text{ V}$ , 对应的输出气压误差为  $\pm 4.63 \times 10^{-5} \times 240 = \pm 0.011\text{ hPa}$ 。数字万用表误差分布服从均匀分布, 分布区间为  $(-0.011, 0.011)\text{ hPa}$ , 即  $P_4 \sim R[-0.011, 0.011]$ 。

在测量和计算过程中, 测的结果均保留两位小数, 检定结果保留一位小数, 与 PTB330 型气压传感器分辨力一致, 则计算过程中的四舍五入造成的误差最大为 0.05, 最小为 0。因此, 修约误差的修正值服从均匀分布, 即  $P_5 \sim R[-0.05, 0]$ 。

### 3.3 评定结果的报告

在编写 MATLAB 计算程序前, 应确定蒙特卡洛试验次数, 即抽样次数  $M$ , 一般情况下, 取  $M = 106$ 。部分 MATLAB 程序如下:

```
P1=normrnd(600.184,0.029,1,1000000);%被检传感器示值
```

```
P2=normrnd(600.072,0.018,1,1000000);%修正后的标准值
```

```
P3=unifrnd(0.02,0.04,1,1000000);%压力发生器的修正值
```

```
P4=unifrnd(-0.011,0.011,1,1000000);%数字万用表的示值误差修正
```

```
P5=unifrnd(-0.05,0,1,1000000);%修约误差修正
```

```
y=P1-P2+P3+P4+P5;%被检气压传感器在该压力点的误差
```

```
Y1=sort(y);%将y值排序
```

```
A=prctile(y,2.5);%包含区间的下限值
```

```
B=prctile(y,97.5);%包含区间的上限值
```

```
Y=[mean(y) std(y) A B];
```

```
运行程序得到计算结果如下,
```

```
mean(y)=0.1171, std(y)=0.0380, A=0.0391, B=0.1923。
```

得到频率直方图如图 1 所示。

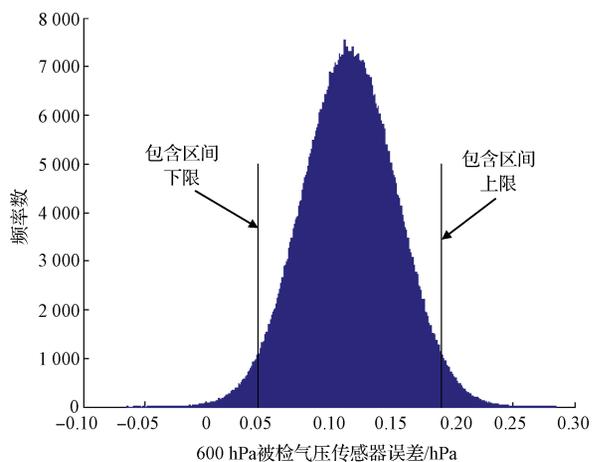


图 1 600 hPa 时传感器误差频率直方图

即 PTB330 型气压传感器在 600 hPa 压力点的检定结果为: 误差平均值 0.117 hPa, 标准不确定度为 0.038 hPa, 包含概率为 95%, 包含区间为  $[0.039, 0.192]$ 。

## 4 MCM 与 GUM 法评定结果对比

### 4.1 GUM 法评定检定结果的测量不确定度

以 600 hPa 压力点为例, 运用 GUM 法评定气压传感器检定结果的不确定度。评定步骤及评定结果如下<sup>[10-12]</sup>。

1) 建立测量模型  $\Delta P = P_1 - P_2$ , 其中  $P_1$  为被检气压传感器示值,  $P_2$  为修正后的标准值,  $\Delta P$  为被检气压传感器在该压力点的误差。

2) A 类标准不确定度的评定

在 600 hPa 压力点先后测量两次, 每次记录数据 10 次, 运用式 (1) 计算合并样本标准偏差可得到 A 类不确定度:

$$s_p = \sqrt{\frac{1}{m(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_n - \bar{x})^2} \quad (1)$$

式中:  $m$  为测量次数 ( $m = 2$ ),  $n$  为每次测量的数据个数 ( $n = 10$ ),  $x_n$  为每次记录的被测传感器输出值,  $\bar{x}$  为记录数据的平均值。计算得到 A 类标准不确定度:

$$u_A = \frac{S_p}{\sqrt{n}} = 0.0052\text{ hPa} \quad (2)$$

3) B 类标准不确定度的评定

根据压力发生器 CPC6000 的校准证书, 其在 600 hPa 压力点的扩展不确定度为  $U_1 = 0.01\text{ hPa}$  ( $k = 2$ ), 则由压力发生器的压力不准确产生的不确定度为:

$$u_{B1} = \frac{U_1}{k} = 0.005\text{ hPa} \quad (3)$$

根据压力标准器 745-16B 的检定证书, 其在 600 hPa 压力点的绝对误差为 0.02 hPa, 其分布为均匀分布, 则由压力标准器的示值误差产生的不确定度为:

$$u_{B2} = \frac{0.02}{\sqrt{3}} = 0.012\text{ hPa} \quad (4)$$

根据 3.2 小节的计算结果, 六位半数字万用表在测量 600 hPa 压力点时的测量误差为  $\pm 0.011\text{ hPa}$ , 其分布服从均匀分布, 则由数字万用表的测量误差产生的不确定度为:

$$u_{B3} = \frac{0.011}{\sqrt{3}} = 0.0064\text{ hPa} \quad (5)$$

在数据存储和处理时, 由数据修约产生的不确定度为:

$$u_{B4} = \frac{0.05}{\sqrt{3}} = 0.029\text{ hPa} \quad (6)$$

则合成标准不确定度为:

$$u_c = \sqrt{u_A^2 + u_{B1}^2 + u_{B2}^2 + u_{B3}^2 + u_{B4}^2} = 0.033\text{ hPa} \quad (7)$$

扩展不确定度为  $U = k u_c = 0.065\text{ hPa}$ ,  $k = 2$ 。

### 4.2 用 MCM 验证 GUM 法的评定结果

虽然 GUM 法在许多情况下进行不确定度评定都是适用的, 但是确定是否满足其所有应用条件并不是一件容

易的事。MCM的应用范围比GUM法更广,JJF 1059.2-2012《用蒙特卡洛法评定测量不确定度》建议使用MCM和GUM法两种方法进行测量不确定度评定,比较评定结果,若比较结果较好,则GUM法适合类似场合的不确定度评定,否则,则应用MCM代替之<sup>[13]</sup>。JJF 1059.2-2012建议使用数值容差的方法比较两种评定方法得到的包含区间端点。

对于某一数值 $z$ ,可以表示成 $c \times 10^l$ 的形式,其中 $c$ 是 $n$ 位十进制整数, $l$ 为整数, $n$ 表示数值 $z$ 的有效数字个数。则 $z$ 的数值容差为 $\delta = \frac{1}{2} \times 10^l$ 。

通过计算,在各个压力检定点的标准不确定度 $u$ 进行数据修约之后均为 $4 \times 10^{-2}$ ,则 $u$ 的数值容差为 $\delta_u = \frac{1}{2} \times 10^{-2} = 0.005$ 。确定:

$d_{low} = |y - U_p - y_{low}|, d_{high} = |y + U_p - y_{high}|$  (8)  
式中: $y$ 为该压力点测量结果的平均值, $U_p$ 为GUM法评定的扩展不确定度, $y_{low}$ 和 $y_{high}$ 分别为MCM评定的包含区间的下限和上限。表1中“差值的绝对值”一列的数值即为各个压力点的 $d_{low}$ 和 $d_{high}$ 。

被检气压传感器输出值的平均值 $\bar{P}_1 = 600.184$  hPa,标准器输出的平均值 $\bar{P}_2 = 600.072$  hPa,则被检气压传感器在600 hPa压力点的误差为 $\Delta P = \bar{P}_1 - \bar{P}_2 = 0.112$  hPa。由前文3.3节,通过MCM得到了600 hPa时的包含区间为 $[0.039, 0.192]$ ,由4.1节得到的扩展不确定度 $U$ 可以求出通过GUM法得到的包含区间为 $[0.047, 0.177]$ 。

利用上述方法可以依次计算700 hPa、800 hPa、900 hPa和1 000 hPa压力点时分别运用MCM和GUM法评定的检定结果的不确定度,计算结果如表1所示。

表1 MCM和GUM法评定不确定度的包含区间比较

检定压力点		MCM	GUM法	差值的绝对值
600 hPa	包含区间下限	0.039	0.047	0.008
	包含区间上限	0.192	0.177	0.015
700 hPa	包含区间下限	-0.086	-0.025	0.061
	包含区间上限	0.169	0.099	0.070
800 hPa	包含区间下限	-0.053	-0.043	0.010
	包含区间上限	0.083	0.089	0.006
900 hPa	包含区间下限	-0.094	-0.080	0.014
	包含区间上限	0.022	0.058	0.036
1 000 hPa	包含区间下限	-0.135	-0.137	0.002
	包含区间上限	-0.045	0.009	0.054

根据JJF 1059.2-2012中建议的比较方法,所有 $d_{low}$ 和 $d_{high}$ 均不大于 $\delta$ 时,GUM法通过验证。由表1可知,5个压力点的 $d_{low}$ 值中有4个大于 $\delta$ ,5个压力点的 $d_{high}$ 值全部大于 $\delta$ ,因此,GUM没有通过验证,表明运用GUM法评定气压传感器检定结果不确定度时存在一定的问题,MCM和GUM法之间存在的差异不能被忽略。从原理上来说,MCM比GUM法具有更高的可靠性和应用范围。在气压传感器检定结果的不确定度评定方面,GUM法可能由于线性模型的近似或泰勒级数高阶项的近似方面存在问题,评定结果可靠性不够。

## 5 结论

运用GUM法评定测量不确定度时,对复杂模型的近似和泰勒级数的高阶项的近似会导致不确定度评定结果出现误差。与基于不确定度传播的GUM法相比,基于概率分布传播的MCM具有更高的可靠性和更广的普适性。

以PTB330型气压传感器检定数据为基础,分别运用MCM和GUM法对检定结果进行了不确定度评定。并根据计量技术规范JJF 1059.2-2012所述方法,用MCM对GUM法评定结果进行了验证。结果表明,GUM法并未通过验证,原因可能是线性模型的近似或泰勒级数高阶项的近似方面存在问题,用GUM法进行气压传感器检定结果的不确定度评定可靠性和准确度不够,建议运用MCM法进行评定。

## 参考文献

- [1] 全国法制计量管理计量技术委员会. JJF 1059.1-2012 测量不确定度评定与表示[S]. 北京:国家质量监督检验检疫总局,2012.
- [2] 崔学林,梁宝龙,黄斌,等. 湿度传感器测量不确定度评定[J]. 电子测量与仪器学报,2015,29(10):1544-1549.
- [3] 凌明祥,李会敏,黎启胜,等. 含相关性的测量不确定度拟蒙特卡罗评定方法[J]. 仪器仪表学报,2014,35(6):1385-1393.
- [4] 全如松. 基于蒙特卡洛法计量校准不确定度评定方法的研究[D]. 保定:河北大学,2013.
- [5] 刘存成,胡畅. 基于MATLAB用蒙特卡洛法评定测量不确定度[M]. 北京:中国质检出版社,2014.
- [6] 韩志国,李锁印,冯亚南,等. 基于蒙特卡洛法的砝码校准不确定度评定[J]. 计测技术,2013(增刊1):177-180.
- [7] 王瑞宝. 基于蒙特卡洛法的微波功率测量不确定度评定[J]. 国外电子测量技术,2015,34(7):28-31.
- [8] 李文举,姚志慧,李耀权. 蒙特卡洛法在检测机构服务窗口等待问题的分析[J]. 中国测试技术,2008(3):40-43.

(下转第98页)