

离散系统量化 H_{∞} 控制器设计*方 辉¹ 程权成²

(1. 渤海大学工学院 锦州 121013; 2. 辽宁机电职业技术学院仪器仪表系 丹东 118009)

摘 要:以线性离散时间系统模型为研究对象,提出了一种考虑量化器存在的 H_{∞} 控制器设计方法。该方法充分利用 Lyapunov 函数系统稳定性理论,参照 H_{∞} 性能指标为设计依据,通过线性矩阵不等式(LMI)处理方法,所设计的控制器存在条件以线性矩阵不等式的形式给出,不同于一般的控制器设计方法,本文的系统测量输出传送到观测器时经过一个量化器。最后,运用 MATLAB 软件 LMI 工具箱及 Simulink 仿真功能,通过一个数值实例对本文提出方法的有效性进行仿真验证分析。

关键词:量化; H_{∞} 控制器; 线性矩阵不等式(LMI); Lyapunov 函数

中图分类号: TN964 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 120.3030

Design of H_{∞} controller for discrete system with quantized measurementsFang Hui¹ Cheng Quancheng²

(1. College of Engineering, Bohai University, Jinzhou 121013, China; 2. Department of Instrument, Liaoning Mechatronics College, Dandong 118009, China)

Abstract: According to the linear discrete system, a H_{∞} controller with quantized measurements is designed in this thesis. By using Lyapunov function method fully, the sufficient condition of the controller that is obtained meet H_{∞} performance index via linear matrix inequality (LMI) method. Compared with previous controller designing methods, this paper consider quantized measurements between the output of system and the observer. Finally, the toolbox of Matlab software and Simulation shows the validity of the proposed method by a numerical experiment.

Keywords: quantized measurements; H_{∞} controller; linear matrix inequality (LMI); Lyapunov function

1 引 言

在实际的生产工控系统中,作为核心控制单元的往往是数字控制器单元,这就驱使反馈控制系统的输出信号需要经过量化器的处理再输入进控制单元,故需要将量化器引入到控制系统的设计与分析中来。文献[1]中,充分论证分析了所设计控制器的输出经过量化器量化后,产生的量化误差对系统性能上影响。文献[2]采用扇形界方法来描述对数量化器造成的量化误差,通过这种方法可将量化问题转化为不确定系统的控制器设计问题,这样就可以运用不确定系统领域的处理方法来处理量化问题。针对控制系统采用对数量化器时的量化密度选择方法,文献[3]对其进行了一定研究。文献[4]研究了一类基于观测器的

量化反馈网络控制系统的故障检测问题。此外,在经典控制系统稳定性分析与综合设计中,主要使用的理论研究方法是 Lyapunov 函数分析方法,通过寻找合适的 Lyapunov 函数来论证控制系统的稳定性^[5-7],内点法的提出与引入使得利用线性矩阵不等式方法求解控制理论领域中系统稳定性的问题受到很多学者的关注。通过这种方法,可将控制系统的稳定性分析与综合问题转化为求解线性矩阵不等式系统的可行性问题来解决。随着信息技术和软件技术的不断发展, MATLAB 软件更新产生了 LMI 设计工具箱^[8],该设计工具箱使得线性矩阵不等式(LMI)的求解步骤大大简化,其强大的计算功能为广大学者提供了便利,大大促进了该方法在工业控制系统模型相关领域的应用^[9-10]。鉴于上述分析,本文考虑线性离散时间系统模型

收稿日期:2016-06

* 基金项目:国家自然科学基金项目(61304149)、辽宁省自然科学基金项目(2015020042)、辽宁省高等学校杰出青年学者成长计划项目(LJQ2015003)资助

为研究对象,提出一种基于线性矩阵不等式(LMI)技术的量化 H_{∞} 控制器设计方法。在设计过程中,主要利用通过线性矩阵不等式(LMI)技术、Lyapunov 函数方法以及 H_{∞} 控制性能指标。设计观测器时,系统测量输出传送到观测器时经过一个量化器,最终设计的控制器考虑了量化误差对控制系统的影响。

2 问题描述

本节选取的离散时间系统状态方程如式(1)描述,针对该系统方程设计基于观测器的量化反馈控制器。

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{E}\boldsymbol{\omega}(k) \\ \mathbf{z}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}\boldsymbol{\omega}(k) \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{F}\mathbf{x}(k) \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{x}(k)$ 是离散时间系统的状态变量, $\mathbf{u}(k)$ 是离散时间系统的控制变量输入, $\boldsymbol{\omega}(k)$ 是离散时间系统的扰动变量, $\mathbf{y}(k)$ 是离散时间系统的测量输出变量, $\mathbf{z}(k)$ 是离散时间系统的被调输出变量。 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \mathbf{E}, \mathbf{F}$ 为系统的系数矩阵。

为解决本文所述的量化反馈 H_{∞} 控制问题,考虑形如式(2)所描述的控制器系统模型。

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}(k+1) = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{L}(\mathbf{Q}(\mathbf{y}(k)) - \hat{\mathbf{y}}(k)) \\ \hat{\mathbf{y}}(k) = \mathbf{F}\hat{\mathbf{x}}(k) \\ \mathbf{u}(k) = \mathbf{K}\hat{\mathbf{x}}(k) \end{cases} \quad (2)$$

式中: $\hat{\mathbf{x}}(k)$ 定义为观测器系统估计的状态变量, $\hat{\mathbf{y}}(k)$ 定义为观测器系统输出变量, \mathbf{L} 为所需确定的观测器矩阵增益参数, \mathbf{K} 为所需确定的控制器矩阵增益参数,这里的 $\mathbf{Q}(\cdot)$ 为量化器,系统的测量输出变量经过一个量化器量化后进入观测器,这里选取静态时不变静态量化器^[11-12],具体形式如 $\mathbf{Q}(\cdot) = [\mathbf{Q}_1(\cdot) \mathbf{Q}_2(\cdot) \cdots \mathbf{Q}_f(\cdot)]^T$,且满足 $\mathbf{Q}(-V) = -\mathbf{Q}(V)$,考虑如下的量化规则:

$V_i = \{\pm v_i^{(j)}, v_i^{(j)} = \rho_i v_0^{(j)}, i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\} \cup \{0\}$, $v_0^{(j)} > 0, 0 < \rho_i < 1$

$$\mathbf{Q}_i(y) = \begin{cases} v_i^{(j)} & 0 < \frac{1}{1+\delta_j} v_i^{(j)} < y \leq \frac{1}{1-\delta_j} v_i^{(j)} \\ 0 & y = 0 \\ -\mathbf{Q}_i(-y) & y < 0 \end{cases} \quad (3)$$

式中: ρ_i 为量化密度,且满足关系式 $\delta_j = \frac{(1-\rho_j)}{(1+\rho_j)}$ 。

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{P}_1 & * & * & * & * & * & * & * \\ -\mathbf{P}_2 & -\mathbf{P}_3 & * & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -\gamma^2 \mathbf{I} & * & * & * & * & * \\ \alpha \mathbf{A} + \mathbf{B}\hat{\mathbf{K}} & -\mathbf{B}\hat{\mathbf{K}} & \alpha \mathbf{E} & -2\alpha \mathbf{I} + \mathbf{P} & * & * & * & * \\ 0 & \mathbf{M}_1 \mathbf{A} - \hat{\mathbf{L}} \mathbf{F} & \mathbf{M}_1 \mathbf{E} & \mathbf{P}_2 & -\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_1^T + \mathbf{P}_3 & * & * & * \mathbf{C} \\ \mathbf{C} & 0 & \mathbf{D} & 0 & 0 & \mathbf{I} & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\hat{\mathbf{L}}^T & 0 & -\epsilon & * \\ \epsilon \delta \mathbf{F} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\epsilon \end{bmatrix} < 0 \quad (8)$$

鉴于以上的分析,系统的测量输出变量 $\mathbf{y}(k)$ 经过量化器 $\mathbf{Q}(\cdot)$ 后转变为 $\mathbf{Q}(\mathbf{y}(k))$,而且满足条件如下:

$$\mathbf{Q}(\mathbf{y}(k)) = ((\mathbf{I} + \Delta(k))\mathbf{y}(k)) \quad (4)$$

式中: $\Delta(k) \leq \delta$ 。

这里,给出新的观测误差变量定义 $\mathbf{e}(k) = \mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(k)$,根据系统方程式(1)和(2)可得公式(5):

$$\mathbf{e}(k+1) = (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{F})\mathbf{e}(k) - \mathbf{L}\Delta(k)\mathbf{F}\mathbf{x}(k) + \mathbf{E}\boldsymbol{\omega}(k) \quad (5)$$

重新定义状态变量 $\bar{\mathbf{x}}(k) = [\mathbf{x}^T(k) \quad \mathbf{e}^T(k)]^T$,综合式(1),式(2),式(4),式(5)经过一些数学方法处理后可得系统整体模型如式(6)所示:

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{x}}(k+1) = \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}}(k) + \bar{\mathbf{B}}\boldsymbol{\omega}(k) \\ \mathbf{z}(k) = \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{x}}(k) + \bar{\mathbf{D}}\boldsymbol{\omega}(k) \end{cases} \quad (6)$$

式中: $\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K} & -\mathbf{B}\mathbf{K} \\ -\mathbf{L}\Delta(k)\mathbf{F} & \mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{F} \end{bmatrix}$, $\bar{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{E} \end{bmatrix}$, $\bar{\mathbf{C}} = [\mathbf{C} \quad 0]$, $\bar{\mathbf{D}} = \mathbf{D}$ 。

本文的目的是在考虑量化情况下,设计 H_{∞} 控制器 \mathbf{K} 及观测器 \mathbf{L} ,使其满足对于 $\gamma > 0$,有不等式关系:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{z}^T(k)\mathbf{z}(k) < \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} \boldsymbol{\omega}^T(k)\boldsymbol{\omega}(k) \quad (7)$$

本文定理的证明过程将使用下面的两个引理。

引理 1^[13]: 已知对称矩阵 $\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{11} & \mathbf{S}_{21}^T \\ \mathbf{S}_{21} & \mathbf{S}_{22} \end{bmatrix}$,可以得出结论,下面两个不等式条件等价:

$$\begin{aligned} \mathbf{S} < 0; \\ \mathbf{S}_{22} < 0, \mathbf{S}_{11} - \mathbf{S}_{21}^T \mathbf{S}_{22}^{-1} \mathbf{S}_{21} < 0 \end{aligned}$$

引理 2^[13]: 对于给定适当维数的实矩阵 $\mathbf{W} = \mathbf{W}^T, \mathbf{H}, \mathbf{E}, \Delta^T \Delta \leq \mathbf{I}$,那么可以得出结论,存在常数 $\sigma > 0$,使其满足下面的不等式关系。

$$\mathbf{W} + \mathbf{H}\Delta\mathbf{E} + (\mathbf{H}\Delta\mathbf{E})^T \leq \mathbf{W} + \sigma^{-1} \mathbf{H}\mathbf{H}^T + \sigma \mathbf{E}^T \mathbf{E}$$

3 控制器设计

下面通过线性矩阵不等式方法,得出考虑量化情况的控制器及观测器的矩阵不等式的设计条件。

定理 1 针对系统整体模型(6),对于已知的 H_{∞} 性能参数 $\gamma > 0$,若存矩阵参数 $\mathbf{P}_1 > 0, \mathbf{P}_2 > 0, \mathbf{P}_3 > 0, \hat{\mathbf{K}}, \hat{\mathbf{L}}, \mathbf{M}_1$,以及常数 α 和 $\epsilon > 0$ 使得下述矩阵不等式成立:

那么系统整体模型(6)的 H_{∞} 控制性能指标能够满足,并且控制器矩阵增益参数可由 $\mathbf{K} = \alpha^{-1} \hat{\mathbf{K}}$ 计算得出,观测器矩阵增益参数可由 $\mathbf{L} = \mathbf{M}_1^{-1} \hat{\mathbf{L}}$ 计算得出。

证明:选取形式如(9)的 Lyapunov 函数:

$$\mathbf{V}(\bar{\mathbf{x}}(k)) = \bar{\mathbf{x}}^T(k) \mathbf{P} \bar{\mathbf{x}}(k), \mathbf{P} > 0 \quad (9)$$

对 Lyapunov 函数(9)左右分别求差分可得等式(10):

$$\Delta \mathbf{V}(\bar{\mathbf{x}}(k)) = \bar{\mathbf{x}}^T(k+1) \mathbf{P} \bar{\mathbf{x}}(k+1) - \bar{\mathbf{x}}^T(k) \mathbf{P} \bar{\mathbf{x}}(k) \quad (10)$$

结合 H_{∞} 控制性能指标,可得到关系式:

$$\begin{aligned} & \bar{\mathbf{x}}^T(k+1) \mathbf{P} \bar{\mathbf{x}}(k+1) - \bar{\mathbf{x}}^T(k) \mathbf{P} \bar{\mathbf{x}}(k) + \\ & \mathbf{z}^T(k) \mathbf{z}(k) - \gamma^2 \boldsymbol{\omega}^T(k) \boldsymbol{\omega}(k) = (\bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{x}}(k) + \bar{\mathbf{B}} \boldsymbol{\omega}(k))^T \mathbf{P} \times \\ & (\bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{x}}(k) + \bar{\mathbf{B}} \boldsymbol{\omega}(k)) - \bar{\mathbf{x}}^T(k) \mathbf{P} \bar{\mathbf{x}}(k) + (\bar{\mathbf{C}} \bar{\mathbf{x}}(k) + \\ & \bar{\mathbf{D}} \boldsymbol{\omega}(k))^T (\bar{\mathbf{C}} \bar{\mathbf{x}}(k) + \bar{\mathbf{D}} \boldsymbol{\omega}(k)) - \gamma^2 \boldsymbol{\omega}^T(k) \boldsymbol{\omega}(k) = \\ & \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}(k) \\ \boldsymbol{\omega}(k) \end{bmatrix}^T \left\{ \begin{bmatrix} -\mathbf{P} & 0 \\ 0 & -\gamma^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}} & \bar{\mathbf{B}} \end{bmatrix}^T \times \right. \\ & \left. \mathbf{P} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}} & \bar{\mathbf{B}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{C}} & \bar{\mathbf{D}} \end{bmatrix}^T \times \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{C}} & \bar{\mathbf{D}} \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}(k) \\ \boldsymbol{\omega}(k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (11)$$

若下面的不等式关系成立,

$$\bar{\mathbf{x}}^T(k+1) \mathbf{P} \bar{\mathbf{x}}(k+1) - \bar{\mathbf{x}}^T(k) \mathbf{P} \bar{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{z}^T(k) \mathbf{z}(k) - \gamma^2 \boldsymbol{\omega}^T(k) \boldsymbol{\omega}(k) < 0,$$

那么可以得到不等式关系(12):

$$\begin{aligned} & \mathbf{V}(\bar{\mathbf{x}}(\infty)) - \mathbf{V}(\bar{\mathbf{x}}(0)) + \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{z}^T(k) \mathbf{z}(k) - \\ & \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} \boldsymbol{\omega}^T(k) \boldsymbol{\omega}(k) < 0 \end{aligned} \quad (12)$$

由于 $\mathbf{V}(\bar{\mathbf{x}}(\infty)) > 0$,考虑零初始条件下,有 $\mathbf{V}(\bar{\mathbf{x}}(0)) = 0$,

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{P}_1 & * & * & * & * & * \\ -\mathbf{P}_2 & -\mathbf{P}_3 & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -\gamma^2 \mathbf{I} & * & * & * \\ \alpha \mathbf{A} + \mathbf{B} \alpha \mathbf{K} & -\mathbf{B} \alpha \mathbf{K} & \alpha \mathbf{E} & -2\alpha \mathbf{I} + \mathbf{P} & * & * \\ -\mathbf{M}_1 \mathbf{L} \Delta(k) \mathbf{F} & \mathbf{M}_1 \mathbf{A} - \mathbf{M}_1 \mathbf{L} \mathbf{F} & \mathbf{M}_1 \mathbf{E} & \mathbf{P}_2 & -\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_1^T + \mathbf{P}_3 & * \\ \mathbf{C} & 0 & \mathbf{D} & 0 & 0 & -\mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (16)$$

改写矩阵不等式(16),使其变成不等式(17):

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{P}_1 & * & * & * & * & * \\ -\mathbf{P}_2 & -\mathbf{P}_3 & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -\gamma^2 \mathbf{I} & * & * & * \\ \alpha \mathbf{A} + \mathbf{B} \alpha \mathbf{K} & -\mathbf{B} \alpha \mathbf{K} & \alpha \mathbf{E} & -2\alpha \mathbf{I} + \mathbf{P} & * & * \\ 0 & \mathbf{M}_1 \mathbf{A} - \mathbf{M}_1 \mathbf{L} \mathbf{F} & \mathbf{M}_1 \mathbf{E} & \mathbf{P}_2 & -\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_1^T + \mathbf{P}_3 & * \\ \mathbf{C} & 0 & \mathbf{D} & 0 & 0 & -\mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\mathbf{M}_1 \mathbf{L} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\mathbf{M}_1 \mathbf{L} \\ 0 \end{bmatrix}^T + \frac{\Delta(k)}{\delta} [\delta \mathbf{F} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\mathbf{M}_1 \mathbf{L} \\ 0 \end{bmatrix}^T \frac{\Delta(k)}{\delta} [\delta \mathbf{F} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] < 0 \quad (17)$$

因此,系统整体模型(6)的 H_{∞} 控制性能指标,可通过不等式关系(12)得出。

若要使得(12)成立,对于任意的 $\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}(k) \\ \boldsymbol{\omega}(k) \end{bmatrix} \neq 0$,则只需

满足关系式:

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{P} & 0 \\ 0 & -\gamma^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}} & \bar{\mathbf{B}} \end{bmatrix}^T \mathbf{P} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}} & \bar{\mathbf{B}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{C}} & \bar{\mathbf{D}} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{C}} & \bar{\mathbf{D}} \end{bmatrix} < 0 \quad (13)$$

通过引理 1 可知,矩阵不等式(13)等价于不等式(14)。

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{P} & * & * & * \\ 0 & -\gamma^2 \mathbf{I} & * & * \\ \bar{\mathbf{A}} & \bar{\mathbf{B}} & -\mathbf{P}^{-1} & * \\ \bar{\mathbf{C}} & \bar{\mathbf{D}} & 0 & -\mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (14)$$

对不等式(14)左、右分别乘以 $\text{diag}\{\mathbf{I}, \mathbf{I}, \mathbf{M}, \mathbf{I}\}$ 和它的转置,同时考虑不等式关系 $-\mathbf{M} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{M}^T \leq -\mathbf{M} - \mathbf{M}^T + \mathbf{P}$,可得到若矩阵不等式(15)成立,则矩阵不等式(14)便成立。

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{P} & * & * & * \\ 0 & -\gamma^2 \mathbf{I} & * & * \\ \mathbf{M} \bar{\mathbf{A}} & \mathbf{M} \bar{\mathbf{B}} & -\mathbf{M} - \mathbf{M}^T + \mathbf{P} & * \\ \bar{\mathbf{C}} & \bar{\mathbf{D}} & 0 & -\mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (15)$$

这里,定义矩阵变量 $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_1 & * \\ \mathbf{P}_2 & \mathbf{P}_3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \alpha \mathbf{I} & 0 \\ 0 & \mathbf{M}_1 \end{bmatrix}$,

将矩阵 $\mathbf{P}, \mathbf{M}, \bar{\mathbf{A}}, \bar{\mathbf{B}}, \bar{\mathbf{C}}, \bar{\mathbf{D}}$ 的定义式带入矩阵不等式(15)中,则有下述的矩阵不等式条件:

对矩阵不等式(17)先后运用引理2和引理1的条件,同时定义新的矩阵变量 $\hat{K} = \alpha K, \hat{L} = M_1 L$ 便可以得到定理1所描述的矩阵不等式条件。定理1证毕。

4 仿真实例

为证明本文所提出方法的有效性,选取具有如下参数的系统状态方程:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \begin{bmatrix} -0.26 & 0.08 \\ -1.00 & 0.17 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} -0.69 \\ 0.71 \end{bmatrix} \mathbf{u}(k) + \\ \begin{bmatrix} 0.71 \\ -0.02 \end{bmatrix} \boldsymbol{\omega}(k) \\ \mathbf{z}(k) = [0.20 \quad 0.10] \mathbf{x}(k) - 0.11 \boldsymbol{\omega}(k) \\ \mathbf{y}(k) = [0.44 \quad -0.35] \mathbf{x}(k) \end{cases} \quad (18)$$

这里,考虑设定量化密度为 $\rho = 0.05$,则可知 $\delta = 0.9$,通过 MATLAB 软件的 LMI 工具箱求解定理1中论述的矩阵不等式关系条件,计算得出当 H_{∞} 控制性能指标 $\gamma = 1.05$ 时,控制器及观测器矩阵增益参数分别为:

$$\mathbf{K} = [0.0587 \quad -0.002], \mathbf{L} = \begin{bmatrix} -0.1272 \\ -0.3820 \end{bmatrix} \quad (19)$$

选取系统的扰动变量为 $\boldsymbol{\omega}(k) = 5 \cdot e^{-0.5 \cdot k}$,定义量化误差为 $\Delta(k) = 0.9 \cdot \cos(k)$,通过 MATLAB 软件的 sim- ulink 仿真功能进行仿真实验^[14],得到如图1所示的系统状态响应曲线 $x_1(k)$ 、 $x_2(k)$,如图2所示的系统测量输出响应曲线 $y(k)$ 以及控制器的输出响应曲线 $u(k)$,通过曲线可以看出系统的各项参数趋于稳定,可得出结论,本文定理1所给出的控制器及观测器求解方法是有效可行的。

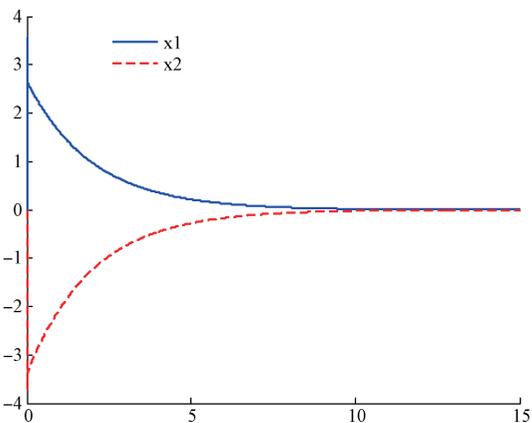


图1 状态变量响应曲线

5 结论

本文主要研究了线性离散系统的量化反馈 H_{∞} 控制器设计问题。控制器的设计过程中,考虑系统输出变量信号经过一个对数量化器,利用扇形界方法将量化问题转化为不确定系统的控制器设计问题,通过线性矩阵不等式

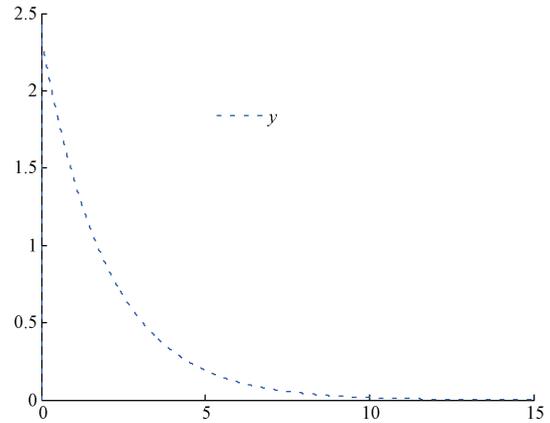


图2 输出变量 $y(k)$ 响应曲线

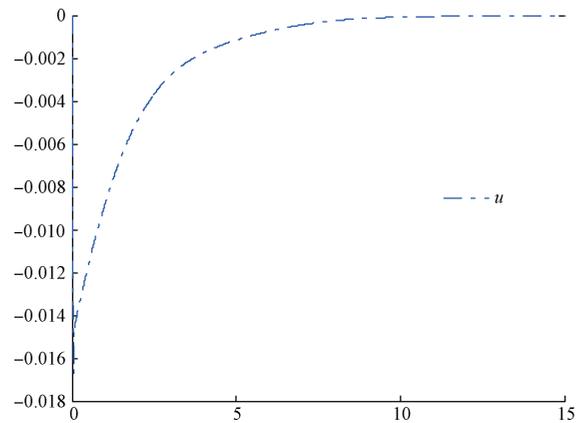


图3 控制器 $u(k)$ 响应曲线

(LMI)技术和 Lyapunov 函数方法,将量化 H_{∞} 控制器设计条件以矩阵不等式的形式体现,通过 MATLAB 软件 LMI 工具箱求解出控制器及观测器矩阵增益参数。最后,通过一个仿真实例证明所提出的方法可有效的求解控制器及观测器参数。

参考文献

- [1] 陈宁,沈晓瑜,桂卫华,等. 不确定关联量化系统的分散输出反馈 H-infinity 控制[J]. 高技术通讯,2013, 23(7):741-747.
- [2] 杨艳华,王武,杨富文. 非线性多输入多输出离散系统的量化 H_{∞} 控制[J]. 闽江学院学报,2009,30(5): 29-34.
- [3] 俞立,白丽叶,刘安东. 量化反馈系统的鲁棒预测控制[J]. 控制工程,2012,19(6):1033-1037.
- [4] 王朝辉. 以观测器为基础的量化网络化系统故障检测[J]. 电子设计工程,2013, 21(13):89-93.
- [5] 林旭梅,王婵. 四旋翼飞行器的自适应鲁棒滑模控制器设计[J]. 仪器仪表学报,2015, 36(7): 1522-1528.

(下转第20页)