

# 基于 MUSIC-Group Delay 算法的 相邻相干信号源定位

郑家芝

(河海大学计算机与信息学院 南京 211100)

**摘要:**为了准确的进行相邻的相干信号源定位,提出了一种基于多重信号分类群延迟(MUSIC-group delay)的改进算法。首先,将空间平滑技术引入到波达方向(DoA)估计当中去除部分相干信号。由于在信号源相邻的情况下子空间算法的性能降低,就结合了 MUSIC-Group Delay 算法来区分相邻的信号源,这种方法因为自身的加和性通过 MUSIC 相位谱来计算群延迟函数,从而能估计出相邻的信号源。理论分析和仿真结果表明提出的方法估计相邻的相干信号源比子空间算法更精确,分辨率更高。

**关键词:**DoA 估计; 相干信号源; 空间平滑技术; MUSIC-Group Delay 算法

**中图分类号:** TN911    **文献标识码:** A    **国家标准学科分类代码:** 510.4099

## Closely spaced coherent-source localization based on MUSIC-group delay algorithm

Zheng Jiazhi

(College of Computer & Information Engineering, Hohai University, Nanjing 211100, China)

**Abstract:** In this paper, the closely spaced coherent-source localization is considered, and an improved method based on the group delay of Multiple Signal Classification (MUSIC) is presented. Firstly, we introduce the spatial smoothing technique into direction of arrival (DoA) estimation to get rid of the coherent part of signals. Due to the degraded performance of sub-space based methods on the condition of nearby sources, we then utilize the MUSIC-Group Delay algorithm to distinguish the closely spaced sources, which can resolve spatially close sources by the use of the group delay function computed from the MUSIC phase spectrum for efficient DoA estimation owing to its spatial additive property. Theoretical analysis and simulation results demonstrate that the proposed approach can estimate the DoA of the coherent close signal sources more precisely and have higher resolution compared with sub-space based methods.

**Keywords:** DOA estimation; coherent-source; spatial smoothing; MUSIC-group delay algorithm

### 1 引言

几十年来,源定位是一个非常活跃的研究方向,被广泛的应用在各个领域。DoA 估计技术可以解决空间连续的源定位问题。基于子空间的方法像多重信号分类算法(MUSIC)和它的类似算法,root-MUSIC,ESPRIT 和一些改进的 MUSIC 算法<sup>[1-3]</sup>都能有效的进行 DoA 估计。由于子空间分解<sup>[4]</sup>,这些方法是有效的,高分辨率的,但是在有限的阵元下它们的性能会降低。在文献[5-7]中,群延迟函数因为它的加和性被广泛应用于时间频率处理和空间频谱分析。MUSIC-Group Delay 算法<sup>[8-9]</sup>将 MUSIC 算法

和群延迟函数相结合来进行 DoA 估计<sup>[10-13]</sup>。MUSIC-Group Delay 算法在均匀线阵上源定位在文献[14]中被提出。这个方法在有限阵元下可以通过计算未打开相位谱的导数估计相邻的信号源。

然而,绝大多数传统的算法都不能处理相干信号源,包括 MUSIC-Group Delay 算法。空间平滑算法<sup>[15-16]</sup>通过恢复信号子空间的秩,一般被用来估计相干信号源。这个算法充分利用了阵元输出的相干性,提供一种稳定的协方差矩阵的估计。所以,在这篇文章中,提出了一种高效的相干信号源定位方法,将空间平滑技术引入到 MUSIC-Group Delay 算法当中来估计相邻的相干信号源。

## 2 问题表述

### 2.1 相邻信号源导致性能下降

MUSIC 算法已经成为 DoA 估计技术中标志性算法, 具有高分辨率等优点。但是这种算法需要大量的阵元来处理相邻信号源的问题。在信号源相邻的情况下, 使用少量阵元会让 MUSIC 算法的性能大大下降, 为了克服这个问题, 使用 MUSIC-Group Delay 算法来估计相邻的信号源。当入射信号是相干信号<sup>[16-17]</sup>时, MUSIC-Group Delay 算法不能准确地估计相邻信号源。本文主要是估计相邻的信号源定位和处理信号源之间的相干性。

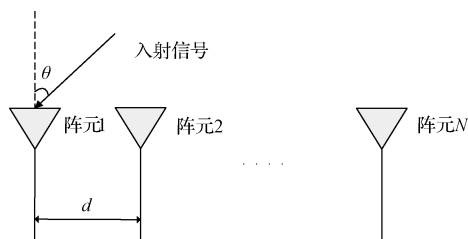


图1 均匀线阵的信号模型

图1为均匀线阵的信号模型。根据图1所示的均匀线阵信号模型, 假设有  $K(K < N)$  个入射窄带信号,  $N$  个接收阵元, 数据接收信号模型如下:

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t), t=1, 2, \dots, K \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{S}(t)$  表示  $K$  个窄带信号源的复振幅矢量, 且  $\mathbf{S}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]^T$ , 上标  $T$  表示转置符号,  $\mathbf{N}(t)$  表示噪声, 式中  $\mathbf{A}$  是一个  $N \times K$  维的导向矢量:

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_K)] \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{a}(\theta_i)$  是由时间延迟构成:

$$\mathbf{a}(\theta_i) = [e^{-j\omega_0 \tau_1}, e^{-j\omega_0 \tau_2}, \dots, e^{-j\omega_0 \tau_N}]^T, i=1, 2, \dots, K \quad (3)$$

式中:  $\theta_i \in [0, 2\pi)$  表示方位角,  $\tau_i$  表示在  $i$  个阵元上的时间延迟(第一个阵元为参考阵元),  $\omega_0$  表示窄带信号频率。在均匀阵列上, 时间延迟跟方位角有关:

$$\tau_i = \frac{d \cdot \sin\theta_i}{c} \quad (4)$$

式中:  $d$  表示阵元间距,  $\lambda$  为发射信号波长, 通常阵元间距为半波长,  $c$  表示光速。

MUSIC 算法的谱估计公式为:

$$P_{MUSIC}(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{U}_N \mathbf{U}_N^H \mathbf{a}(\theta)} \quad (5)$$

式中:  $\mathbf{U}_N$  表示噪声子空间,  $\mathbf{a}(\theta)$  表示 DoA 角度为  $\theta$  的信源导向矢量。当  $\theta$  是真实信号的方向, MUSIC 算法的功率谱的分母为零, 此时 MUSIC 谱上就会出现一个对应的峰值, 这个最大的谱峰对应的角度就是所估计的方位角度。

在非相干信号条件下, 信号源入射角度为  $46^\circ$  和  $50^\circ$ , 阵元数为 8, 快拍数为 110, 两个角度的信噪比分别为 12.5 dB 和 15 dB, 在图 2 中可以明显看到只有一个峰值, MUSIC 算法将不能清楚地分辨相邻的方位角。

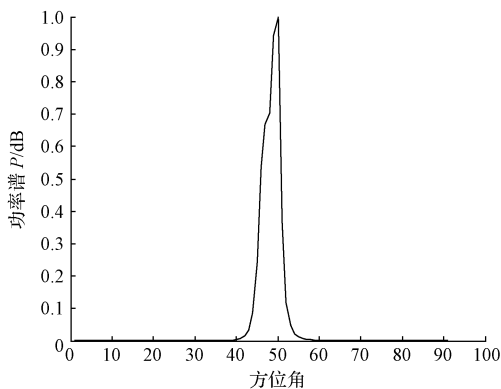


图2 MUSIC算法在  $46^\circ$  和  $50^\circ$  的 DoA 估计

为了克服 MUSIC 算法性能下降的问题, MUSIC-Group Delay 算法被用来估计在有限阵元的情况下的相邻信号源定位。这个方法在均匀线阵上的谱估计公式为:

$$P_{MGD}(\theta) = \sum_{i=1}^{N-K} \left| \frac{d(\mathbf{a}^H(\theta) \cdot \mathbf{q}_i)}{d\theta} \right|^2 \cdot P_{MUSIC}(\theta) \quad (6)$$

式中:  $\mathbf{a}(\theta)$  表示 DoA 角度为  $\theta$  的信源导向矢量,  $\mathbf{q}_i \in \mathbf{U}_N$  是第  $i$  个噪声特征向量,  $P_{MUSIC}(\theta)$  表示 MUSIC 算法的谱估计公式。通过计算相位谱  $(\mathbf{a}^H(\theta) \cdot \mathbf{q}_i)$  的导数来得到群延迟函数的值 MUSIC-Group Delay 中  $(\mathbf{a}^H(\theta) \cdot \mathbf{q}_i)$  相位谱的导数图如图 3 所示。

本文研究发现相位谱的导数图在  $46^\circ$  和  $50^\circ$  出形成两个向上的尖峰。从图 4 中可以看出, 相位谱的导数和 MUSIC 谱相结合就可以区分开在  $46^\circ$  和  $50^\circ$  的入射信号。从 MUSIC 相位谱中计算出群延迟函数的值能够得到更精确的 DoA 估计, 所以本研究发现当信号源不相干时, MUSIC-Group Delay 技术比 MUSIC 算法更加精确的估计方位角。

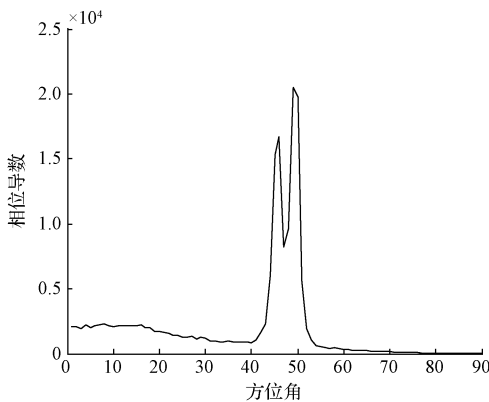


图3 相位谱的导数

### 2.2 相干信号源导致性能下降

在实际工程应用中, 由于受多径传播、瞄准式干扰等因素的影响, 信号往往会变成相干信号源<sup>[18]</sup>, 使得信号子空间的维数小于信号源数, 造成了相干信号源的导向矢量

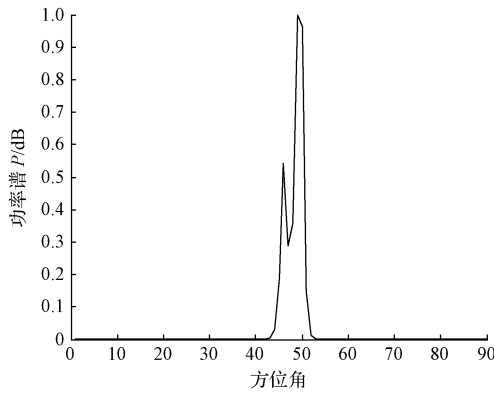


图4 基于 MUSIC-Group Delay 算法的非相干信号 DoA 估计  
与噪声子空间不完全相交,从而使 MUSIC-Group Delay 算法也无法正确的估计出信号源 DoA,性能将会降低。

如图5所示为 MUSIC-Group Delay 算法在相干情况的 DoA 估计,信号源入射角度为 46°和 50°,阵元数为 8,快拍数为 110,两个角度的信噪比分别为 12.5 dB 和 15 dB,从图5中可以看出 MUSIC-Group Delay 算法不能准确估计相邻的相干信号源,相干信号源导致 MUSIC-Group Delay 算法的性能下降。下面将 MUSIC-Group Delay 算法结合空间平滑技术来解决相干信号源的问题。

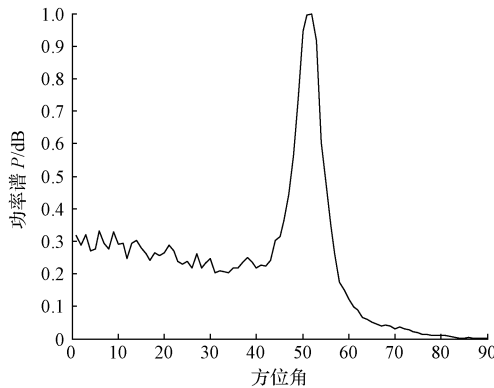


图5 基于 MUSIC-Group Delay 算法的相干信号 DoA 估计

### 3 一种改进的相邻相干信号源的 DoA 估计方法

由于在信号源相干情况下, MUSIC-Group Delay 算法由于子空间秩的降低导致了性能下降,空间平滑技术能够通过解相干来恢复协方差矩阵的秩。所以通过空间平滑技术和 MUSIC-Group Delay 算法相结合来进行相邻相干信号源的 DoA 估计。

从 2.1 节可以得到 DoA 估计的接收数据表达式如式(1),通过这个信号模型和相关系数的定义,相干信号接收表达式如下:

$$x(t) = A \cdot s(t) + n(t) = A \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ \vdots \\ s_K(t) \end{bmatrix} + n(t) =$$

$$A \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_K \end{bmatrix} s_0(t) + n(t) = A p s_0(t) + n(t) \quad (7)$$

其中,  $A$  表示  $K$  个窄带信号源的空域导引矢量矩阵,且  $A = [a(\theta_1), a(\theta_2), \dots, a(\theta_K)]$ , 式中  $a(\theta_i)$  表示第  $i$  个信号源其 DoA 角度为  $\theta_i$  的阵列空域导引矢量,且  $a(\theta_i) = [1, e^{-j2\pi d \sin \theta_i / \lambda}, \dots, e^{-j2\pi(N-1)d \sin \theta_i / \lambda}]^T$ ,  $i = 1, 2, \dots, K$ , 其中  $d$  为阵元间距,  $\lambda$  为阵列工作波长,上标  $T$  表示转置运算符,式中  $s(t)$  表示  $K$  个窄带信号源的复振幅矢量,且  $s(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]^T$ ,  $s_i(t)$  为第  $i$  个信号源的复振幅,  $n(t)$  表示阵列接收的噪声,  $s_0(t)$  表示生成信源,  $p = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_K]^T$  是由一系列复常数组成的  $K \times 1$  维矢量。

空间平滑技术是一个很常见的处理相干信号源的方法,作为一种预处理,在相干信号源的情况下,空间平滑技术能够保证平滑过后的信号协方差矩阵是满秩的。

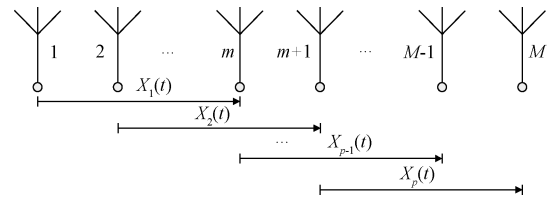


图6 前向空间平滑技术的原理

如图6所示为前向空间平滑技术的原理。前向平滑时,首先将  $N$  个阵元分成  $p$  个重叠子阵,每个重叠的子阵有  $M$  个阵元,则共有  $p = N - M + 1$  个子阵。其中,阵元  $\{1, 2, \dots, M\}$  为第一个子阵,阵元  $\{2, 3, \dots, M+1\}$  为第二个阵元,以此类推,第  $k$  个子阵接收信号为:

$$X_k(t) = [x_k, x_{k+1}, \dots, x_{k+M-1}] \quad (8)$$

则第  $k$  个子阵估计的协方差矩阵  $R_k^f$ , 表达式如下:

$$R_k^f = \frac{1}{L} \sum_{t=1}^L X_k(t) X_k^H(t) \quad (9)$$

式中:  $L$  表示前向空间平滑时估计子阵协方差矩阵的快拍数,上标  $H$  表示共轭转置运算符。前向空间平滑技术是通过求各个子阵协方差矩阵的均值来实现的,即取前向平滑修正的协方差矩阵为  $R^f$ , 表达式如下:

$$R^f = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p R_k^f \quad (10)$$

与前向平滑技术相似,后向平滑技术将从最后一个阵元开始划分子阵,接收第  $k$  个子阵信号为:

$$X_k^b(t) = [x_{N-k+1}, x_{N-k}, \dots, x_{N-k-M+2}] \quad (11)$$

则第  $k$  个子阵估计的协方差矩阵  $R_k^b$ , 表达式如下:

$$R_k^b = \frac{1}{L} \sum_{t=1}^L X_k^b(t) (X_k^b(t))^H \quad (12)$$

经过后向空间平滑之后,得到协方差矩阵  $R^b$ , 即

$$R^b = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p R_k^b \quad (13)$$

为提高前后向空间平滑后协方差矩阵的估计精度,将

前向空间平滑获得协方差矩阵  $\mathbf{R}^f$  与后向空间平滑获得的协方差矩阵  $\mathbf{R}^b$  进行平均,记前后向空间平滑后估计的协方差矩阵为  $\mathbf{R}^{\phi}$ ,则:

$$\mathbf{R}^{\phi} = \frac{\mathbf{R}^f + \mathbf{R}^b}{2} \quad (14)$$

将前后向空间平滑后的协方差矩阵  $\mathbf{R}^{\phi}$  进行分解,得到:

$$\mathbf{R}^{\phi} = \mathbf{U}_s \boldsymbol{\Sigma}_s \mathbf{U}_s^H + \mathbf{U}_N \boldsymbol{\Sigma}_N \mathbf{U}_N^H \quad (15)$$

式中:  $\mathbf{U}_s$  表示选取  $K$  个大特征值对应的特征矢量构成的信号子空间,  $\mathbf{U}_N$  表示选取剩余  $M - K$  个小特征值对应的特征矢量构成的噪声子空间,  $\boldsymbol{\Sigma}_s$  表示  $K$  个大特征值构成的对角阵,  $\boldsymbol{\Sigma}_N$  表示由剩余  $M - K$  个小特征值构成的对角阵。实际上求 DoA 是以最小优化搜索实现的,即:

$$\theta_{MUSIC} = \arg \min_{\theta} \mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{U}_N \mathbf{U}_N^H \mathbf{a}(\theta) \quad (16)$$

MUSIC-Group Delay 方法采用空域搜索获得各相邻相干源的 DoA 角度,其谱估计公式为:

$$P_{MGD}(\theta) = \sum_{i=1}^{M-K} \left| \frac{d(\mathbf{a}^H(\theta) \cdot \mathbf{q}_i)}{d\theta} \right|^2 \cdot P_{MUSIC}(\theta) \quad (17)$$

式中:  $\mathbf{a}(\theta)$  表示 DoA 角度为  $\theta$  的信号导引矢量,  $\mathbf{q}_i \in \mathbf{U}_N$  是第  $i$  个噪声特征向量,  $P_{MUSIC}(\theta)$  表示 MUSIC 算法的谱估计公式。

最后,采用 MUSIC-Group Delay 算法,按照式(17),搜索空间谱峰,各谱峰对应的角度就是所估计的各相干信号源 DoA 角度。相邻的相干信号源 DoA 估计的流程如图7所示。



图7 相邻相干信号源 DoA 估计的流程

MUSIC-Group Delay 算法和前后向空间平滑技术在有限的阵元下能够正确的估计相邻的相干信号源。下一章将详细的描述这种改进算法的有效性。

#### 4 仿真结果与分析

在相干信号源的情况下,系统的仿真参数如下:信号源入射角度为  $46^\circ$  和  $50^\circ$ ,阵元数为 12,快拍数为 110,两个相干信号源的信噪比分别为 12.5 dB 和 15 dB。图8和图9分别给出了未进行前后向空间平滑时, MUSIC 和 MUSIC-Group Delay 这两种算法的 DoA 估计。在图中可以看出这两种算法在未进行空间平滑时,入射角为  $46^\circ$  和  $50^\circ$  的时候都只出现一个峰,并不能正确的估计出方位角。

将 12 个阵元划分成 8 个子阵,每个子阵包含 5 个阵元,然后进行前后向空间平滑处理。从图 10 和图 11 中可以明显看出, MUSIC-Group Delay 算法在  $46^\circ$  和  $50^\circ$  时分别能出现一个峰,而 MUSIC 算法只能出现一个峰。

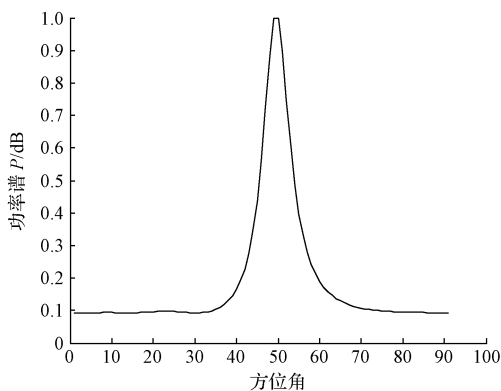


图8 基于 MUSIC 算法的相干信号 DoA 估计

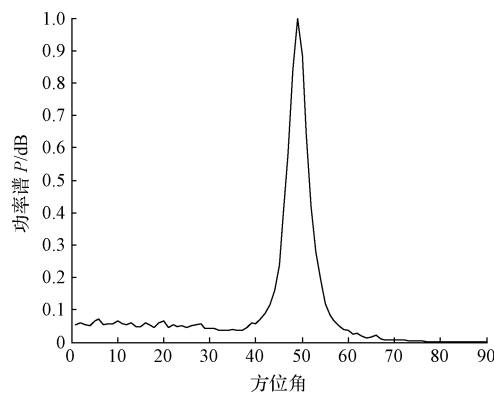


图9 基于 MUSIC-Group Delay 算法的相干信号 DoA 估计

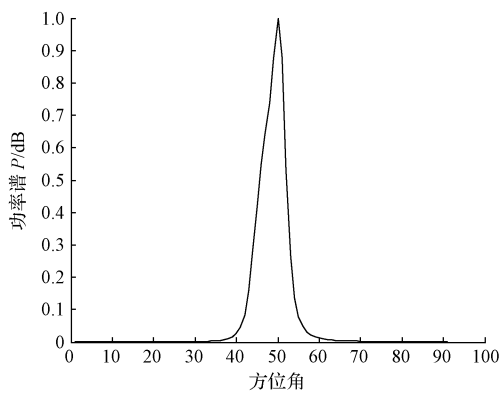


图10 基于 MUSIC 算法的相干信号 DoA 估计

在相干信号源的情况下,采用空间平滑技术后, MUSIC 算法不能正确估计出两个相邻的方位角,而 MUSIC-Group Delay 算法能够正确估计出在  $46^\circ$  和  $50^\circ$  处的方位角。在空间平滑技术中,少量阵元的使用使得 MUSIC 算法的性能降低,导致相邻的信号源难以分辨。采用 MUSIC-Group Delay 算法与前后向空间平滑技术相结合的方式进行相邻的相干信号源 DoA 估计,可以正确的进行源定位。最后我们发现改进的算法比 MUSIC 算法分辨率高。

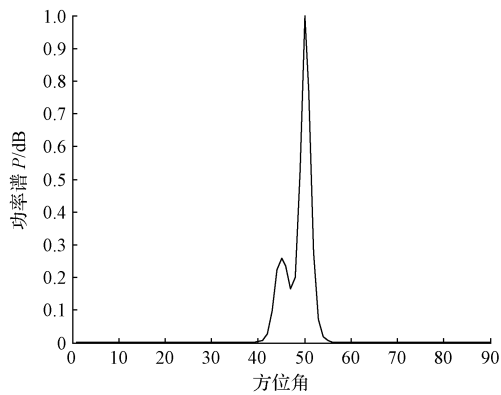


图 11 基于 MUSIC-Group Delay 算法的相干信号 DoA 估计

## 5 结论

本文研究相邻的相干信号源定位,并提出了一种改进的方法,将 MUSIC-Group Delay 算法和空间平滑技术相结合。MUSIC-Group Delay 算法通过群延迟函数能够很好的区分相邻的信号源,同时采用了前后向空间平滑技术作为 MUSIC-Group Delay 的预处理,通过平滑阵元去除均匀线阵上相干信号源的相关性,正确估计出相干信号源的方位角。仿真结果和分析可以验证改进的算法是一种高效的 DoA 估计技术。

### 参考文献

- [1] COUILLET R. Robust spiked random matrices and a robust G-MUSIC estimator[J]. *Journal of Multivariate Analysis*, 2014(140): 139-161.
- [2] JOUNY I. Music DOA estimation with compressive sensing and/or compressive arrays[J]. *IEEE International Symposium on Antennas & Propagation*, 2011: 2016-2019.
- [3] LI X, YANG G, GU Y. Simulation analysis of MUSIC algorithm of array signal processing DOA[C]. *International Conference on Automatic Control and Artificial Intelligence*, 2012: 1838-1841.
- [4] VALLET P, MESTRE X, LOUBATON P. Performance Analysis of an Improved MUSIC DoA Estimator[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 33(11):1921-1932.
- [5] FOUTZ J, SPANIAS A, BANAVAR M K. Narrow-band direction of arrival estimation for antenna arrays. *Synthesis Lectures on Antennas*, 2008, 3(1): 1-76.
- [6] VIJAYALAKSHMI P, M RAMASUBBA R, DOUGLAS O. Acoustic analysis and detection of hypernasality using a group delay function[J]. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 2007, 54(4): 621-629.
- [7] GOWDA D, POHJALAINEN J, ALKU P. Robust

- spectral representation using group delay function and stabilized weighted linear prediction for additive noise degradations[C]. *Speech Technology and Human - Computer Dialogue (SpeD)*, 2013: 1-7.
- [8] KUMAR L, MANDALA R, HEGDE R M. MUSIC-group delay based methods for robust DOA estimation using shrinkage estimators [C]. *Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM)*, 2012: 281-284.
- [9] KUMAR L, TRIPATHY A, HEGDE R M. Robust multi-source localization over planar arrays using MUSIC-group delay spectrum[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014,62(17): 4627-4636.
- [10] 李燕,何怡刚,尹柏强. LFM 信号 DOA 估计分数阶量纲归一化方法[J]. *电子测量与仪器学报*, 2016, 30(3):448-455.
- [11] 乔宗超,唐露新,刘海. 自适应滤波算法消除泥浆脉冲信号中的泵冲噪声[J]. *仪器仪表学报*, 2016, 37(7): 1477-1484.
- [12] 温宗周,刘垚,段俊瑞,等. 基于 DSP 的 LFM CW 雷达信号处理技术研究[J]. *电子测量技术*, 2016, 39(5): 101-104.
- [13] XING H, ZHANG Q, CHUNXIA L U. Adaptive stochastic resonance method for weak signal detection based on particle swarm optimization[J]. *Instrumentation*, 2015,2(2): 3-10.
- [14] SHUKLA M, HEGDE R M. Significance of the music-group delay spectrum in speech acquisition from distant microphones[C]. *IEEE International Conference on Acoustics*, 2010, 23(3):2738-2741
- [15] ONG L T, PENG K T. Multipath mitigation techniques based on spatial smoothing linear antenna arrays[C]. *Antennas and Propagation in Wireless Communications*, 2015.
- [16] PHAM G T, LOUBATON P, VALLET P. Performance analysis of spatial smoothing schemes in the context of large arrays[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016;64(1):160-172.
- [17] 刘亮,何攀峰,台鑫. 矢量调制在相干多通道信号发生中的应用研究[J]. *国外电子测量技术*, 2015, 34(11): 48-52.
- [18] 周钦山. 信号分析仪中矢量信号分析设计[J]. *国外电子测量技术*, 2016, 35(5):57-61.

### 作者简介

郑家芝,1991 年出生,河海大学研究生,主要研究方向为信号与信息处理、阵列信号处理等。  
E-mail:zhengjiazhi\_hhu@163.com