

时频结合的失真度测量方法研究

李翔¹ 陈实^{2,3}

(1. 桂林电子科技大学电子工程与自动化学院 桂林 541004; 2. 国电南京自动化股份有限公司 南京 211100;
3. 南京国电南自电网自动化有限公司 南京 211100)

摘要:失真度测量常采用基于快速傅里叶变换(FFT)的频域方法和基于曲线拟合的时域方法。FFT法需对被测信号进行整周期同步采样以避免栅栏效应和频谱泄漏,曲线拟合法计算量较大且拟合效果不易保证。为克服FFT法与曲线拟合法的上述不足,利用离散时间傅里叶变换(DTFT)提取被测信号基波分量并将其从时域波形中剔除,从而实现全谐波失真(THD)的计算。该方法无需进行曲线拟合或FFT,简化了计算流程。在12 bit采样精度下对该方法进行了数值模拟与实验测试,对低失真正弦信号进行数值模拟得到的失真度绝对误差低于0.05%,而对20 Hz~20 kHz方波和三角波实测所得失真度绝对误差小于1%,表明此方法能够便捷、可靠地实现失真度的测量。

关键词:全谐波失真(THD);快速傅里叶变换(FFT);曲线拟合;离散时间傅里叶变换(DTFT)

中图分类号: TN911.72 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.4030

Research on time-frequency conjoined scheme for distortion measurement

Li Xiang¹ Chen Shi^{2,3}

(1. School of Electronic Engineering and Automation, Guilin University of Electronic Technology, Guilin 541004, China;
2. Guodian Nanjing Automation Co., LTD., Nanjing 211100, China; 3. Nanjing SAC Power
Grid Automation Co. LTD., Nanjing 211100, China)

Abstract: The most frequently used methods for distortion measurement are fast Fourier transform (FFT) in frequency domain and curve fitting in time domain. However, FFT-based method needs integral period synchronous sampling, in order to avoid picket-fence effect and spectrum leakage. On the other hand, curve-fitting-based method has higher computational burden, and it is difficult to ensure the robustness. To overcome the above shortages of FFT-based and curve-fitting-based approaches, discrete-time Fourier transform (DTFT) can be used to extract and eliminate the fundamental wave from the measured signal, and then the total harmonic distortion (THD) can be calculated. Neither curve fitting nor FFT is needed in the proposed method, thus the computation is simplified. Numerical simulation and experiment for the proposed method are performed with 12 bit sampling resolution. Simulation results of sinusoidal signal with low distortion show that the absolute error of THD is less than 0.05%, while the experiment results of 20 Hz~20 kHz square and triangle waves have less than 1% absolute error. Therefore, the proposed method is efficient and reliable for distortion measurement.

Keywords: total harmonic distortion (THD); fast Fourier transform (FFT); curve fitting; discrete-time Fourier transform (DTFT)

1 引言

全谐波失真(total harmonic distortion, THD)是用于评价放大器及正弦信号源的重要指标。失真度的测量方法可分为模拟式和数字式两大类^[1]。传统的模拟式失真

度测量仪器采用基于模拟电路的滤波器滤除输入信号的基频分量^[2],其测量精度受制于滤波器性能,且硬件较复杂。数字式失真度测量方法是以模数转换(analogue-to-digital conversion, ADC)及数字信号处理为基础,包括基于离散傅里叶变换(discrete Fourier transform, DFT)的

频域分析方法^[3-8],以及基于正弦波形拟合的时域分析方法^[9-12]。

基于DFT的频域分析法可同时得到正弦信号的失真度及其频谱,并且可借助快速傅里叶变换(fast Fourier transform, FFT)显著降低计算量,故亦称为FFT法。但该方法要求采样频率与输入信号频率必须满足整数倍关系且相位同步,即整周期同步采样,否则会因“栅栏效应”和频谱泄漏而影响其测量精度^[6-7]。基于波形拟合的时域分析法又称曲线拟合法,该法可不受整周期同步采样的限制,但采用拟合方法求取正弦波形的4个参数(频率、振幅、初相及直流偏置)需进行搜索,计算量大且最终结果的精度往往依赖于初始条件^[13]。

本文在结合频域分析法和时域分析法各自优点的基础上提出一种新的失真度测量方法。该方法采用离散时间傅里叶变换(discrete-time Fourier transform, DTFT)对被测信号的基波分量进行提取和剔除,因而不需要进行FFT或曲线拟合,从而能克服FFT法与曲线拟合法各自的不足,并具有较低的计算量。

2 测量原理

2.1 FFT法与曲线拟合法概述

全谐波失真 γ 通常定义为:

$$\gamma = \frac{\text{谐波分量总有效值}}{\text{基波有效值}} \times 100\% \quad (1)$$

由于正弦和余弦函数构成完备的正交函数集,式(1)中的谐波分量总有效值可由各次谐波的有效值进行平方合成而得到。若记第 k 次谐波的振幅为 A_k (约定 $k=1$ 为基波, $k=0$ 为直流分量),则式(1)可改写为:

$$\gamma = \frac{\sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} A_k^2}}{A_1} \times 100\% \quad (2)$$

FFT法即是利用离散傅里叶变换(DFT)求得 A_k ,而后代入式(2)计算失真度 γ 。对于包含 N 个点的采样序列,进行DFT后所得频谱也包含 N 个点(即 N 条复谱线)。当 N 为2的整数次幂时,利用复指数因子的周期性和对称性可简化计算,即基2-FFT算法。然而,只有当采样序列的长度为被测信号周期的整数倍时,各次谐波的频率才会刚好与各谱线位置重合,且互不影响;如不满足这一条件,则DFT得到的并非被测信号的准确频谱,此即FFT法的“栅栏效应”和频谱泄漏。

曲线拟合法采用4个参数描述被测信号的基波分量,即频率 f 、振幅 A 、初相 φ 和直流偏置 d 。即被测信号的采样序列为 $\{x_i\}$,其中 i 取值为从1到 N 的整数,通过适当的拟合或搜索算法使式(3)中的目标函数取得最小值^[11,13]:

$$\rho(f, A, \varphi, d) = \sum_{i=1}^N \left[x_i - A \sin\left(\frac{2\pi f}{f_s} i + \varphi\right) - d \right]^2 \quad (3)$$

当式(3)中的目标函数 $\rho(f, A, \varphi, d)$ 取得最小值时,

表明基波分量已被完全提取,且此时 ρ 的值恰好与所有谐波的总有效值相对应,于是失真度可由式(4)计算:

$$\gamma = \frac{1}{A} \sqrt{\frac{2\rho}{N}} \times 100\% \quad (4)$$

曲线拟合法不需用到DFT,因此不要求采样频率为被测信号频率的整数倍。然而正弦波形的4参数拟合过程计算量大,且搜索结果的准确性与初始条件的精度有关。即使采用先估计频率、再进行3参数拟合的改进算法,计算量仍然较为可观^[13]。

2.2 改进的失真度测量方案

由上所述可知,测量失真度的关键在于准确提取被测信号的基波分量,这也正是对被测信号进行FFT或曲线拟合的主要目的。提取基波分量除借助FFT或曲线拟合外,亦可采用其他方法^[14]。本文采取基于离散时间傅里叶变换(DTFT)的方法实现被测信号的基波提取。

若记被测信号基波频率为 f_1 ,不论 f_1 与采样频率 f_s 是否为整数倍关系,均可作DTFT而得到其基波分量。但应注意,实际测量时是在有限的时间长度 τ 内对被测信号进行分析,相当于宽度为 τ 的矩形窗,这与DFT的情形类似。为避免由此造成频谱泄漏,不能直接令 $\tau = \frac{N}{f_s}$ (即把全部 N 个采样点均用于分析),而应取 τ 为基波周期的整数倍。 N 点采样序列所含基波的完整周期数为 $\left[\frac{Nf_1}{f_s}\right]$,方括号表示取整。因此,DTFT应取的时间长度为:

$$\tau = \left[\frac{Nf_1}{f_s}\right] \frac{1}{f_1} \quad (5)$$

为便于实现,DTFT可采用实数运算,即分别计算基波的正弦分量和余弦分量。记这两者的振幅分别为 A_{1S} 与 A_{1C} ,并记被测信号为 $x(t)$,则有:

$$A_{1S} = \frac{2}{\tau} \int_0^{\tau} x(t) \sin(2\pi f_1 t) dt \quad (6)$$

$$A_{1C} = \frac{2}{\tau} \int_0^{\tau} x(t) \cos(2\pi f_1 t) dt \quad (7)$$

并有直流分量:

$$A_0 = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} x(t) dt \quad (8)$$

接下来将式(6)~式(8)由积分转化为离散求和以便计算,这需要先求出区间 τ 包含的采样周期数:

$$P_F = \tau \cdot f_s = \left[\frac{Nf_1}{f_s}\right] \frac{f_s}{f_1} \quad (9)$$

并取其整数部分(即区间 τ 所含采样点数)为:

$$P_I = [P_F] = \left[\left[\frac{Nf_1}{f_s}\right] \frac{f_s}{f_1}\right] \quad (10)$$

被测信号的 N 点采样序列记为 $\{x_i\}$,则有:

$$A_{1S} = \frac{2}{P_F} \sum_{i=1}^{P_I} x_i \sin\left(\frac{2\pi f_1}{f_s} i\right) + \frac{2(P_F - P_I)}{P_F} \cdot x_{P_I+1} \sin\left[\frac{2\pi f_1}{f_s} (P_I + 1)\right] \quad (11)$$

$$A_{1c} = \frac{2}{P_F} \sum_{i=1}^{P_i} x_i \cos\left(\frac{2\pi f_{1i}}{f_s}\right) + \frac{2(P_F - P_i)}{P_F} \cdot x_{P_i+1} \cos\left[\frac{2\pi f_{1i}}{f_s}(P_i + 1)\right] \quad (12)$$

$$A_0 = \frac{1}{P_F} \sum_{i=1}^{P_i} x_i + \frac{P_F - P_i}{P_F} x_{P_i+1} \quad (13)$$

求得基波分量 A_{1s} 、 A_{1c} 与直流分量 A_0 后,即可将它们从被测信号中剔除而得到谐波成分,记为 $\{y_i\}$:

$$y_i = x_i - A_{1s} \sin\left(\frac{2\pi f_{1i}}{f_s}\right) - A_{1c} \cos\left(\frac{2\pi f_{1i}}{f_s}\right) - A_0 \quad (14)$$

于是可得失真度为:

$$\gamma = \sqrt{\frac{\frac{1}{P_F} \left(\sum_{i=1}^{P_i} y_i^2 + \frac{P_F - P_i}{P_F} y_{P_i+1}^2 \right)}{\frac{1}{2} (A_{1s}^2 + A_{1c}^2)}} \times 100\% \quad (15)$$

以上介绍的失真度测量方法不需进行完整的FFT,也不需要采用拟合或搜索算法,使得计算流程较为简单,便于编程实现。

本文方法应用时需先获知被测信号的基波频率,这可通过将被测信号整形后进行测频来获得,或采用适当的频率估计算法。

3 算法验证

3.1 仿真实验

假定以12位分辨率ADC对被测信号采样,采样率为200 ksp/s,被测信号频率以50 Hz步长从200 Hz进至50 kHz,波形分别采用无失真正弦波、失真0.1%正弦波及方波,仿真结果依次如图1、图2及图3所示。

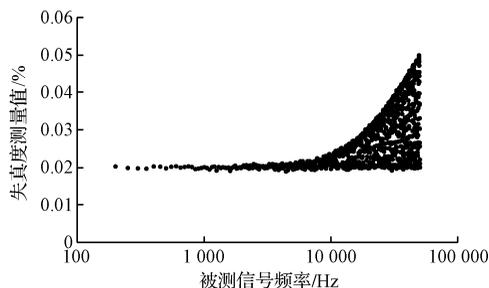


图1 无失真正弦波仿真结果

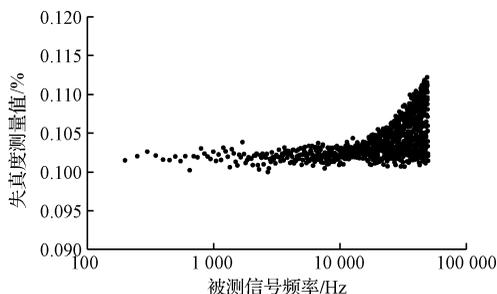


图2 失真0.1%正弦波仿真结果

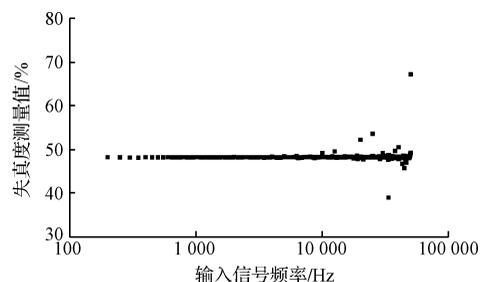


图3 方波仿真结果

由图1、图2可见,采用12位分辨率ADC时,对于低失真信号,本文算法所得失真度的绝对误差不超过0.05%。然而当被测信号为方波(理论失真度48.34%)时,由图3可见,个别频率上失真度误差较大,现将这些误差较大的频率点如表1所示。

表1 方波输入时部分频率点仿真结果

信号频率 / Hz	信号频率与采样频率之比	失真度测量值 / %	失真度理论值 / %
10 000	1/20	49.184	48.343
12 500	1/16	49.547	48.343
20 000	1/10	52.215	48.343
25 000	1/8	53.560	48.343
33 350	1/6	38.985	48.343
50 000	1/4	67.181	48.343

表1中所列频率点的共同特征是,其数值均与采样频率成简单整数比。在这些频率下,进行波形分析时容易损失被测信号的高次谐波分量,使得失真度出现较大误差。因此,在实际应用中,应使采样频率远高于被测信号的频率。

3.2 实测结果

以STM32F103R8T6单片机为核心构建简易失真度测量仪,其系统原理如图4所示。

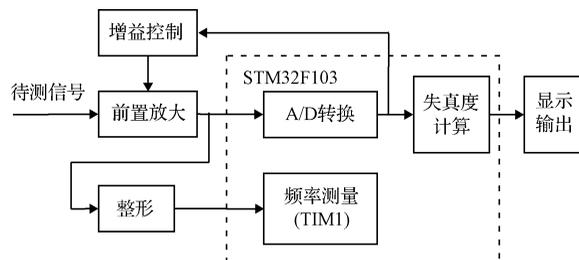


图4 简易失真度测量仪原理

本测量仪主要针对音频(20 Hz~20 kHz),将被测信号频率分为3档:1)200 Hz以下采用7.2 ksp/s采样率;2)200 Hz~2 kHz采用72 ksp/s采样率;3)2 kHz以上采

用 720 ksp/s 采样率。采用 STM32F103 自带的 12 位 ADC 进行采样,并借助其定时器 TIM1 的捕获/比较功能实现频率测量。单片机系统时钟为 72 MHz,由 8 MHz 晶振经 STM32F103 片内 PLL 倍频产生。

由 Agilent® 33522A 任意波形发生器分别产生峰值为 2 V 的三角波和方波作为被测信号,实测结果如表 2 所示。

表 2 测量结果

被测信号频率/Hz	失真度测量值/%	
	三角波	方波
10	12.116	48.166
20	12.119	48.167
30	12.125	48.207
50	12.143	48.204
80	12.078	48.175
100	12.117	48.166
200	12.121	48.165
300	12.126	48.207
500	12.144	48.204
800	12.080	48.175
1 000	12.116	48.167
2 000	12.121	48.164
3 000	12.127	48.208
5 000	12.144	48.204
8 000	12.078	48.176
10 000	12.230	48.151
20 000	12.557	47.925
30 000	13.070	47.533
50 000	12.218	48.172

按式(1)定义的全谐波失真,三角波与方波的失真度理论值分别为 12.115%与 48.343%。由表 2 可知,本文提出的失真度测量方法应用于简易失真度测量仪,实测结果准确、可靠。

4 结论

与基于 FFT 或曲线拟合的失真度测量方法相比,本文方法利用 DTFT 实现基波分量的提取,不要求对被测

信号进行整周期同步采样及 FFT 运算,亦不需采用搜索或拟合算法,简化了计算流程,便于实现。数值模拟与实测结果均表明,本文方法能够实现失真度的准确测量,简便可靠。

参考文献

- [1] 袁晓峰,许化龙,陈淑红,等. 正弦信号失真度测量方法述评[J]. 航空计测技术,2004,24(1):1-2,6.
- [2] 张耀,赵光宙,黄忠慧. 一种高精度失真度测量仪的研制[J]. 仪器仪表学报,2007,28(5):837-842.
- [3] 陈坚,盛庆华,毛礼建,等. 基于 STM32 的音频信号分析仪的设计与实现[J]. 工业仪表与自动化装置,2016(3):19-21,34.
- [4] 丁跃尧,陈松,荣军,等. 数字正弦信号失真度测量仪的设计[J]. 微型机与应用,2015,34(12):64-66,69.
- [5] 亓庆新,刘华. 基于 STM32 的正弦波测量装置的设计[J]. 现代电子技术,2012,35(17):110-111,115.
- [6] 薛萍,朱琳琳,王宏民. 基于准同步采样光伏发电系统谐波分析方法[J]. 电子技术应用,2015,41(11):121-123,131.
- [7] 马立新,周磊,王亮,等. 基于傅立叶级数的自适应谐波检测算法[J]. 电子测量技术,2016,39(3):34-37.
- [8] 郭爱英. 基于 TMS320F2812 的谐波检测系统的设计[J]. 电子测量技术,2016,39(5):110-114.
- [9] 梁志国,孙璟宇. 周期性任意波形总失真度的精确评价[J]. 计量学报,2005,26(2):176-180.
- [10] 顾文进,张兴敢. 基于曲线拟合方法的失真度分析仪设计[J]. 电子测量技术,2007,30(6):93-95.
- [11] 赵耀松,霍凯,陈志鸿. 交流电失真度测量方法研究与实现[J]. 电测与仪表,2014,51(19):70-74.
- [12] 孙璟宇,王中宇,梁志国. 任意波形失真度的一种评价方法[J]. 北京航空航天大学学报,2015,41(1):33-37.
- [13] 梁志国,孟晓凤. 正弦波形参数拟合方法述评[J]. 测试技术学报,2010,24(1):1-8.
- [14] 郎宾,韩国栋,黄天辰. 一种基于 HHT 的失真度测试方法[J]. 国外电子测量技术,2012,31(1):37-39,59.

作者简介

李翔,1984 年出生,工学博士,讲师,主要研究方向为智能传感器、智能仪器系统等。
E-mail: xli1984@hotmail.com