

频谱监测中的多频随机共振检测

张伟达¹ 陈良² 梅芳³ 金燕华¹

(1. 电子科技大学 成都 611731; 2. 国家无线电监测中心成都监测站 成都 611136;

3. 国家无线电监测中心云南监测站 昆明 650031)

摘要:基于频段分离思想设计能够完成频谱监测中多频微弱信号的双稳态随机共振检测方案。使用归一化尺度变换对高频段范围内周期信号进行随机共振检测仿真实验;针对随机共振方法对多频信号检测的局限性,利用小波变换频段分离的特性,将小波变换与归一化随机共振相结合,进行多频微弱信号检测仿真实验。仿真结果表明,结合了小波变换的归一化随机共振的方案能够检测出待测频段内的多频微弱周期信号。

关键词:归一化随机共振;小波变换;多频段检测;微弱周期信号

中图分类号: TP2 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.40

Multi-frequency stochastic resonance detection in spectrum monitoring

Zhang Weida¹ Chen Liang² Mei Fang³ Jin Yanhua¹

(1. University of Electronic Science and Technology, Chengdu 611731, China;

2. The State Radio_monitoring_center of Chengdu, Chengdu 611136, China;

3. The State Radio_monitoring_center of Yunnan, Kunming 650031, China)

Abstract: This paper design a detection program for multi-frequency weak signal based on the method of bistable stochastic resonance with the thought of separation of frequency band in spectrum monitoring. Normalized scale transformation is used to complete the simulation of stochastic resonance detection of periodic signals in high frequency range. Aiming at the limitation of the stochastic resonance method for the multi-frequency signal detection, the wavelet transform and the normalized stochastic resonance are combined to achieve the multi-frequency weak signal detection simulation experiment with the characteristic of wavelet transform that can separate the frequency band. The simulation results show that the normalized stochastic resonance scheme combined with the wavelet transform can detect the multi-frequency weak periodic signal in the frequency band to be measured.

Keywords: normalized stochastic resonance; Wavelet transform; multi-band frequency detection; weak periodic signal

0 引言

随机共振现象(stochastic resonance)是在1981年由科学家 Benzi 等在研究古气象冰川问题时发现,其主要方法原理^[1-2]为:接收到的微弱周期信号在非线性系统作用下与其中混叠的噪声发生一种类似于物理学中共振现象的相互作用,即当微弱信号、噪声与系统符合基于能量的某种匹配关系时,噪声中的部分能量会转移到信号能量中,这样便利用噪声增加了信号能量,提高了信噪比,完成了对微弱信号的检测^[3]。随机共振方案常用于检测某些具有周期特性的微弱信号,如设备故障诊断中所检测的振

动信号等^[4]。

本文主要研究随机共振方法在频谱监测设备频谱分析仪上对多频微弱信号的检测方案。在针对绝热近似理论的限制而提出的归一化^[5-6]、二次采样^[7]、参数补偿^[8]等方法中,选择归一化尺度变换实现对高频频段的范围检测,再针对随机共振方法对多频信号检测的局限,结合小波变换频段分离的特性^[4],设计了在频谱分析仪上能够实现将待测频段内多频信号分解至多个频段中,再对分解后各频段中可能存在的单频周期信号分别检测的方案。

收稿日期:2017-04

1 随机共振模型及归一化变换方案

1.1 双稳态随机共振系统

在随机共振算法的应用过程中,最常用到的便是其中的双稳态模型,可用朗之万方程对其进行描述^[9],表达方式如下:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -V'(x) + A\cos 2\pi f_0 t + n(t) \\ \langle n(t)n(0) \rangle = 2D\delta(t) \end{cases} \quad (1)$$

该模型实际是以现实中实际存在的布朗运动为依据,描绘了布朗运动中粒子的运动轨迹,该轨迹即为式中的 x 。等式右侧则为粒子在运动过程中受到的有关作用力,应用到双稳态随机共振研究中则为双稳态势阱势函数的导数 $-V'(x)$,待测信号中的原始信号 $A\cos\omega_0 t$ 及噪声信号 $n(t)$, $n(t)$ 为高斯白噪声,噪声强度为 D 。

双稳态势阱势函数^[10] $V(x)$ 具有如下表现形式:

$$V(x) = -\frac{a}{2}x^2 + \frac{b}{4}x^4 \quad (2)$$

式中: $a \in R^+$, $b \in R^+$ 。

式(1)的微分方程实际中不存在精确解,在工程上常使用数值仿真的龙格-库塔算法^[11]迭代求解:

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \\ k_1 = h(ax_n - bx_n^3 + q_n) \\ k_2 = h\left[a\left(x_n + \frac{k_1}{2}\right) - b\left(x_n + \frac{k_1}{2}\right)^3 + q_n\right] \\ k_3 = h\left[a\left(x_n + \frac{k_2}{2}\right) - b\left(x_n + \frac{k_2}{2}\right)^3 + q_{n+1}\right] \\ k_4 = h\left[a\left(x_n + \frac{k_3}{2}\right) - b\left(x_n + \frac{k_3}{2}\right)^3 + q_{n+1}\right] \end{cases} \quad (3)$$

式中: x_n 代表输出 $x(t)$ 的第 n 次采样, $n=0, 1, \dots, N-1$, q_n 代表输入 $q(t)$ 的第 n 次采样,参数 h 为采样频率的倒数。

当系统参数 a, b 都取 1, 信号幅度 $A=0.3$, 频率 $f_0=0.01$ Hz, 采样频率 f_s 取 2 Hz, 噪声强度 D 取 3 时, 双稳随机共振系统输入输出分别如图 1、图 2 所示。

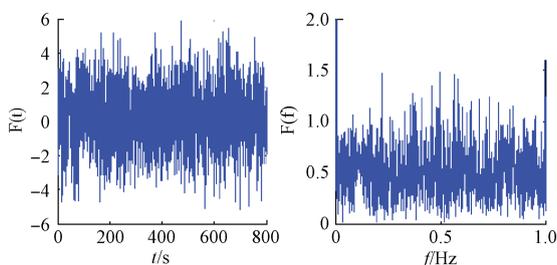


图 1 $f_0=0.01$ Hz 时系统输入时频图

当信号频率逐步提高到 0.1 Hz 时,发现在此过程中均可出现随机共振现象,且信噪比逐渐降低, $f_0=0.1$ Hz 时系统输出如图 3 所示。

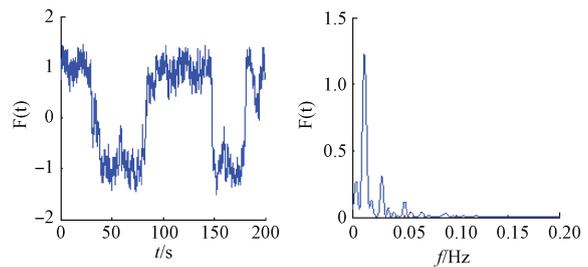


图 2 $f_0=0.01$ Hz 时系统输出时频图

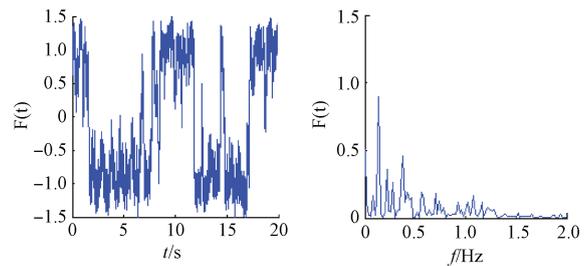


图 3 $f_0=0.1$ Hz 时系统输出时频图

1.2 归一化尺度变换方案

绝热近似理论^[12-13]反映了小参数下信号通过双稳态随机共振系统后信号信噪比的变化,即此时发生随机共振现象的程度。但由于该理论只能用于处理小参数信号,使其使用受到限制,现常使用归一化变换和二次采样克服这一困难。

归一化尺度变换^[5-6]从双稳态随机共振系统中的参数 a, b 入手,通过调节 a, b 的取值来实现大频率信号的随机共振检测。对于如式(1)的系统模型,当参数 a, b 不为 1 时,引入变换:

$$\begin{cases} y = x\sqrt{\frac{b}{a}} \\ \tau = at \end{cases} \quad (4)$$

将式(4)带入式(1)中,可得:

$$a\sqrt{\frac{a}{b}}\frac{dy}{d\tau} = a\sqrt{\frac{a}{b}}y - a\sqrt{\frac{a}{b}}y^3 + A\cos 2\pi f\frac{\tau}{a} + n\left(\frac{\tau}{a}\right) \quad (5)$$

式中: $n(t)$ 为均值是 0、方差为 σ^2 的高斯白噪声,经过变换之后,式(5)中的噪声信号为 $n(\tau/a)$,相当于对 $n(t)$ 在时域上进行了 a 倍的拉伸,也相当于在频域上对 $n(t)$ 进行了 $1/a$ 倍的压缩。而 $n(t)$ 作为白噪声,频域上在所有频率范围内均为一恒定的分量,具有相同的功率,频域上的拉伸或压缩不改变噪声的功率。因此, $n(\tau/a)$ 仍是均值为 0、方差为 σ^2 的白噪声,将式(5)整理后可得:

$$\frac{dy}{d\tau} = y - y^3 + \sqrt{\frac{b}{a^3}}A\cos 2\pi\frac{f}{a}\tau + \sqrt{\frac{b}{a^3}}n\left(\frac{\tau}{a}\right) \quad (6)$$

比较式(5)和式(6),注意到经过变换后的双稳态系统结构参数均为 1,实现了归一化,输入周期信号频率变为 f/a ,为原来周期信号频率的 $1/a$ 。周期信号与噪声幅值

同时乘上了比例因子 $\sqrt{b/a^3}$, 进行了同比例缩放。

式(6)为式(5)的归一化形式, 两者是等价的。因此, 对于高频信号, 通过选取较大的双稳态随机共振系统系数 a , 可以将高频信号转化为低频信号来进行处理, 而参数 b 可以适应强弱不同的输入信号。

2 小波变换

连续小波变换的基本公式如下:

$$WT_x(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt \quad a > 0 \quad (7)$$

式中: $\psi(t)$ 即为基底函数, 常被称为母小波, 在时域上一般是以 0 为中心、均值为 0 的紧支撑函数(即仅在一定区间内不为 0, 区间外皆为 0), 类似于傅里叶变换中的正弦函数。 a 被称为尺度因子, b 则被称为平移因子^[14-15]。

小波变换的实质是将信号分解为一系列由基本小波经平移与尺度伸缩后所得到的的小波基函数的叠加。各小波的系数由将母小波 $\psi(t)$ 做平移 τ 和尺度 a 的变换后再与待变换信号 $x(t)$ 做内积求得。

3 多频段范围的随机共振检测

在实际频谱分析中, 算法方案所要检测的是经过中频滤波器滤波后的带通信号, 有用信号可能出现在通带频段内的任意频率位置, 需要对整个通带频段 $[f_1, f_2]$ 进行检测。

根据上述研究结果, 在双稳系统参数 a, b 均取为 1, 以 0.01~0.1 Hz 的单频信号为系统的输入微弱信号, 适当强度的噪声下均会出现随机共振现象。利用归一化尺度变换和上述结论便能够完成对高频频段内的微弱信号检测处理。即根据微弱周期信号可能出现的频段或待检测频段的起始频点 f_1 和结束频点 f_2 , 计算能够使 $[f_1, f_2]$ 收缩至 $[0.01, 0.1]$ 的频段内的系统参数 a , 设定合适的系统参数即可使输入频段内的周期信号产生随机共振效应, 尺度还原后便可得到待测信号频率。

不过, 该方案仅对单频信号有效, 当应用于含有多个频率的混合信号时, 较难将多个频率的信号全部检测出来, 同时, 将过大带宽收缩至较小带宽也会降低检测的精确度, 提高误差。

此时, 可以使用多个滤波器组将待测频段分解为一组较低带宽的子频段分别通过随机共振系统, 多频信号便被分散在多个频段中, 同时降低了待测频段带宽, 提高了精确度。

同时, 已知 Mallat 小波分解能够实现所需的频段分离。将由 1 Hz、0.1 Hz、0.01 Hz 正弦信号组合而成的信号进行 4 层 Mallat 小波分解, 按照算法规则, 组合信号将被分解为逼近信号 a_4 (0~0.062 5 Hz) 和细节信号 d_4 (0.062 5~0.125 Hz)、 d_3 (0.125~0.25 Hz)、 d_2 (0.25~0.5 Hz)、 d_1 (0.5~1 Hz) 等 5 个频段的子信号, 3 个频率

的正弦信号将被分别分解至逼近信号 a_4 、第 4 层和第 1 层细节信号 d_4, d_1 中, 结果如图 4 所示。

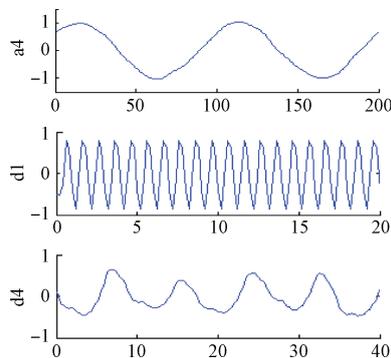


图 4 Mallat 小波分解结果图

4 仿真实验结果及分析

选取由 3.5 Hz 和 20 Hz 的正弦信号组合而成的待测信号, 信号幅度 $A=4.5$, 采样频率取 100 Hz, 噪声均方根 $\sigma=16.431$, 输入信号如图 5 所示。

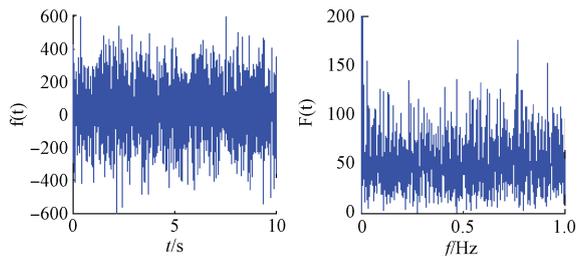


图 5 组合输入信号时频谱

对待测信号进行 2 层 db4 小波分解, 将细节信号 d_1 通过随机共振系统, 系统参数 a 根据归一化规则选择 10^3 , 为保证 A 与 D 满足共振条件, 系统参数 $b=a^3/15^2=4.44 \times 10^6$, 此时系统输出结果如图 6 所示。

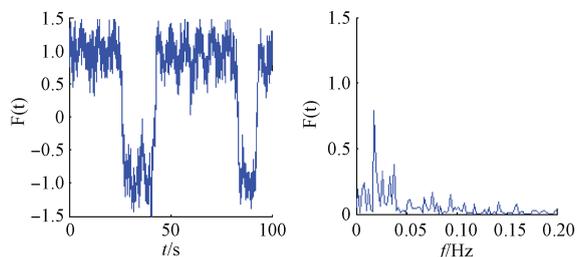
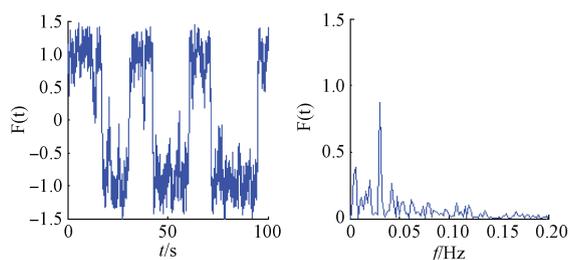


图 6 $f_0=20$ Hz 时系统输出时频谱

检测到在 0.02 Hz 处出现信号, 进行尺度还原后, 所检测到信号频率即为: $f_0=0.02 \times a=0.02 \times 10^3=20$ Hz。

同理, 将逼近信号 a_2 通过随机共振系统, 系统参数 a 根据归一化规则选择 10^2 , 为保证 A 与 D 满足共振条件, 系统参数 $b=a^3/15^2=4.44 \times 10^3$, 此时系统输出结果如图 7 所示。

图7 $f_0 = 3.5$ Hz时系统输出时频图

检测到在 0.035 Hz 处出现信号,进行尺度还原后,所检测到信号频率即为: $f_0 = 0.035 \times a = 0.035 \times 10^2 = 3.5$ Hz。

这样,便分别检测出了待测信号中的频率分量,实现了通过随机共振方法对多频信号的检测,同时,小波变换将待测频段分解为数个带宽更小的子频段再进行检测,增大了随机共振系统能够检测的频段带宽,提高了精确度。

5 结论

本文针对随机共振系统应用于多频信号检测的局限性,研究了归一化尺度变换应用于高频段范围内信号的随机共振检测方法,设计了多尺度小波变换与随机共振相结合的多频信号检测方案,使用 Mallat 算法将多频信号所在频段分解为带宽更低的子频带,将子频带分别通过随机共振系统,并通过仿真实验证明了实验方案的可行性。

参考文献

- [1] HE Q B, WANG J. Effects of multiscale noise tuning on stochastic resonance for weak signal detection[J]. Digital Signal Processing, 2012, 22(4): 614-621.
- [2] 樊养余, 李利品, 党瑞荣. 基于随机共振的任意大频率微弱信号检测方法研究[J]. 仪器仪表学报, 2013, 34(3): 566-571.
- [3] 焦尚彬, 寇洁, 张青. 基于 DSP 的自适应随机共振微弱信号检测方法[J]. 国外电子测量技术, 2016, 35(3): 32-36.
- [4] 肖倩. 基于小波变换的随机共振多频微弱信号检测[J]. 沈阳大学学报, 2016, 28(1): 51-55.
- [5] 陈敏, 胡莺庆, 秦国军, 等. 参数调节随机共振在, 参数调节随机共振在机械系统早期故障检测中的应用[J]. 机械工程学报, 2009, 45(4): 131-135.
- [6] 杨定新, 胡政, 杨拥民. 大参数周期信号随机共振解析[J]. 物理学报, 2012, 61(8): 1-10.
- [7] 冷永刚. 基于 Kramers 逃逸速率的调参随机共振机理[J]. 物理学报, 2009, 58(8): 5196-5200.
- [8] 焦尚彬, 何童. 基于双稳随机共振的多频弱信号检测[J]. 计算机工程与应用, 2014, 50(5): 221-226.
- [9] 贺利芳, 曹莉, 张天骐. Levy 噪声中 EMD 降噪的随机共振研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2017, 31(1): 21-31.
- [10] XU Y, LI J J, FENG J, et al. Levy noise-induced stochastic resonance in a bistable system[J]. The European Physical Journal B, 2013, 198(5): 1-7.
- [11] 李春树. 一种改进的变步长随机共振数值算法[J]. 信息通信, 2015(2): 1-3.
- [12] 朱光起, 丁珂, 张宇, 等. 基于随机共振进行弱信号探测的实验研究[J]. 物理学报, 2010, 59(5): 3001-3006.
- [13] 赵文礼, 刘进, 殷园平. 基于随机共振原理的中低频信号检测方法设计与电路设计[J]. 仪器仪表学报, 2011, 32(4): 721-728.
- [14] 贺利芳, 崔莹莹, 张天骐, 等. 基于幂函数型双稳随机共振的故障信号检测方法[J]. 仪器仪表学报, 2016, 37(7): 1457-1467.
- [15] 吕艳新, 顾晓辉. 多传声器小波多尺度信息融合滤波算法[J]. 仪器仪表学报, 2012, 33(4): 788-794.

作者简介

张伟达, 1991 年出生, 工程硕士在读, 主要研究方向为信号与信息处理。

E-mail: 15528348347@163.com