

# 驱动电压对向列型液晶调制相位的影响

郭弘扬<sup>1,2,3</sup> 杜升平<sup>1,2</sup>(1. 中国科学院光束控制重点实验室 成都 610209; 2. 中国科学院光电技术研究所 成都 610209;  
3. 中国科学院大学 北京 100049)

**摘要:** 液晶作为空间光调制器控制系统的核心器件,其向相位调制特性能对液晶器件的驱动设计、特性的分析具有重大作用。根据液晶弹性体理论和动力学方程,通过差分法迭代法计算出外加电压下液晶分子指向矢随位置变化的分布。根据液晶分子指向矢的分布情况和液晶的电控双折射效应,得到向列型液晶调制相位随驱动电压变化关系。仿真得出,在液晶的驱动电压从0~5 V的过程中,液晶指向矢可以实现0~4π的调制相位变化。实验结果证明,随着驱动电极电压的变化,液晶0~4π的相位调制,实现了对液晶相位调制相位的测量。

**关键词:** 液晶; 指向矢; 光程差; 相位调制

中图分类号: TN2 文献标识码:A 国家标准学科分类代码: 510.99

## Influence of driving voltage on phase modulation of nematic liquid crystal

Guo Hongyang<sup>1,2,3</sup> Du Shengping<sup>1,2</sup>(1. Key Laboratory of Optical Engineering, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209, China;  
2. The Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209, China;  
3. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** Liquid crystal is the core device of the control system of the spatial light modulator, and its phase modulation characteristic plays an important role in the drive design and characteristics analysis of the liquid crystal device. According to the theory of elasticity and dynamics equation of liquid crystal, the distribution of direction change of liquid crystal molecules with applied voltage is calculated by the difference method. According to the distribution and the electrically controlled birefringence of liquid crystal, the relationship between the modulation phase of nematic liquid crystal and the driving voltage is obtained. Simulation results show that liquid crystal phase modulation can change from 0 to  $4\pi$ , with the driving voltage varies from 0 to 5 V. Experiment results demonstrate that the  $0 \sim 4\pi$  phase modulation change can be realized with the increase of electrode voltage, and the measurement of liquid crystal phase modulation are realized.

**Keywords:** liquid crystal; director; optical path difference; phase modulation

## 0 引言

液晶空间光调制器具有精度高、反应灵敏、结构紧凑、保密性强等优点,在通信、光信息处理、航空航天等诸多领域有着广泛的应用<sup>[1-3]</sup>。在空间光调制器控制系统中,作为核心器件,液晶的响应性能对液晶器件的驱动设计、特性的分析具有重大作用<sup>[4]</sup>。液晶的弹性体理论是液晶物理学基本理论,在20世纪30年代由欧欣提出,该理论忽略了液晶分子统计性质的变化,把液晶当作连续的

弹性介质。之后,Frank在欧欣的理论基础上提出曲率弹性理论(curvature elasticity theory),指出液晶的分子指向矢在受到电磁场等外场力作用时会发生一定的形变,在撤销外场力后,分子指向矢在分子间的相互作用力下又回到没有外场力作用的初始状态,这种形变类似固体的弹性形变,因此引入固体弹性形变中的虎克系数,建立了描述液晶指向矢在外场力作用下应变的理论,即液晶连续体弹性形变理论<sup>[5-6]</sup>。

根据液晶弹性体理论和电场自由能公式可以得到在

电场作用下液晶指向矢的分布情况，并得出指向矢动力学响应的偏微分方程。并且，在外加电场力的作用下，液晶分子的指向矢分布会发生偏转，液晶具有电控双折射效应会导致液晶的电光特性也发生改变。当施加到液晶的电压大于 Freedericksz 阈值时，液晶分子指向矢发生偏转，进而改变液晶层的折射率，折射率的改变将带来入射光的相位改变<sup>[7-8]</sup>。

本文采用差分迭代法对指向矢动力学响应的偏微分方程进行数值分析，仿真得出在电场力作用下的液晶分子指向矢的偏转方向会随所在位置不同而发生改变，并根据液晶的电控双折射效应，在驱动电压大于阈值小于液晶极限电压范围内，实现对任意驱动电压情况下，液晶相位偏转角度的计算，并进行实验验证。

## 1 液晶在电场下指向矢分布

根据液晶的连续体弹性形变理论和动力学方程，对液晶系统的自由能进行最小化，可以得到液晶指向矢的分布状态。在外电场的作用下，液晶总的自由能密度表示为电场自由能和弹性自由能的叠加，表示为<sup>[9-10]</sup>：

$$F = F_g - F_e = \int_{V_0} (f_g - f_e) d\tau \quad (1)$$

式中： $f_g$  为液晶形变自由能密度， $f_e$  为外加电场带来的液晶自由密度，其可以进一步表达为<sup>[11]</sup>：

$$f_g = \frac{1}{2} [K_{11}(\nabla \cdot \hat{n})^2 + K_{22}(\hat{n} \cdot \nabla \times \hat{n})^2 + K_{33}(\hat{n} \times \nabla \times \hat{n})^2] \quad (2)$$

$$f_e = \frac{1}{2} D \cdot E \quad (3)$$

式中： $K_{11}$   $K_{22}$   $K_{33}$  分别代表展曲、扭曲、弯曲的弹性系数，对于纯相位调制的液晶器件，其扭曲角恒为 0，故可以忽略液晶分子扭曲所带来的影响，即  $\hat{n} \cdot \nabla \times \hat{n} = 0$ 。将  $f_g$ 、 $f_e$  代入式(1)，得到公式如下：

$$F = \int_{V_0} (K_{11} \cos^2 \theta + K_{33} \sin^2 \theta) \left( \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)^2 - (\epsilon_{\perp} + \Delta \epsilon \sin^2 \theta) \left( \frac{dV}{dz} \right)^2 d\tau \quad (4)$$

式中： $V_0$  代表积分体积范围， $\tau$  是体积元， $V$  为液晶电极的驱动电压， $\theta$  为指向矢偏转角度， $Z$  为液晶盒中垂直方向的位置。当液晶的自由能分布最小时，需要满足一定的极值条件：

$$(K_{11} \cos^2 \theta + K_{33} \sin^2 \theta) \frac{d^2 \theta}{dz^2} + (K_{11} - K_{33}) \sin \theta \cos \theta \left( \frac{d\theta}{dz} \right)^2 + \Delta \epsilon E^2 \sin \theta \cos \theta = 0 \quad (5)$$

$$(\epsilon_{\parallel} \sin^2 \theta + \epsilon_{\perp} \cos^2 \theta) \frac{d^2 V}{dz^2} + 2 \Delta \epsilon \sin \theta \cos \theta \frac{dV}{dz} \frac{d\theta}{dz} = 0 \quad (6)$$

利用差分迭代法替代式(5)和式(6)，分别得出关于指向矢与电压分布  $V_i$  和  $\theta_i$  的迭代公式：

$$V_i = \frac{V_{i+1} + V_{i-1}}{2} -$$

$$\frac{1}{4} \frac{\Delta \epsilon \sin \theta_i \cos \theta_i (V_{i+1} + V_{i-1})(\theta_{i+1} + \theta_{i-1})}{\epsilon_{\parallel} \sin^2 \theta_i + \epsilon_{\perp} \cos^2 \theta_i} \quad (7)$$

$$\theta_i = \frac{\theta_{i+1} + \theta_{i-1}}{2} +$$

$$\frac{1}{16} \sin 2\theta_i \frac{(K_{33} - K_{11})(\theta_{i+1} - \theta_{i-1})^2 + \Delta \epsilon (V_{i+1} - V_{i-1})^2}{(K_{11} + (K_{33} - K_{11}) \sin^2 \theta_i)} \quad (8)$$

根据指向矢与电压分布  $V_i$  和  $\theta_i$  的迭代公式，可以计算出液晶指向矢的分布。

## 2 液晶的电控双折射效应

液晶作为单轴晶体，当一束单色光入射到液晶面时会产生双折射效应，其中一束折射光为遵循光的折射定律的寻常光(o 光)其折射率为常数  $n_o$ ；另一束折射光的折射率  $n_e$  不为常数，称之为非寻常光(e 光)<sup>[12]</sup>。e 光和 o 光在液晶中传播的折射率可以用如图 2 所示的折射率椭球表示<sup>[13]</sup>。Z 轴为液晶光轴方向，其中 OA、OB 的长度即为它们的折射率即  $n_e$  和  $n_o$ <sup>[14]</sup>。

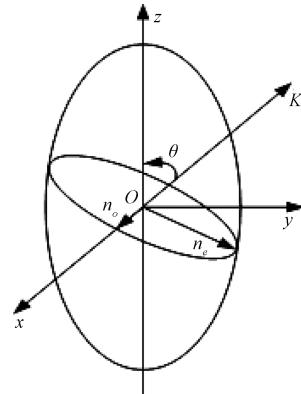


图 1 折射率椭球

设椭球沿  $z$  轴方向旋转，沿  $x$  轴和  $y$  轴方向椭球轴长为  $n_{\perp}$ ，沿  $z$  轴方向椭球轴长为  $n_{\parallel}$ ，假设入射光与  $z$  轴成  $\theta$  角，则 o 光与 e 光的折射率分量分别为<sup>[15]</sup>：

$$\begin{cases} \frac{1}{n_e^2} = \frac{\cos^2 \theta}{n_{\perp}^2} + \frac{\sin^2 \theta}{n_{\parallel}^2} \\ n_o = n_{\perp} \end{cases} \quad (9)$$

由式(9)可得<sup>[16]</sup>：

$$\frac{1}{n_e^2} - \frac{1}{n_o^2} = \frac{\sin^2 \theta}{n_{\parallel}^2} - \frac{1 - \cos^2 \theta}{n_{\perp}^2} \quad (10)$$

由于  $\theta$  是  $x$  的函数， $\theta(x) = \theta_m \cos qx$ ，化简式(10)，可以得出在整个液晶盒厚度范围内光程差  $\Delta$  为：

$$\Delta \approx (n_{\parallel} - n_{\perp}) \int_{-d/2}^{d/2} \theta(x) dx \quad (11)$$

## 3 数值仿真

### 3.1 液晶指向矢的位置分布

计算液晶指向矢在外场力作用下随位置的分布，可以

模拟出液晶的电光调制曲线,液晶指向矢随位置分布的计算在液晶器件的设计中有着重要的意义。

选用电子科技大学研制的纯相位透射式液晶,其中液晶器件的参数分别为, $K_{11}=11.7 \times 10^{-12}$ , $K_{33}=19.5 \times 10^{-12}$ , $\epsilon_{\parallel}=19.5\epsilon_0$ , $\epsilon_{\perp}=5.17\epsilon_0$ ,液晶盒厚度 $d=10 \mu\text{m}$ ,驱动电压设为5 V,采用高斯-赛德尔的差分迭代法对式(7)、(8)进行仿真,最终可以求得液晶指向矢分布,如图2所示。

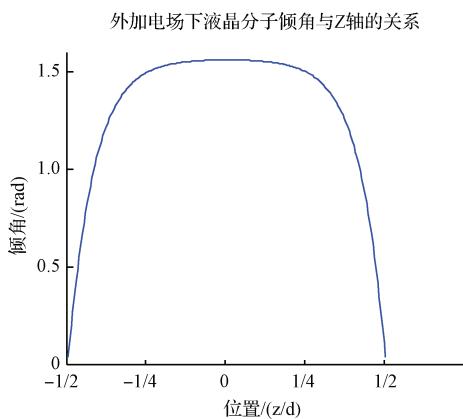


图2 液晶分子倾角与 $z$ 轴位置的关系

### 3.2 调制相位量与驱动电压的关系

根据液晶分子指向矢偏转角度与位置的对应关系,将其带入液晶盒内光程差的分布式(11),将 $\theta$ 视为液晶盒沿 $Z$ 轴方向上的函数,则可以推导出液晶偏转角度与驱动电压的分布关系。将 $Z$ 轴进行 $N$ 等分,设 $N=200$ ,每一层的液晶分子偏转角度近似相同,液晶驱动电压设为5 V,仿真得出光程与电压的对应关系,如图3所示。

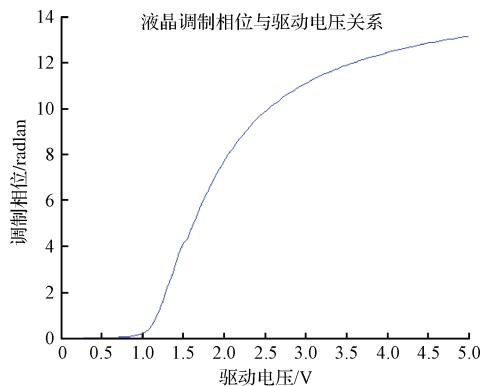


图3 液晶盒调制相位与驱动电压的关系

如图3所示,液晶盒驱动阈值电压约为0.6 V,驱动小于阈值电压时,调制相位变化几乎为0,大于阈值电压之后,调制相位与驱动电压呈正指数趋势变化,当驱动电极的电压达到5 V时,液晶分子指向矢的偏转相位达到 $4\pi$ ,实现了 $0\sim 4\pi$ 相位调制。

## 4 实验结果

实验选用激光器光源波长为671 nm,液晶器件为电子科技大学的纯相位透射式液晶。采用PWM波将液晶电极的供电电压设置为±5 V,液晶驱动的调制占空比划分为256个等级,用PSD接收入射光透过液晶后第0级光在远场的衍射光斑光强,得到了第0级衍射光的强度随这驱动占空比变化的图像,如图4所示。

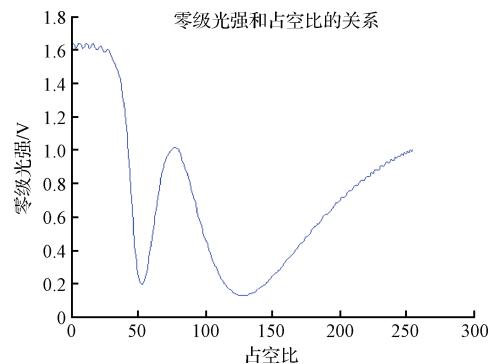


图4 调制占空比和第0级衍射光强的变化关系

由图4可见,当占空比约51时,调制相位为 $\pi$ ,此时第0级衍射的光强最低。当占空比约为76时,调制相位为 $2\pi$ ,第0级的衍射光强变回最大值。当电极电压占空比达到255时,调制相位偏转为 $4\pi$ ,最终实现 $0\sim 4\pi$ 的相位区间调制。根据不同占空比情况下第0级衍射光强的变化,可以推断出占空比与调制相位的关系,进而计算出液晶驱动电压对应的相位值,如图5所示。

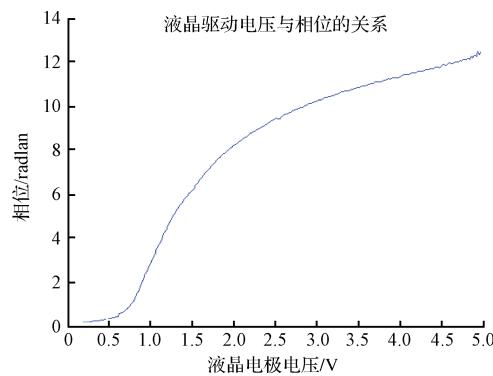


图5 液晶电极电压和调制相位的关系

根据图5,液晶的阈值电压约为0.6 V,驱动电压小于阈值电压时,液晶光栅的调制相位变化缓慢,大于阈值电压后,调制相位的变化量和电压变化量接近正比例关系,当电压达到5 V时,调制相位趋近于 $4\pi$ ,符合图3的理论分析。

## 5 结论

根据液晶的连续体弹性理论和动力学方程,对液晶系统的自由能进行最小化,得出液晶指向矢偏转随位置的分

布状态。在电场力的作用下,利用差分迭代的方法,得到向列型液晶指向矢分布的数值解;根据液晶的电控双折射效应的影响,推导出向列型液晶的调制相位与驱动电压的对应关系。仿真结果得出驱动电压在大于阈值电压的情况下,液晶调制相位与驱动电压呈正指数关系。实验结果证明,在驱动电压从0~5 V的过程中,液晶分子可以实现0~ $4\pi$  调制相位的变化。

#### 参考文献

- [1] 张健,方运,吴丽莹,等. 液晶光束偏转技术[J]. 中国激光,2010,37(2):325-334.
- [2] 彭喜元,庞景月,彭宇,等. 航天器遥测数据异常检测综述[J]. 仪器仪表学报,2016,37(9):1929-1945.
- [3] 乔毅,李晓宇,赵田. 小卫星技术典型军事应用分析[J]. 国外电子测量技术,2017,36(3):47-50.
- [4] 林旭东,薛陈,刘欣悦,等. 自适应光学波前校正器技术发展现状[J]. 中国光学,2012,5(4):337-351.
- [5] 肖文奔. 基于液晶光学相控阵的光束偏转控制技术研究[D]. 北京:中国科学院研究生院(光电技术研究所),2013.
- [6] 胡红斌. 液晶波前校正器的过驱动研究[D]. 长春:中国科学院研究生院(长春光学精密机械与物理研究所),2013.
- [7] 同瑞,肖志松,邓思盛,等. LED光学设计的现状与展望[J]. 照明工程学报,2011,22(2):38-42.
- [8] 汪相如,谭庆贵,黄子强,等. 液晶光学相控阵的双波束成形和2维扫描技术[J]. 激光技术,2013,37(5):631-635.
- [9] 徐展斌,应朝福,林培秋,等. 纯相位液晶空间光调制器相位调制特性的优化[J]. 浙江师范大学学报(自然科学版),2009,32(2):164-168.
- [10] 杜升平,傅承毓,黄永梅,等. 一种液晶相位调制特性的测量方法[J]. 光子学报,2017,46(1):93-100.
- [11] KONG N, LI C, XIA M, et al. Calibration of phase-modulation properties of liquid-crystal spatial-light modulator by mask-phase method[J]. Guangxue Xuebao Acta Optica Sinica, 2011, 31(3):21-28.
- [12] 刘永军,连佳,胡立发,等. 液晶器件相位调制特性研究[J]. 光子学报,2009,38(4):745-749.
- [13] 张书源. 快速响应的电控液晶相位光栅的研究[D]. 大连:大连海事大学,2016.
- [14] 王晓章,李琦,王骐. 液晶光学相控阵相位调制特性测量[J]. 中国激光,2012,39(b06):297-302.
- [15] 单欣,段梦云,艾勇,等. 纯相位液晶空间光调制器相位校正方法[J]. 光子学报,2014,43(6):84-88.
- [16] 宋贵才. 物理光学理论与应用[M]. 北京:北京大学出版社,2010.
- [17] 李宇波,贾文建,曾宇骁,等. 一种液晶调制器相位响应特性线性化的方法[J]. 光电工程,2009,36(7):132-135.

#### 作者简介

郭弘扬,1993年出生,硕士,主要研究方向为光通信中液晶空间光调制、过驱动技术等。

E-mail:guohongy93@163.com