

能量天平不确定度分析与整体系统改进^{*}

许金鑫^{1,2,3}, 张钟华^{1,3}, 李正坤^{1,3}, 鲁云峰^{1,3}

(1. 中国计量科学研究院 北京 100013; 2. 清华大学电机工程与应用电子技术系 北京 100084;
3. 国家质检总局电学量子基准重点实验室 北京 100029)

摘要:将质量单位千克溯源到普朗克常数上是目前计量领域公认的实现质量重新定义的方法。能量天平法则是我国提出的用来测量普朗克常数与复现质量的一种方案。与国外采用的功率天平法相比,能量天平法拥有静态测量的优点。第一代能量天平系统已经完成了整体系统实验,对其不确定度的详细分析,有助于进一步优化设计方案,改进实验过程。最后得到其整体的不确定度为 2.5×10^{-6} 。针对其中主要的不确定度来源,在第2代能量系统中分别提出了相应的改进办法,为进一步降低实验不确定度提供了保证。

关键词:普朗克常数;千克;功率天平;能量天平;不确定度

中图分类号: TH715 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 470.4017

Uncertainty analysis of the Joule balance method and the improvements of whole system

Xu Jinxin^{1,2,3}, Zhang Zhonghua^{1,3}, Li Zhengkun^{1,3}, Lu Yunfeng^{1,3}

(1. National Institute of Metrology, Beijing 100013, China; 2. Department of Electrical Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China; 3. Key Laboratory for the Electrical Quantum Standard of AQSIQ, Beijing 100029, China)

Abstract: The redefinition of the unit of mass by tracing kilogram to Planck constant has been widely accepted in the field of metrology. In China, Joule balance method is proposed by NIM to measure the Planck constant and redefine the kilogram. Compared with the Watt balance method in other countries, Joule balance method benefits from the advantage of static measurement. The whole system experiments for the first generation of the Joule balance system have been finished. The whole measurement uncertainty was analyzed in detail, which will help us to further optimize the design scheme and improve the experiment process. Finally, we obtained that the whole measurement uncertainty is 2.5×10^{-6} . Aiming at the major sources of the measurement uncertainty, several improvement methods are put forward for the next generation of the Joule balance system, which provides the ensuring measure for further reducing the measurement uncertainty.

Keywords: Planck constant; kilogram; Watt balance; Joule balance; uncertainty

1 引言

在国际单位制 SI7 个基本单位中,质量单位千克是最后一个还在使用实物为基准的单位,其定义为国际千克原器的质量^[1]。采用实物为基准最大的问题就是其随时间会发生未知的漂移。在 100 年内的 3 次国际比对中发现,国际千克原器与其官方复制品以及各国国家基准

之间的相对变化为每年 5×10^{-10} 。所以,在对量值准确性要求越来越高的今天,用千克原器复现的质量单位的量值已不能满足要求^[2]。

为解决此问题,从 20 世纪 70 年代起,多个计量科技发达国家已经开展了“质量量子基准”的研究。其中,最有希望的就是功率天平法和硅球法两个方案。功率天平法最早是由英国的 Kibble B. P.^[3] 提出,采用机械功率与电功率比较的方法得到普朗克常数。因为其复现方便、

成本比较低,受到各国的追捧。开展功率天平方案研究的包括英国 NPL、美国 NIST、瑞士 METAS、法国 LNE、国际计量局 BIPM 等研究机构^[4-7]。2005 年,国际计量委员会下属的“质量咨询委员会”对质量量子标准的研究提出了如下要求^[8]:

- 1) 至少有 3 种不同的实验方法重新定义千克单位;
- 2) 至少一种方法的测量不确定度小于 2×10^{-8} ;
- 3) 不同方法实验结果的不一致性小于 5×10^{-8} 。

目前,各国功率天平法之间还有比较大的分散性,所以第 3 个条件还不满足。中国计量科学研究院在 2007 年提出了一种实验方案,称为“能量天平”法^[9]。能量天平方案的主要特点是实现了全过程静态测量,从而避免了“功率天平”移动过程中所包含的动态测量,理论上有可能达到更高的测量准确度^[10]。

到目前为止,第 1 代能量天平系统已经完成了整体系统的原理性验证试验。对于整体实验测量不确定度的分析,有助于本文有针对性地优化设计方案,改进实验过程^[11],从而在第 2 代能量天平系统中得到利用,达到减小测量不确定度的目的。

2 原理

2.1 普朗克常数测量

在能量天平法中,线圈在磁场中通电,受到一个电磁力 F ,其可以写成磁链 ψ 的梯度^[12]:

$$F = (F_x, F_y, F_z) = - \left(\frac{\partial \psi}{\partial x}, \frac{\partial \psi}{\partial y}, \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) I_{su} = - \nabla \psi I_{su} \quad (1)$$

式中: F 是矢量, F_x, F_y, F_z 分别是它在 x, y, z 三个方向上的分量, I_{su} 是悬挂线圈电流。对式(1)两边沿着矢量轨迹 L 取积分得到^[12]:

$$\int_L F \cdot dl = [\psi(B) - \psi(A)] I_{su} \quad (2)$$

式中: A, B 是轨迹 L 的起始点和终止点。从虚位移角度,式(2)可以理解为磁场力做的功等于磁场能量的变化。等式左边力对位移的积分为磁场力做的功,右边磁链差乘以电流为磁场能量的变化。电磁力可以通过天平与砝码的重力建立关系,也就是说,式(2)左边是溯源到 SI 单位制的能量。右边磁链差乘以电流是溯源到电学单位制的能量。式(2)从而就建立了机械势能与磁场势能的平衡,与国外采用的功率天平法建立虚拟的功率平衡方程是不同的。将式(2)写成值乘以单位的形式:

$$\left(\int_L F \cdot dl \right) J_{SI} = ([\psi(B) - \psi(A)] I_{su}) J_{90} \quad (3)$$

式中: J_{SI} 为 SI 单位制下的能量单位, J_{90} 为电学单位制的能量单位。由此可以得到两套单位体制的偏差 γ :

$$\gamma = \frac{\left(\int_L F \cdot dl \right)}{([\psi(B) - \psi(A)] I_{su})} = \frac{J_{90}}{J_{SI}} \quad (4)$$

在电学单位制里,普朗克常数 h 的值可以直接由约瑟夫森常数 K_J 和冯克里青常数 R_K 直接得到:

$$h = (h_{90}) J_{90} \cdot s = \left(\frac{4}{K_{J-90}^2 R_{K-90}} \right) J_{90} \cdot s \quad (5)$$

由式(4)和(5),可以得到所需要的 SI 单位制下的普朗克常数 h_{SI} 的值:

$$h_{SI} = \gamma h_{90} \quad (6)$$

当各国测出的普朗克常数 h_{SI} 满足质量咨询委员会要求的 3 个条件时, h_{SI} 就可以定义为一个无不确定度的常数,进而反过来,可将其用于重新定义质量的单位千克。根据国际计量委员提出的草案,千克的定义将改为“The kilogram, kg, is the unit of mass; its magnitude is set by fixing the numerical value of the Planck constant to be equal to exactly $6.626\ 06X \times 10^{-34}$ when it is expressed in the unit $s^{-1} \cdot m^2 \cdot kg$, which is equal to $J \cdot s$ ”。其中, X 的值将由各个国家的测量结果综合确定。

进一步展开式(2),同时考虑线圈受到的转矩:

$$\int_L F_z dz + \int_L F_x dx + \int_L F_y dy + \int_L \tau_x d\theta_x + \int_L \tau_y d\theta_y + \int_L \tau_z d\theta_z = [\psi(B) - \psi(A)] I_{su} \quad (7)$$

式中: τ_x, τ_y, τ_z 是线圈相对于其质心受到的转矩, $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ 是线圈绕着 x, y, z 3 个轴的转角。如果式(7)左边每一项都可以准确测量,那么左边力积分的过程是一个与积分路径无关的过程,只与积分的起始点和终止点的位置有关。但是,实际上,只有垂直的力 F_z 可以由天平和砝码的重力准确测量,而水平力 F_x, F_y 和转矩 τ_x, τ_y, τ_z 都无法直接测量。所以,水平力和转矩做功产生的五项积分项会引入测量误差,称之为准直误差。在实际的系统设计时,要尽可能地减小这 5 项误差。当矢量轨迹 L 是一条严格垂直的直线或者是水平力和转矩都为 0 时,可以忽略准直误差,同时垂直力 F_z 与砝码重力 mg 相平衡,可以得到:

$$\int_{z_1}^{z_2} \Delta f(z) dz + mg(z_2 - z_1) = [\psi(B) - \psi(A)] I_{su} \quad (8)$$

式中: $\Delta f(z)$ 是平衡后的残差力。式(8)为实际的计算方程。在对式(8)右边磁链差测量时,将线圈从位置 A 移动到位置 B,在移动过程中,将产生一个感应电压 $u(t)$:

$$u(t) = \frac{d\psi}{dt} \quad (9)$$

对式(9)两边进行时间积分得到:

$$\int_{t_1}^{t_2} u(t) dt = \psi(t_2) - \psi(t_1) \quad (10)$$

当移动的起始位置 A 和终止位置 B 根据激光波长进行锁定后^[13],很容易保证在积分起始时间 t_1 时,线圈静止于位置 A ,积分终止时间 t_2 时,线圈静止于位置 B ,这样就可以得到:

$$\psi(B) - \psi(A) = \psi(t_2) - \psi(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} u(t) dt = S \quad (11)$$

式中: S 是感应电压 $u(t)$ 的面积。因为式(11)是一个全微分,磁链差 $\psi(B) - \psi(A)$ 只与运动的起始点和终止点的位置有关,与运动的路径、速度无关。所以,实际上磁链差的测量仍然是一个静态测量。避免了功率天平法动态测量的困难,原来用于测量互感的标准方波补偿法同样可以用来对磁链差进行精密测量^[14]。由互感测量变为磁链差测量后,磁场可以保持恒定,不需要变化。从而永磁体系统可以应用于能量天平中,原来的线圈发热问题可以得到很好的解决。

2.2 第1代能量天平系统

第1代能量天平装置 NIM-1 如图1所示。其主体是一个横梁长为2 m的精密天平,用来测量电磁力。天平左边是配重砝码,右边是悬挂线圈和测量砝码。整个天平通过一个涡流位置传感器和执行器形成反馈系统,始终处于平衡位置。执行器中的电流与平衡后的残余力成正比,从而可以换算成天平读数^[15]。

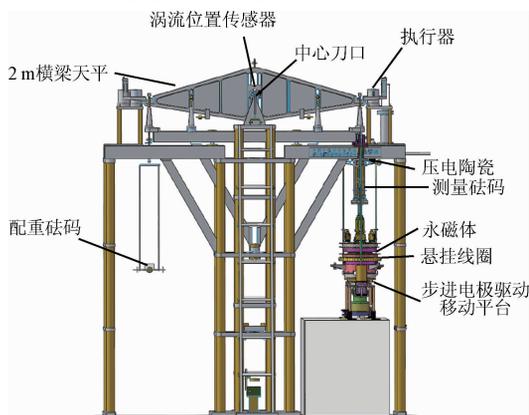


图1 第1代能量天平装置

Fig. 1 Schematic drawing of the first generation Joule balance apparatus, NIM-1

在第1代能量天平系统中,采用了一个开放式的永磁体系统来产生磁场。其截面图如图2所示。其中,5是悬挂线圈,6和7是补偿线圈,1和4是两个大的永磁体圆盘,2和3是两个小的永磁体圆盘。由这4块永磁体圆盘,在线圈位置形成比较水平的均匀磁场。当线圈通

电时,就会产生一个垂直的电磁力。整个永磁体系统落在一个垂直移动平台上,由步进电机带动从而可以上下垂直运动。其位置由激光干涉仪测量。

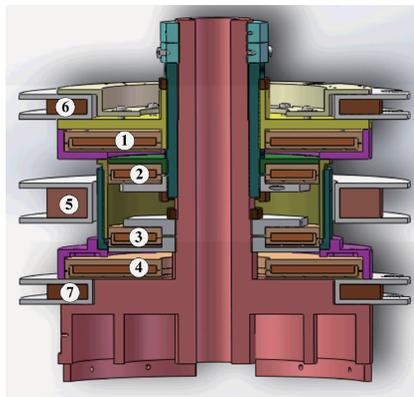


图2 永磁体系统截面图

Fig. 2 The cross sectional view of the yokeless permanent magnet system

由式(8)可以知道能量天平包含两个测量过程,一个是力积分过程,一个是磁链差测量过程。在力积分过程中,每一个位置需要测量向上的电磁力与向下的电磁力。测向上力时,首先通过配重砝码将天平配平,天平读数为0,不加测量砝码。然后通电加向上的电磁力,同时加测量砝码。向上的电磁力与砝码重力 mg 基本平衡,残余力 $\Delta f_{up}(z)$ 由天平读出。测向下电磁力时,先加测量砝码,同时通过调节配重让天平读数为0。然后通电加向下的电磁力,同时去掉测量砝码。同样,残余力 $\Delta f_{down}(z)$ 由天平读出。最后,得到式(8)中的残余力 $\Delta f(z)$ 的值为:

$$\Delta f(z) = \frac{\Delta f_{down}(z) - \Delta f_{up}(z)}{2} \quad (12)$$

磁链差 $\psi(B) - \psi(A)$ 的测量过程如图3所示,当移动平台带动磁体从位置 A 运动到位置 B 时,悬挂线圈中产生一个感应电压。同时,通过一个电压标准 732B 和高速的模拟开关,一个面积已知的标准补偿电压波形同步产生,与感应电压波形相抵消。剩余的残差波形利用数字积分器进行积分,得到残差电压的面积为 ΔS 。从而由标准电压波形的面积 S_E 和残差面积 ΔS 可以得到感应电压的面积 $S = S_E + \Delta S$ 。在测量过程中,需要注意的就是在积分的起始点 t_1 和终止点 t_2 时,要通过激光波长锁定系统将磁体与线圈的相对位置分别锁定在位置 A 和位置 B ,保证其积分起始位置和终止位置的稳定性。

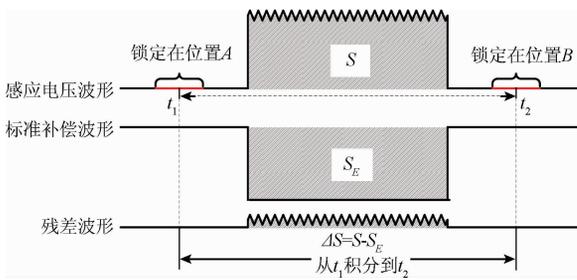


图3 磁链差测量原理

Fig.3 Schematic overview of the magnetic flux linkage difference measurement

3 不确定度分析

3.1 测量模型

在原理分析中,认为磁场在两个测量模式中是一致的。但实际上,因为两个测量模式无法同时进行,磁场在不同的测量模式里是不一样的,从而会引入误差。因此普朗克常数 h_{SI} 可以表示为:

$$h_{SI} = h_{90} \frac{E_{SI}}{E_{90}} \delta_1 \delta_2 \quad (13)$$

式中: δ_1 为准直影响, δ_2 为磁场变化影响, E_{SI} 为垂直方向电磁力做的功, E_{90} 为磁场能量变化。因为 h_{90} 为常量,无不确定度。所以 h_{SI} 的相对不确定度为:

$$u_{rel}(h_{SI}) = \sqrt{u_{rel}^2(E_{SI}) + u_{rel}^2(E_{90}) + u_{rel}^2(\delta_1) + u_{rel}^2(\delta_2)} \quad (14)$$

分别对 E_{SI} 、 E_{90} 、 δ_1 、 δ_2 的相对不确定度进行分析,最终得到 h_{SI} 的相对不确定度。

3.2 E_{SI} 相对不确定度

E_{SI} 是垂直方向电磁力做的功,表达式为:

$$E_{SI} = \int_L F_z dz \quad (15)$$

其不确定度由两个部分组成,一个是长度测量,一个是力测量:

$$u_{rel}(E_{SI}) = \sqrt{u_{rel}^2(z) + u_{rel}^2(F_z)} \quad (16)$$

长度测量采用的是商用的激光干涉仪^[16],其不确定度主要来源于空气中的折射率修正。通过高精度的温度,湿度,压力传感器对空气折射率进行准确修正后^[17],长度测量的相对不确定度将小于 2×10^{-7} ,远小于目前的总体不确定度。

垂直力 F_z 由砝码重力和天平测量结果得到,考虑天平准确性 δ_{bal} 的影响,其测量模型为:

$$F_z = \Delta f(z) + mg + \delta_{bal} \quad (17)$$

所以 F_z 的相对不确定度表示为:

$$u_{rel}(F_z) = \frac{u(F_z)}{F_z} =$$

$$\frac{\sqrt{u^2(\Delta f(z)) + u^2(mg) + u^2(\delta_{bal})}}{F_z} \quad (18)$$

式中: $u(F_z)$ 、 $u(\Delta f(z))$ 、 $u(mg)$ 、 $u(\delta_{bal})$ 分别为他们的绝对不确定度。在其中一个位置上, $\Delta f(z)$ 测量数据的标准差为 0.005 mN。砝码的重力由砝码质量 m 与重力加速度 g 得到。重力加速度我们采用高精度的商用重力计测量,其不确定度为 10^{-8} 量级,这里可以忽略其影响。测量的电磁力约 5 N,所以采用的是 500 g, E2 等级无磁不锈钢砝码。砝码的不确定度主要来源于校准、漂移、浮力修正、磁场修正这几个因素,其综合不确定度约为 0.2 mg。天平的示值误差为 ± 0.01 mN,假设矩形分布, $u(\delta_{bal})$ 为 0.006 mN。最终,得到 E_{SI} 的不确定度如表 1 所示,其中,最大的不确定度都来源于天平对残余力的测量。

表1 垂直力做功 E_{SI} 的不确定度汇总表
Table 1 The relative uncertainties of the power of the vertical force, E_{SI} ($k=1$)

不确定度来源	符号	相对不确定度(10^{-6})
长度测量	$u_{rel}(z)$	0.2
残余力测量	$u(\Delta f(z))/F_z$	1.0
砝码质量	$u(mg)/F_z$	0.4
天平准确性	$u(\delta_{bal})/F_z$	1.2
垂直力做功	$u_{rel}(E_{SI})$	1.6

3.3 E_{90} 相对不确定度

磁场能量变化 E_{90} 的表达式为:

$$E_{90} = [\psi(B) - \psi(A)] I_{su} = \Delta\psi I_{su} \quad (19)$$

所以,其不确定度由磁链差测量和电流测量两部分组成:

$$u_{rel}(E_{90}) = \sqrt{u_{rel}^2(\Delta\psi) + u_{rel}^2(I_{su})} \quad (20)$$

悬挂线圈电流 I_{su} 约为 8.3 mA,一个自制的 100 Ω 低负载系数电阻与悬挂线圈串联,作为采样电阻,电流就等于采样电阻上的电压除以电阻。采样电阻直接由量子化霍尔电阻标准校准,其长期稳定性在 10^{-8} 量级,所以这里忽略电阻的不确定度。电压测量的相对不确定度就是电流的相对不确定度。

采用高精度数字万用表 3458A 来直接测量电阻上的电压,电压值的相对标准差为 1.2×10^{-7} 。3458A 直接由约瑟夫森电压标准进行校准,由其稳定性和非线性引入的相对不确定度约为 2×10^{-7} 。所以电压测量的相对不确定度为 2.3×10^{-7} 。

根据磁链差的测量原理, $\Delta\psi$ 的测量模型可以写为:

$$\Delta\psi = \Delta S + S_E + \delta_{int} \quad (21)$$

式中: δ_{int} 为数字积分器准确性的影响。所以, $\Delta\psi$ 的相对

不确定度为:

$$u_{\text{rel}}(\Delta\psi) = \frac{u(\Delta\psi)}{\Delta\psi} = \frac{\sqrt{u^2(\Delta S) + u^2(S_E) + u^2(\delta_{\text{int}})}}{\Delta\psi} \quad (22)$$

式中: $u(\Delta\psi)$ 、 $u(\Delta S)$ 、 $u(S_E)$ 、 $u(\delta_{\text{int}})$ 分别为他们的绝对不确定度。 ΔS 测量数据的标准差为 $3.6 \mu\text{Vs}$ 。磁链差测量时,整个移动时间约为 9 s ,感应电压约为 1 V 。标准补偿电压由732B和高速模拟开关产生。其面积可以写成: $S_E = V_E \times T$ 。其中,时间间隔 T 由高精度的频率计SR620测量,准确度在 ns 量级,所以时间测量的不确定度可以忽略。 V_E 为732B产生的 1 V 标准电压,由约瑟夫森电压标准进行校准,其短期稳定性引入的不确定度约为 $0.6 \mu\text{V}$,所以,由标准补偿电压面积 S_E 引入的不确定度为 $5.4 \mu\text{Vs}$ 。采用高速24位数字积分器NI PXI-5922对残差面积进行测量,其时间准确性由高精度的外部时钟参考保证,采样误差小于 $\pm 0.6 \mu\text{V}$ 。按照矩形分布同时乘以积分时间 9 s ,得到 $u(\delta_{\text{int}})$ 为 $3 \mu\text{Vs}$ 。

最终,磁场能量变化 E_{90} 的不确定度如表2所示,其中,补偿标准电压波形的不确定度最大。与表1相比,电学测量部分的不确定度要远小于力测量部分的不确定度。

表2 磁场能量变化 E_{90} 的不确定度汇总表

Table 2 The relative uncertainties of the energy change of the magnetic field, E_{90} ($k=1$)

不确定度来源	符号	相对不确定度(10^{-6})
电流测量	$u_{\text{rel}}(I_{\text{su}})$	0.23
残差面积测量	$u(\Delta S)/\Delta\psi$	0.4
标准补偿电压	$u(S_E)/\Delta\psi$	0.6
数字积分器准确性	$u(\delta_{\text{int}})/\Delta\psi$	0.34
磁场能量变化	$u_{\text{rel}}(E_{90})$	0.83

3.4 准直相对不确定度

准直影响 δ_1 可以写为:

$$\delta_1 = 1 + \frac{\int_L F_x dx}{\int_L F_z dz} + \frac{\int_L F_y dy}{\int_L F_z dz} + \frac{\int_L \tau_x d\theta_x}{\int_L F_z dz} + \frac{\int_L \tau_y d\theta_y}{\int_L F_z dz} + \frac{\int_L \tau_z d\theta_z}{\int_L F_z dz} \quad (23)$$

在能量天平中,垂直力做功占主要部分,所以 $\delta_1 \approx 1$ 。 δ_1 的相对不确定度可以用其绝对不确定度代替。准直修正的难点在于侧向力与转矩无法直接测量,所以,这里采用一种放大估算的方式来得到其不确定度。

线圈位置测量系统示意图如图4所示,3路激光干

涉仪分别以 120° 角对称分布在圆周上,分别得到线圈的3点的相对垂直位移 z_1 、 z_2 、 z_3 。由这3点的垂直位移就可以得到线圈转角 θ_x 、 θ_y 的值:

$$\begin{cases} \theta_x = \frac{(z_1 + z_2)/2 - (z_1 + z_3)/2}{\sqrt{3}/2r} \\ \theta_y = \frac{z_1 - (z_2 + z_3)/2}{1.5r} \end{cases} \quad (24)$$

式中: r 是线圈半径。两个电容传感器分别沿 x 、 y 轴固定在线圈上,分别直接测量线圈 x 、 y 方向的位移。另外一个电容传感器沿切向固定在线圈上,测量线圈绕 z 轴的转角 θ_z :

$$\theta_z = \frac{dr}{r} \quad (25)$$

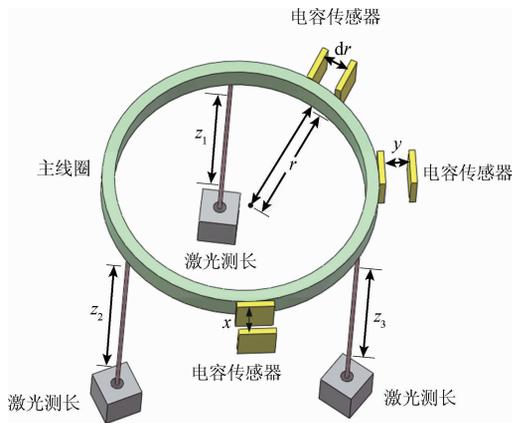


图4 线圈位置测量系统

Fig. 4 The schematic diagram of the coil position measurement system

在移动过程中,侧向位移 x 、 y 与转角 θ_x 、 θ_y 、 θ_z 的最大值分别为 15 、 $17 \mu\text{m}$ 和 0.05 、 0.08 、 0.1 mrad 。而侧向力 F_x 、 F_y 与转矩 τ_x 、 τ_y 、 τ_z 通过基于不对称模型的有限元仿真得到,他们分别小于 3 、 2.5 mN 和 1.5×10^{-4} 、 1×10^{-4} 、 $0.5 \times 10^{-4} \text{ Nm}$ 。实际测量的垂直电磁力约为 5 N ,积分长度是 15 mm ,由此,可以得到:

$$\begin{cases} w_x = \left| \frac{\int_L F_x dx}{\int_L F_z dz} \right| < 0.8 \times 10^{-6} \\ w_y = \left| \frac{\int_L F_y dy}{\int_L F_z dz} \right| < 0.57 \times 10^{-6} \\ w_{\theta_x} = \left| \frac{\int_L \tau_x d\theta_x}{\int_L F_z dz} \right| < 0.1 \times 10^{-6} \\ w_{\theta_y} = \left| \frac{\int_L \tau_y d\theta_y}{\int_L F_z dz} \right| < 0.11 \times 10^{-6} \\ w_{\theta_z} = \left| \frac{\int_L \tau_z d\theta_z}{\int_L F_z dz} \right| < 0.16 \times 10^{-6} \end{cases} \quad (26)$$

采用放大估算的方式,得到准直不确定度如表3所示。

表3 准直 δ_1 不确定度汇总表

Table 3 The relative uncertainties of alignment δ_1

($k=1$)

不确定度来源	符号	相对不确定度(10^{-6})
水平力 F_x 做功	$u(w_x)$	0.80
水平力 F_y 做功	$u(w_y)$	0.57
转矩 τ_x 做功	$u(w_{\theta_x})$	0.10
转矩 τ_y 做功	$u(w_{\theta_y})$	0.11
转矩 τ_z 做功	$u(w_{\theta_z})$	0.16
准直	$u_{rel}(\delta_1)$	1

3.5 磁场相对不确定度

在第1代能量天平所采用的开放式永磁体系统中,线圈中的磁场主要由两部分组成,一部分是由永磁体产生的主磁场 B_1 ,另外一部分则是外界环境引入的杂散磁场 B_2 ,比如说地磁场等。其中,主磁场 B_1 的不确定度主要是由永磁体的温度系数引起的。因为采用了铝铁硼永磁体,其温度系数 α 为 $-1 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ 。线圈位置的主磁场 B_1 可以表示为:

$$B_1(t) = (t - t_0)\alpha B_0 + B_0 \quad (27)$$

式中: B_0 为温度为 t_0 时候的主磁场。 t 为当前温度。在能量天平试验中,力积分和磁链差两个测量模式分别以 ABA 的方式进行。首先是测力,这时候假设温度是 t_1 ;然后测磁链差,温度是 t_2 ;然后再测力,温度是 t_3 ;两次测力的平均值与测磁链差比较,得到普朗克常数。整个 ABA 测量过程大约需要 10 min,在 10 min 测量时间内,温度基本上是线性漂移的。在实际温度监测过程中可以得到:

$$|t_2 - (t_1 + t_3)/2| < 2 \text{ mK} \quad (28)$$

由永磁体温度系数引入的误差 e 可以写为:

$$|e| = \left| \frac{B_1(t_2) - [B_1(t_1) + B_1(t_3)]/2}{[B_1(t_1) + B_1(t_3)]/2} \right| < 2 \times 10^{-6} \quad (29)$$

采用矩形分布,由永磁体温度系数引入的相对不确定度为 1.2×10^{-6} 。

在第1代能量天平系统中,外磁场 B_2 在两个测量模式中作用的线圈不一致,从而引入误差。在测力模式中, B_2 直接作用在悬挂线圈上,产生电磁力;而在磁链差模式中,移动磁体来测量线圈中的磁链差,悬挂线圈与外磁场都保持静止,补偿线圈相对运动,所以,外磁场不直接在悬挂线圈中产生磁链差,而是在补偿线圈中产生磁链差。补偿线圈中外磁场的磁链差 $\Delta\psi'_2$ 可以表示为:

$$\Delta\psi'_2 = \psi_2(B') - \psi_2(A') \quad (30)$$

如果移动悬挂线圈来测量磁链差,那么 B_2 就直接作用在悬挂线圈上,悬挂线圈中外磁场的磁链差 $\Delta\psi_2$ 可以表示为:

$$\Delta\psi_2 = \psi_2(B) - \psi_2(A) \quad (31)$$

$\Delta\psi'_2$ 与 $\Delta\psi_2$ 之间的偏差,就是外磁场 B_2 引入的误差。通过有限元计算分析得到,他们之间的偏差小于 $4 \mu\text{Vs}$,相对于 9 Vs 的主磁场磁链差, B_2 引入的相对误差小于 5×10^{-7} 。

综合主磁场 B_1 和外磁场 B_2 引入的不确定度,磁场影响 δ_2 的综合相对不确定度 $u_{rel}(\delta_2) = 1.3 \times 10^{-6}$ 。

4 整体系统改进

第1代能量天平系统整体不确定度如表4所示,最终的实验不确定度为 2.5×10^{-6} 。为了进一步减小实验不确定度,第2代能量天平系统 NIM-2 正在建设中。NIM-2 整体装置示意图如图5所示,针对 NIM-1 中不确定度比较大的一些项,NIM-2 分别做了如下改进。

1) 在 NIM-1 中,垂直力做功的主要不确定度来源是天平对残余力的测量。所以,在 NIM-2 中,一个商用的质量比较器取代了原来的大天平,其分辨率为 $1 \mu\text{g}$,重复性为 $15 \mu\text{g}$ 。在真空环境中,垂直力做功的不确定度可以降低到 10^{-8} 量级。

2) 磁场能量变化主要不确定度来源是磁链差测量,而在磁链差测量中,标准电压的准确性又占主要部分。在 NIM-2 中,一套可编程约瑟夫森电压系统用来取代原来的 732B 作为标准电压,可以很好的抵消感应电压波形。磁链差测量的不确定度可以降低到 1×10^{-7} 。

3) 为了降低准直不确定度,NIM-2 中采用一套6自由度激光测长系统,更加精确的测量线圈位移。同时,悬挂系统落在一个二维移动平台上,可以实时调节线圈 x 、 y 位移。悬挂线圈3个杆上分别固定3个压电陶瓷,用来实时调节线圈转角。所以,通过实时调节线圈位置,准直不确定度可以降低到 10^{-8} 量级。

4) NIM-2 采用一套电磁体系统来代替原来的永磁体系统。电磁体系统采用高导磁材料来大大降低了线圈发热,增强了磁场。磁场强度由线圈匝数和气隙几何尺寸决定,发热不直接影响磁场。同时,高导磁材料形成了很好的磁屏蔽,大大降低了外磁场的影响。磁场的不确定度可以降低至 1×10^{-7} 。

表4 普朗克常数 h_{SI} 不确定度汇总表

Table 4 The relative uncertainties of Plank

constant, h_{SI} ($k=1$)

不确定度来源	符号	相对不确定度(10^{-6})
垂直力 F_z 做功	$u_{rel}(E_{SI})$	1.60
磁场能量变化	$u_{rel}(E_{90})$	0.83
准直	$u_{rel}(\delta_1)$	1.00
磁场	$u_{rel}(\delta_2)$	1.30
普朗克常数	$u_{rel}(h_{SI})$	2.50



图5 第2代能量天平装置示意图

Fig.5 Schematic drawing of the second generation Joule balance apparatus, NIM-2

5 结 论

对于第1代能量天平系统 NIM-1 测量过程的详细分析,得到了其各部分不确定度的大小,最终得到其整体不确定度为 2.5×10^{-6} ,验证了能量天平原理的可行性,同时为第2代能量天平系统 NIM-2 的设计积累了更多的经验。针对 NIM-1 中的主要不确定度来源,NIM-2 分别提出了相应的改进办法,为进一步降低实验不确定度提供了保证。

参考文献

- [1] 张钟华. 量子计量基准的现状 [J]. 仪器仪表学报, 2011, 32(1):1-5.
ZHANG ZH H. Development of quantum measurement standards [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2011, 32(1):1-5.
- [2] 赵克功. 更新计量基本单位 [kg] 定义的研究现状 [J]. 计量学报, 2001, 22(2): 133-141.
ZHAO K G. The present situation of investigation for update the definition of kilogram [J]. Acta Metrologica Sinica, 2001, 22(2): 133-141.
- [3] KIBBLE B P. A measurement of the gyromagnetic ratio of the proton by the strong field method [M]. Springer US: Atomic Masses and Fundamental Constants, 1976: 545-551.
- [4] STEINER R L, WILLIAMS E R, LIU R, et al. Uncertainty improvements of the NIST electronic kilogram [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2007, 56(2): 592-596.
- [5] STEELE A G, MEIJA J, SANCHEZ C A, et al. Reconciling Planck constant determinations via watt

balance and enriched-silicon measurements at NRC Canada [J]. Metrologia, 2012, 49(1): L8-L10.

- [6] EICHENBERGER A, BAUMANN H, JEANNERET B, et al. Determination of the Planck constant with the METAS watt balance [J]. Metrologia, 2011, 48(3): 133-141.
- [7] ROBINSON I A. Towards the redefinition of the kilogram: A measurement of the Planck constant using the NPL Mark II watt balance [J]. Metrologia, 2012, 49(1): 113-156.
- [8] 张钟华,李世松. 质量量子标准研究的新进展 [J]. 仪器仪表学报, 2013, 34(9):1921-1926.
ZHANG ZH H, LI SH S. New achievements of the quantum mass standard [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2013, 34(9):1921-1926.
- [9] ZHANG ZH H, HE Q, LI ZH K. An approach for improving the Watt balance [C]. CPEM Conference Digest, 2006: 126-127.
- [10] ZHANG ZH H, HE Q, LI Z K, et al. Recent development on the Joule Balance at NIM [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2011, 60(7): 2533-2538.
- [11] 程银宝,陈晓怀,王汉斌,等. 基于精度理论的测量不确定度评定与分析 [J]. 电子测量与仪器学报, 2016, 30(8):1175-1182.
CHENG Y B, CHEN X H, WANG H B, et al. Measurement uncertainty estimation and analysis based on accuracy theory [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2016, 30(8): 1175-1182.
- [12] XU J X, ZHANG ZH H, LI ZH K, et al. A determination of the Planck constant by the generalized joule balance method with a permanent-magnet system at NIM [J]. Metrologia, 2016, 53(1): 86-97.
- [13] YANG H X, LU Y F, HU P CH, et al. Measurement and control of the movable coil position of a joule balance with a system based on a laser heterodyne interferometer [J]. Measurement Science & Technology, 2014, 25(6): 233-243.
- [14] LAN J, ZHANG ZH H, LI ZH K, et al. A compensation method with a standard square wave for precise DC measurement of mutual inductance for Joule balance [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2012, 61(9): 2524-2532.
- [15] 李晨,贺青,张钟华,等. 能量天平反馈系统的改进 [J]. 仪器仪表学报, 2014, 35(5):987-993.
LI CH, HE Q, ZHANG ZH H, et al. Improvements in the feedback system of Joule balance [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2014, 35(5):987-993.

- [16] 徐磊,陈晓怀,程银宝,等. CMM 机构误差引入的空间点不确定度评定[J]. 电子测量与仪器学报, 2016, 30(12):1892-1898.
XU L, CHEN X H, CHENG Y B, et al. Evaluation of space coordinate uncertainty performed by CMM's mechanism error [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2016, 30(12): 1892-1898.
- [17] 鲁云峰,贺青,曾涛,等. 基于高精度电子水平仪的平面镜水平调整方法[J]. 仪器仪表学报, 2016, 37(4):744-750.
LU Y F, HE Q, ZENG T, et al. High precision electronic level meter based plane mirror horizontal adjustment method [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2016, 37(4):744-750.

作者简介



许金鑫,2012 年于哈尔滨工业大学获得学士学位,2017 年于清华大学获得博士学位,现为中国计量科学研究院博士后,主要研究方向为精密电磁测量。

E-mail:xujinxin@126.com

Xu Jinxin received his B. Sc. degree from

Harbin Institute of Technology in 2012, received his Ph. D. degree in 2017 from Tsinghua University. Now he is a post doctor in National Institute of Metrology. His main research interest is precise electromagnetic measurement.



张钟华(通讯作者),1965 年毕业于清华大学,现为中国工程院院士、中国计量科学研究院首席研究员,主要研究方向为精密电磁测量、量子计量标准。

E-mail: zzh@nim.ac.cn

Zhang Zhonghua (Corresponding author) graduated from Tsinghua University in 1965. Now he is an academician of the Chinese Academy of Engineering and the principal research fellow in National Institute of Metrology. His main research interests include precise electromagnetic measurement and quantum measurement standard.