

基于准线-母线的空间孔位姿重建*

李 兵,傅卫平,王 雯,杨世强

(西安理工大学机械与精密仪器工程学院 西安 710048)

摘要:空间孔位姿重建广泛存在于工业和建筑领域。针对空间孔位姿重建提出一种准线-母线法,其原理为根据孔横断面上的边缘点拟合孔准线,分别过孔柱面其他少量任意点,以假定轴线的方向为方向作孔柱面母线,采用 LM (Levenberg-Marquard) 法优化各条母线与孔横断面的交点到孔准线距离代数和最小得到孔轴线方向,孔准线中心可作为孔位置。实验表明,该方法需要数据量少、过程简单、精度高,也适用于轴位姿及其他柱面位姿重建。

关键词: 空间孔;位姿重建;准线;母线;坐标变换

中图分类号: TH741 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 460.40

Spatial hole position and pose reconstruction based on directrix-generatrix

Li Bing, Fu Weiping, Wang Wen, Yang Shiqiang

(School of Mechanical and Precision Instrument Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

Abstract: The position and pose reconstruction of spatial hole widely exists in industrial and architecture areas. This paper proposes a method for recognizing the position and pose of space hole, named the directrix-generatrix method. The principle of the reconstruction method is as follows: fitting the hole directrix according to the marginal points on the cross section of the hole; through other points in hole cylindrical surface respectively, drawing the hole cylindrical surface generatrix in the direction given by the hole axis; LM (Levenberg-Marquard) algorithm is adopted to perform the optimization, in which the algebraic sum of the distances from the crossover points of the generatrices and the hole cross section to the hole directrix is minimum. Then, the hole axis direction is obtained, and the center of hole directrix could be used as the hole location. The experiment result shows that the proposed method requires less sample data, and features very simple calculation process and high accuracy, which is also suitable to the position and pose reconstruction for axis and other cylindrical surfaces.

Keywords: spatial hole; position and post reconstruction; directrix; generatrix; coordinate transformation

1 引 言

空间孔的位姿重建即确定孔端面中心位置、孔径大小和孔轴线方向,一般可以通过圆柱拟合或空间曲面直接重构来实现。Nievergelt Y^[1]证明了圆柱最优拟合的存在性。圆柱拟合^[2-4]是通过拟合圆柱点云数据而得到圆柱参数,该方法必须先获取海量柱面点云,通过点到轴线距离平方和最小来拟合轴线方程和圆柱半径,其结果还依赖拟合初值的选取。现有研究大都针对轴线初值选取,有高斯图法^[5-6]和投影法^[7-8]。秦世伟等人^[9]

采用遗传算法拟合空间柱面参数,但计算复杂;张益泽等人^[10]提出任意初值圆柱拟合方法,该方法需要首先得到柱面均匀分布的若干点坐标,难于广泛实际应用。然而采用空间曲面直接重构^[11-12]显然过于复杂。

在工业领域,邹斌等人^[13]采集管道各层 CT 图像,计算管道各层边缘质心拟合管道中心轴线,再通过管道在垂直中心轴的截面上投影点拟合其截面参数,即获得管道几何参数。该方法简单,但对采集数据的要求使得其难以实际应用。张瑞峰等人^[14]采用摄像机和线结构激光器获取孔内柱面三维点云,利用光平面与孔柱面交的二次曲线收敛为直线确定中轴线方向,根据中轴线垂直

面与柱面相交三维点来拟合柱面的横切面圆,计算圆心位置,从而确定孔位姿。该方法虽然避开了直接拟合圆柱参数,但仍需要选取轴线方向初值,过程繁琐。刘佳等人^[15]提出了几何法确定孔位姿,通过拟合孔端面边缘椭圆,计算长短轴及中心,根据端面法向量、长轴和孔轴线所在同一平面内的相似三角形几何关系计算孔轴线方向。该方法虽然简单,却只能在两个方向约束轴线。

本文提出一种全新的任意空间孔位姿测量方法,称为准线-母线法。该方法原理为,取任意平面(不与轴线平行)与孔柱面相交得到孔柱面准线,过孔柱面上任意点以轴线方向为方向作直线,即为孔柱面母线,必与准线相交于唯一点。在孔位姿重建中,首先获取孔端面边缘点三维坐标,拟合成孔柱面准线,准线中心作为孔位置;然后获取柱面上任3点(非端面上)三维坐标,以假定的孔轴线方向分别作母线交于准线平面,采用LM(Levenberg-Marquard)法^[16]优化各交点到准线代数距离和最小求得母线方向,即为孔轴线方向。该方法同样适用于轴和其他柱面位姿重建。

2 空间孔位姿重建原理

空间孔重建准线-母线方法主要是先拟合孔端面边缘准线,再根据孔内柱面上各点分别作假定方向的母线与孔端面交点,其与准线代数距离和最小来优化得到轴线方向。为了更好说明,本文针对空间斜孔进行位姿重建。斜孔端面边缘为椭圆,由于空间椭圆难以直接拟合,处理前首先要进行坐标变换到二维平面上,如图1所示孔端面椭圆所在平面的法向与Z轴平行可将空间椭圆拟合化为平面椭圆拟合。

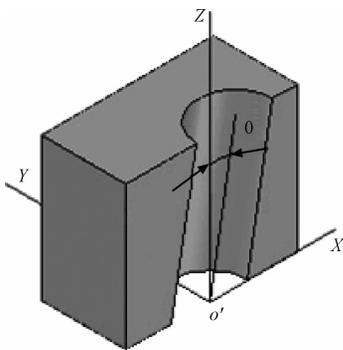


图1 斜孔
Fig.1 Inclined hole

根据空间椭圆样本点确定椭圆所在平面(以下简称椭圆平面)的法向量,要让空间椭圆转换成平面椭圆,即寻找一种变换关系使得椭圆平面法向量与任一坐标轴平行。本文采用变换后椭圆平面法向量与Z轴平行。

设椭圆平面拟合方程为:

$$Ax + By + Cz + D = 0 \tag{1}$$

(x_i, y_i, z_i) 为样本点 i 的三维坐标, $l(A, B, C)^T$ 为椭圆平面法线方向单位矢量,采用最小二乘法可线性拟合求出 A, B, C, D 。

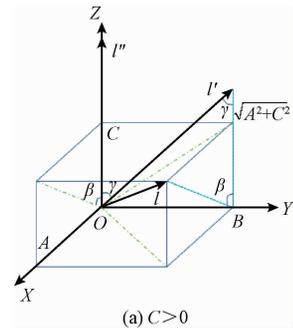
要使得椭圆平面法矢量 l 与 Z 轴平行,分3类进行变换(绕坐标轴旋转均采用右手法则):

1) 当 $C > 0$ 时, l 先绕 Y 轴转 $-\beta$ 变为 l' ,再绕 X 轴转 γ 变为 l'' ;若 $C < 0$,取反方向矢量作相同处理,变换后朝着 $-Z$ 方向。变换过程如图2(a)所示。

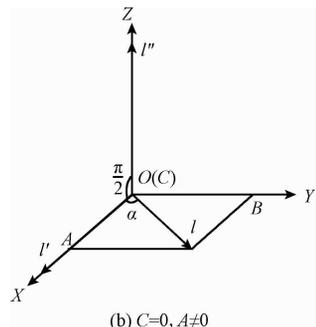
2) 当 $C = 0, A \neq 0$ 时, l 先绕 Z 轴转 $-\alpha$ 变为 l' ,再绕 Y 轴转 $-\pi/2$ 变为 l'' 。变换过程如图2(b)所示。

3) 当 $C = 0, A = 0$ 时, l 绕 X 轴转 $\pi/2$ 变为 l'' 。变换过程如图2(c)所示。

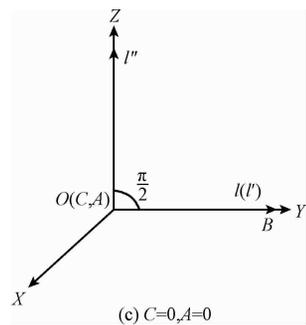
其中 $\alpha = \arctan(B/A), \beta = \arctan(A/C), \gamma = \arctan(B/\sqrt{A^2 + C^2})$ 。



(a) $C > 0$



(b) $C=0, A \neq 0$



(c) $C=0, A=0$

图2 三类坐标变换过程

Fig.2 Three kinds of coordinate transformation processes

根据以上变换过程求得的坐标变换矩阵,对获取的孔端面边缘点和孔柱面上的点进行坐标变换。

空间孔位姿重建原理如下:

1) 根据孔端面边缘点拟合孔端面平面,计算孔端面平面法向量变换至与Z轴平行之间的变换矩阵,对孔端面边缘点和孔柱面上的点进行坐标变换;

2) 采用直接最小二乘法拟合孔端面椭圆,计算椭圆圆心坐标及椭圆短轴大小,圆心为孔位置,短轴为孔半径;

3) 过孔内柱面上各点分别作假定孔轴线方向的孔柱面母线,与孔端面相交,采用LM法优化交点到准线代数距离和最小求得母线方向,即孔轴线方向;

4) 对孔心位置和孔轴线方向进行逆坐标变换,即可得实际孔位姿。

3 孔端面椭圆拟合

椭圆拟合定义为给定一组点,求出尽可能靠近这些点的椭圆参数。目前现有的椭圆拟合方法主要分为两类:最小几何误差方法和最小代数误差方法。前者即最小化点到椭圆曲线正交距离,计算复杂;而后者则算法简单高效,容易实现。针对噪点干扰可能产生拟退化问题(双曲线或抛物线)和拟合精度低问题,Szpak Z. L.^[17]给出了一种很好的解决方法。本文采用直接最小二乘椭圆拟合法^[18]。

3.1 直接最小二乘椭圆拟合法

一般二次曲线的方程为:

$$f(\mathbf{a}, \mathbf{u}) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{u} = a_1x^2 + a_2xy + a_3y^2 + a_4x + a_5y + a_6 = 0 \quad (2)$$

式中: $\mathbf{a} = [a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4 \ a_5 \ a_6]^T$, $\mathbf{u} = [x^2 \ xy \ y^2 \ x \ y \ 1]^T$ 。若用 $f(\mathbf{a}, \mathbf{u}_i)$ 表示点 (x_i, y_i) 到曲线 $f(\mathbf{a}, \mathbf{u}) = 0$ 的代数距离,则可用最小二乘法拟合二次曲线为:

$$\hat{\mathbf{a}} = \arg \min_{\mathbf{a}} \left\{ \sum_{i=1}^n f(\mathbf{u}_i)^2 \right\} \quad (3)$$

为避免出现 $\mathbf{a} = \mathbf{0}^T$ 的平凡解和非椭圆解情况,采用二次曲线约束,可以表示成 $\mathbf{a}^T \mathbf{C} \mathbf{a} = 1$, 即:

$$\mathbf{a}^T \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{a} = 1 \quad (4)$$

椭圆拟合可以表示为:

$$\begin{cases} \text{Minimizing: } E = \|\mathbf{D} \mathbf{a}\|^2 \\ \text{Constraint: } \mathbf{a}^T \mathbf{C} \mathbf{a} = 1 \end{cases} \quad (5)$$

式中: $\mathbf{D} = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_n]^T$ 。引入拉格朗日乘子 λ , 式(5)可改写为:

$$\begin{cases} 2\mathbf{D}^T \mathbf{D} \mathbf{a} - 2\lambda \mathbf{C} \mathbf{a} = 0 \\ \mathbf{a}^T \mathbf{C} \mathbf{a} = 1 \end{cases} \quad (6)$$

令 $\mathbf{S} = \mathbf{D}^T \mathbf{D}$, 则:

$$\begin{cases} \mathbf{S} \mathbf{a} = \lambda \mathbf{C} \mathbf{a} \\ \mathbf{a}^T \mathbf{C} \mathbf{a} = 1 \end{cases} \quad (7)$$

根据广义特征值求解方法很容易得到特征值和特征向量对 $(\lambda_i, \mathbf{e}_i)$, $\lambda_i > 0$ 。即而找到得到 μ_i 满足 $\mu_i^2 \mathbf{e}_i^T \mathbf{C} \mathbf{e}_i = 1$:

$$\mu_i = \sqrt{\frac{1}{\mathbf{e}_i^T \mathbf{C} \mathbf{e}_i}} = \sqrt{\frac{1}{\mathbf{e}_i^T \mathbf{S} \mathbf{e}_i}} \quad (8)$$

椭圆二次曲线系数解为:

$$\hat{\mathbf{a}} = \mu_i \mathbf{e}_i \quad (9)$$

由于二维平面椭圆有5自由度,所以至少需要5点才能拟合椭圆。

3.2 椭圆特征参数

如图3所示,平面椭圆有5自由度:椭圆中心位置坐标 (x_c, y_c) 、短轴 r_0 、长轴 r_1 和长轴方向 θ 。根据椭圆曲线参数可计算出各特征参数。

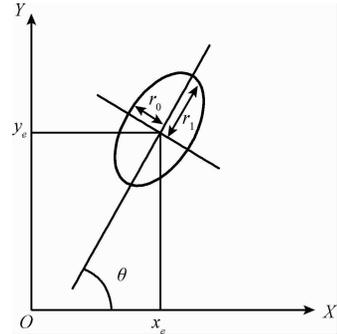


图3 平面椭圆

Fig. 3 Two-dimensional ellipse

$$x_c = \frac{a_2 a_5 - 2a_3 a_4}{4a_1 a_3 - a_2^2} \quad (10)$$

$$y_c = \frac{a_2 a_4 - 2a_1 a_5}{4a_1 a_3 - a_2^2} \quad (11)$$

$$r_0 = \sqrt{\frac{2(a_1 x_c^2 + a_2 x_c y_c + a_3 y_c^2 - 1)}{a_1 + a_3 + \sqrt{a_2^2 + \left(\frac{a_1 - a_3}{a_6}\right)^2}}} \quad (12)$$

$$r_1 = \sqrt{\frac{2(a_1 x_c^2 + a_2 x_c y_c + a_3 y_c^2 - 1)}{a_1 + a_3 - \sqrt{a_2^2 + \left(\frac{a_1 - a_3}{a_6}\right)^2}}} \quad (13)$$

$$\theta = \frac{1}{2} \arctan \frac{a_2}{a_1 - a_3} \quad (14)$$

根据式(10)~(14),只要能够确定椭圆曲线方程的系数,便能得到椭圆特征参数,椭圆心为孔位置,短轴为孔半径。

4 孔轴线方向拟合

由第3节可得孔端面边缘椭圆参数和其平面法向量。过孔柱面上第*i*点 $p_i(x_i, y_i)$ ，以孔轴线方向 $t(m, n, k)$ 为方向作母线 s_i 的方程为：

$$\frac{x - x_i}{m} = \frac{y - y_i}{n} = \frac{z - z_i}{k} \tag{15}$$

该直线必交于孔端面边缘曲线一点 $q_i(x'_i, y'_i, z'_i)$ ，即满足以下方程：

$$f(x'_i, y'_i, z'_i) = a_1x'^2_i + a_2x'_iy'_i + a_3y'^2_i + a_4x'_i + a_5y'_i + a_6 = 0 \tag{16}$$

如图4所示， p_i 为孔柱面上的第*i*点， q_i 为 s_i 与孔端面边缘线交点， q'_i 为母线 s'_i 与孔端面边缘线交点。

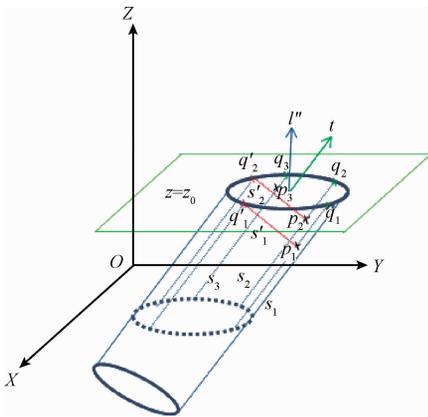


图4 孔准线-母线示意图

Fig. 4 Sketch diagram of hole directrix-generatrix

设经坐标变换后，孔端面平面为 $z = z_0$ ，则 $z'_i = z_0$ 。孔轴线方向朝上，令 $k = 1$ 。由轴线方程可得 $x'_i = x_i + m(z_0 - z_i)$ ， $y'_i = y_i + n(z_0 - z_i)$ 。式(16)可改写为：

$$f(x_i, y_i, z_i) = a_1 \{x_i + m(z_0 - z_i)\}^2 + a_2 \{x_i + m(z_0 - z_i)\} \{y_i + n(z_0 - z_i)\} + a_3 \{y_i + n(z_0 - z_i)\}^2 + a_4 \{x_i + m(z_0 - z_i)\} + a_5 \{y_i + n(z_0 - z_i)\} + a_6 = 0 \tag{17}$$

以变换后的孔端面法向 $l''(0, 0, 1)^T$ 为轴线方向初始值，利用*N*个孔内柱面上的点坐标，采用LM^[16]求解：

$$\hat{l} = \arg \min_i \left\{ \sum_{i=1}^N f(x'_i, y'_i, z'_i)^2 \right\} \tag{18}$$

一般选择2点即可解得轴线方向向量，但当柱面上2点相对于端面椭圆轴对称时不能唯一确定轴线方向，如图4中 s_1, s_2 和 s'_1, s'_2 两组解。尤其当孔端面边缘为圆时任意两点都不能确定轴线方向，所以一般取2个以上柱面上点来确定轴线方向。求得轴线方向需要逆坐标变换为实际孔轴线方向。

5 实验验证

5.1 仿真实验

使用三维建模软件 Pro/Engineer 绘制立方体，在其上打半径为20 mm的斜孔，如图5所示。手工在孔端面边缘取8点坐标分别为(123.349 0, 100, -81.343 7)，(109.566 0, 100, -87.586 4)，(98.794 8, 100, -85.344 7)，(91.928 1, 100, -77.642 3)，(97.467 7, 100, -50.392 0)，(105.107 0, 100, -44.356 5)，(131.370 0, 100, -51.635 9)，(132.823 0, 100, -64.639 1)。取孔内表面上3点坐标为(110.644, 82.322 3, -95.272 4)，(103.254, 85.614 4, -95.855 8)，(69.661 4, 32.069 3, -89.934 3)。其孔端面椭圆圆心坐标为(111.649 0, 100.000 0, -64.639 1)，孔轴线与X轴、Y轴、Z轴正向夹角分别为70.836 1°、34.912 3°和62.042 5°。在计算之前需要对所有数据进行坐标归一化处理，即将所有点的重心平移到坐标原点，并使各点到原点均方根(root mean square, RMS)距离为 $\sqrt{3}$ 。

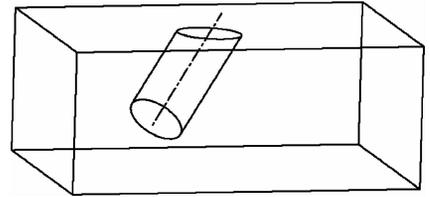


图5 斜孔三维模型

Fig. 5 Three dimensional model of inclined hole

根据第4节提出的方法，用孔端面8个边缘点和前2个孔内表面点重建孔位姿，结果分别如图6、7所示，图6所示为拟合的准线椭圆和母线与端面交点，图7所示为重建柱面各点母线，即为孔轴线方向。为了更好显示，两图所用数据均是经过坐标变换后的结果，需逆坐标表换计算实际值。

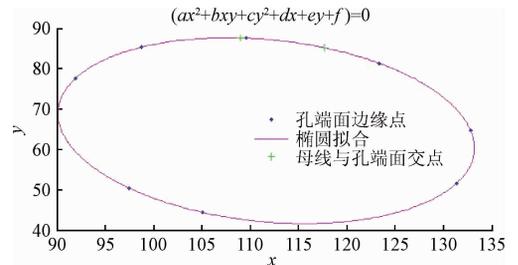


图6 拟合准线椭圆

Fig. 6 Fitting directrix ellipse

增加柱面点，用孔端面8个边缘点和3个孔内表面点重建孔位姿，结果分别如图8、9所示。

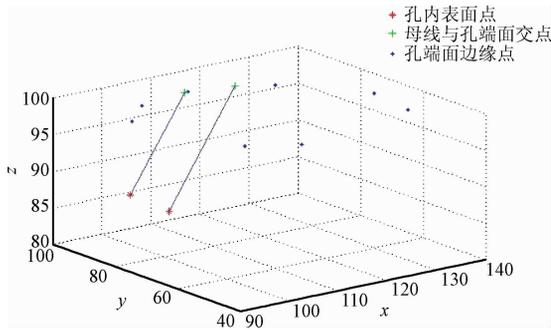


图7 轴线方向重建

Fig. 7 Axis direction reconstruction

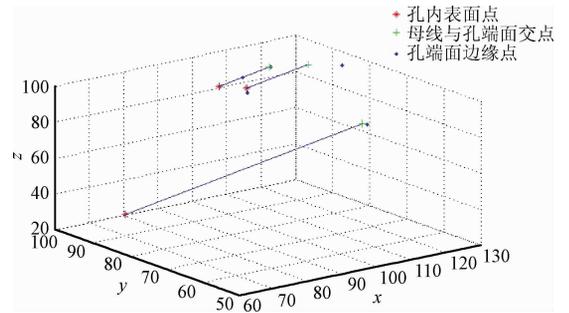


图11 轴线方向重建

Fig. 11 Axis direction reconstruction

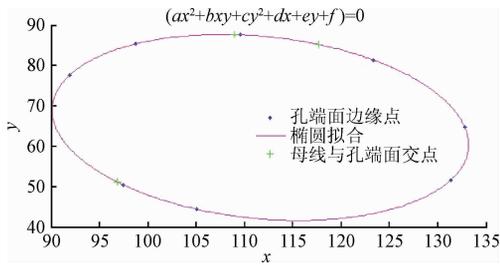


图8 拟合准线椭圆

Fig. 8 Fitting directrix ellipse

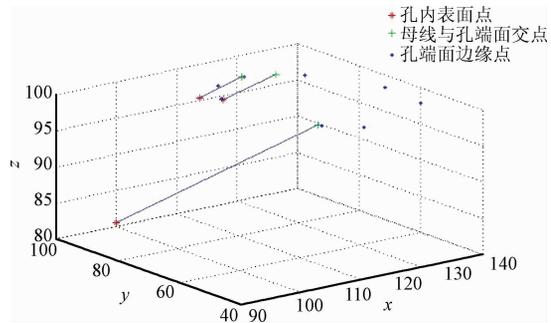


图9 轴线方向重建

Fig. 9 Axis direction reconstruction

考虑孔端面边缘拟合点数量对重建结果的影响,减少孔端面边缘点数量。用孔端面前5个边缘点和3个孔内表面点重建孔位姿,结果分别如图10、11所示。

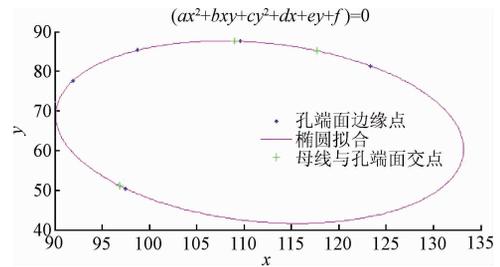


图10 拟合准线椭圆

Fig. 10 Fitting directrix ellipse

以上3组实验具体结果如表1所示。表中8点/2点表示用孔端面边缘8个点和孔柱面前2个点重建孔位姿,孔心X为孔心X坐标值,轴线X为孔轴线与X轴正向夹角大小,其他类似。

表1 孔位姿重建结果

Table 1 The results of hole position and pose construction

孔参数	准确值	8点/2点	8点/3点	5点/3点
孔半径/mm	20.000 0	19.949 0	19.949 0	19.948 8
孔心 X/mm	111.649 0	111.649 2	111.649 2	111.649 3
孔心 Y/mm	100.000 0	100.000 0	100.000 0	100.000 0
孔心 Z/mm	-64.639 1	-64.639 3	-64.639 3	-64.639 1
轴线 X/(°)	70.836 1	70.833 9	70.836 3	70.836 2
轴线 Y/(°)	34.912 3	34.913 6	34.911 8	34.911 9
轴线 Z/(°)	62.042 5	62.042 6	62.042 8	62.042 7

由以上结果可知,孔心位置由孔端面边缘点拟合椭圆精度决定,孔轴线方向重建精度与孔内表面点数量有关。5个端面边缘点和3个柱面点即可获得很高精度,相对误差为0.2%。

为进一步比较,用所有孔柱面上的点(共11个点),根据几何特性拟合圆柱面方法^[4,10]拟合圆柱孔,得到孔心坐标(109.293 8,100.000 0,-69.253 6),轴线方向角(76.397 0,34.232 4,59.267 8),孔径19.732 6 mm,结果与实际值存在较大误差,且精度远低于本文所提出的方法。

5.2 实例

本文采用文献[9]中全站仪采集直径为550 mm 卷板辊表面采样点数据作为实例。如图12所示,文献[9]在7个断面处分别均匀采集6个点,共采集42个点,采用遗传算法拟合所有柱面点,结果为半径0.2748 2 m,端面圆心坐标为(10.000 00,22.649 80,4.484 25),轴线方向为(0.997 71,-0.067 67,0.000 38)。本文将只取其中一个断面6个点和柱面上其他3点,坐标分别为(9.

652 71, 22. 565 02, 4. 737 11), (9. 669 22, 22. 808 03, 4. 723 62), (9. 678 71, 22. 946 76, 4. 474 63), (9. 668 63, 22. 796 79, 4. 239 79), (9. 650 21, 22. 525 10, 4. 251 80), (9. 641 63, 22. 399 03, 4. 475 11) 和 (12. 545 71, 22. 363 33, 4. 736 12), (14. 559 54, 22. 499 32, 4. 710 11), (10. 576 62, 22. 884 54, 4. 455 89)。

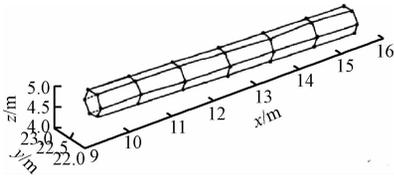


图 12 卷板辊采样点图形

Fig. 12 The diagram of the roller sampling points

如图 13、14 所示,根据本文介绍方法重建卷板辊柱面位姿,两图数据均为放大 10 倍显示。重建结果为半径为 0. 274 86 m, 圆心坐标为 (9. 660 10, 22. 672 66, 4. 484 33), 轴线方向为 (0. 997 70, -0. 067 82, 0. 000 38)。除了孔端面圆心 X 轴坐标值有 3% 相对误差外,其他的重建结果相差很小。这说明本文所提出的方法正确性。

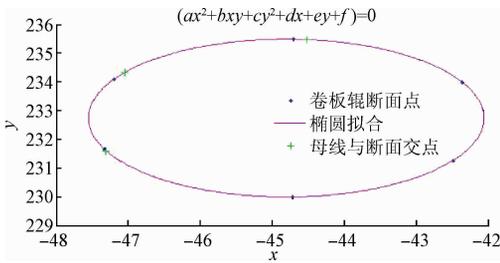


图 13 拟合准线椭圆

Fig. 13 Fitting directrix ellipse

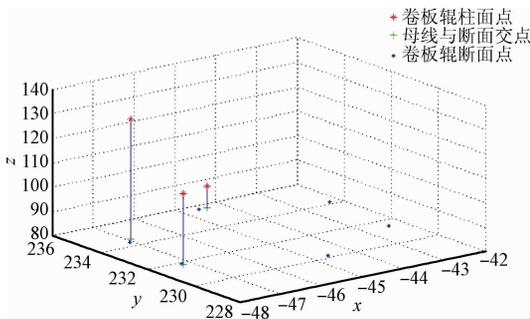


图 14 轴线方向重建

Fig. 14 Axis direction reconstruction

6 结 论

本文针对空间孔位姿重建提出了一种准线 - 母线

法,避开传统拟合柱面参数。该方法只需孔的一个横断面边缘少量点和少量孔内表面点坐标即可确定孔位姿,也可用于轴位姿或其他柱面位姿重建及目标定位。

该方法主要优点是数据量少、计算简单,精度高,通用性强。

该方法不足之处是孔位姿精度依赖于端面边缘曲线拟合精度,Szpak Z. L. 等人^[17]给出一种椭圆拟合鲁棒性算法可以很好解决这个问题。针对孔位姿重建,孔断面点和孔内表面点获取将成为研究重点。今后将主要研究如何采用机器视觉自动提取孔边缘点及孔内表面点,实现孔位姿重建。

参考文献

[1] NIEVERGELT Y. Fitting cylinders to data[J]. Journal of Computational & Applied Mathematics, 2013, 239(239): 250-269.

[2] ALSUBAIHI I A. Orthogonal least squares fitting with cylinders [J]. International Journal of Computer Mathematics, 2016;1-11.

[3] 南刚雷, 张瑞峰, 张梓然. 基于 PCL 的柴油机缸盖三维特征提取技术[J]. 电子测量技术, 2016, 39(2): 80-82.

NAN G L, ZHANG R F, ZHANG Z R. Technology about cylinder head's 3D feature extraction based on PCL[J]. Electronic Measurement Technology, 2016, 39(2): 80-82.

[4] 王崇倡, 王晓婉, 徐晓昶. 圆柱面拟合方法研究[J]. 测绘工程, 2014, 23(3): 5-9.

WANG CH CH, WANG X W, XU X CH. Study on the cylindrical surface fitting method [J]. Engineering of Surveying and Mapping, 2014, 23(3): 5-9.

[5] WEI S, WANG Y. A robust cylinder fitting method with parameterized distance function based on gauss image[C]. Acis International Conference on Software Engineering, Artificial Intelligences, Networking and Parallel/Distributed Computing, 2009;83-86.

[6] YAN L, XIE H, ZHAO Z. A new method of cylinder reconstruction based on unorganized point cloud [C]. International Conference on Geoinformatics, 2010;1-5.

[7] 路璐, 尚丽平, 宋丽梅. 基于投影的 Levenberg-Marquardt 圆柱拟合[J]. 计算机技术与发展, 2009, 19(8): 133-136.

LU L, SHANG L P, SONG L M. Cylindrical fitting with Levenberg-Marquardt based on projection [J]. Computer Technology and Development, 2009, 19(8): 133-136.

[8] 张士舰, 刘春杰, 李金富, 等. 投影圆度判别法的圆柱拟合[J]. 测绘科学技术学报, 2014, 31(4): 355-358.

- ZHANG SH J, LIU CH J, LI J F, et al. Cylinder fitting with roundness estimate method based on projection[J]. Journal of Geomatics Science and Technology, 2014, 31(4):355-358.
- [9] 秦世伟,潘国荣,谷川,等. 基于遗传算法的三维空间柱面拟合[J]. 同济大学学报:自然科学版, 2010, 38(4):604-607.
QING SH W, PAN G R, GU CH. Fitting of spatial cylindrical surface based on genetic algorithm [J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2010, 38(4):604-607.
- [10] 张益泽,王解先. 初值任意选取的圆柱面拟合方法[J]. 工程勘察, 2012, 40(1):77-80.
ZHANG Y Z, WANG J X. Cylinder surface fitting with arbitrary initial values[J]. Geotechnical Investigation & Surveying, 2012, 40(1):77-80.
- [11] 闫勇刚,邓小玲,姚丽峰,等. 基于主成分分析的大型管道三维表面重建[J]. 仪器仪表学报, 2014, 35(11):2567-2573.
YAN Y G, DENG X L, YAO L F. Three-dimensional surface reconstruction of large-scale pipe combining principle component analysis [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2014,35(11):2567-2573.
- [12] 耿欣,曲兴华,江炜,等. 大型管道快速测量与建模技术研究及应用[J]. 仪器仪表学报, 2013, 34(2):338-343.
GENG X, QU X H, JIANG W, et al. Rapid measurement and modeling technologies of large pipes and their application[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2013, 34(2):338-343.
- [13] 邹斌,曾理,马睿. 工业CT图像管道拟合[J]. 计算机工程与应用, 2010, 46(11):208-210.
ZOU B, ZENG L, MA R. Fitting of industrial CT image pipes [J]. Computer Engineering and Applications, 2010, 46(11):208-210.
- [14] 张瑞峰,张肖萌. 基于虚拟双目立体视觉的空间圆柱轴线测量[J]. 仪表技术与传感器, 2013(2):49-51.
ZHANG R F, ZHANG X M. Measuring cylindrical axis based on virtual binocular stereo vision [J]. Instrument Technique and Sensor, 2013(2):49-51.
- [15] 刘佳,傅卫平,王雯,等. 任意位姿孔轴线方位解析与图像测量方法研究[J]. 机械科学与技术, 2015, 34(3):440-444.
LIU J, FU W P, WANG W. Study on the orientation analysis of various pose holes axis and image measurement method [J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2015, 34(3):440-444.
- [16] MARQUARDT D W. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters [J]. Journal of the Society for Industrial & Applied Mathematics, 2006, 11(2):431-441.
- [17] SZPAK Z L, CHOJNACKI W, HENGEL A V D. Guaranteed ellipse fitting with the sampson distance[C]. European Conference on Computer Vision, 2012:87-100.
- [18] FITZGIBBON A, PILU M, FISHER R B. Direct least square fitting of ellipses [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, 1999, 21(5):476-480.

作者简介



李兵,2011年于南昌工程学院获得学士学位,现为西安理工大学硕士研究生,主要研究方向为智能机器人、机器视觉。

E-mail:bing_ying@aliyun.com

Li Bing received his B. Sc. degree from Nanchang Institute of Technology in 2011. Now he is master student in Xi'an University of Technology in 2011. His main research interest includes intelligent robot and machine vision.



傅卫平(通讯作者),1996年于西安交通大学获得博士学位,现为西安理工大学教授、博士生导师,主要研究方向为智能机器人、机器视觉和无人驾驶汽车。

E-mail:weipingf@xaut.edu.cn

Fu Weiping (Corresponding author) received his Ph. D. degree from Xi'an Jiaotong University in 1996. Now he is a professor and doctoral supervisor in Xi'an University of Technology. His main research interests include intelligent robot, machine vision and automatic driverless cars.