

转速波动和键相抖动下测量转频相位的跟踪回归法^{*}

熊成文^{1,2,3},高贯鲁^{1,2,3},薛久涛^{1,2,3},杨磊^{1,2,3},廖与禾^{1,2,3}

(1. 西安交通大学现代设计及转子轴承系统教育部重点实验室 西安 710049; 2. 西安交通大学陕西省机械产品质量保障与诊断重点实验室 西安 710049; 3. 西安交通大学机械工程学院 西安 710049)

摘要:转子转速波动导致瞬时相位非平稳,键相信号抖动导致参考相位漂移。以上干扰因素叠加造成基于振动信号的转频相位测量方法的误差显著增大,严重制约了转子系统的动态辨识和动平衡效果。针对此问题提出了一种基于瞬时相位重采样的跟踪回归法,以实现实际复杂工况下的高精度转频相位测量。首先通过零相移宽带通滤波和希尔伯特变换计算振动信号的瞬时相位,完整提取了转子转速波动信息。并结合插值上采样的键相点序列对瞬时相位进行跟踪重采样,充分利用键相信号降低转速波动造成的相位非平稳性。构建了精确描述重采样相位的一、二阶循环平稳模型,实现将键相抖动干扰量化为加性噪声。进一步对重采样相位进行线性回归以充分抑制噪声干扰,通过对截距的渐近无偏估计实现转频相位的精确测量。最后通过仿真和实验验证了该相位测量方法优越的抗干扰能力。在综合了转速波动和键相抖动干扰因素的仿真测试中,所提方法与传统阶次校正法和峰值时差法相比,相位测量误差分别降低70.4%和40.5%。在转子动平衡实验中,所提方法在强噪声下的四通道相位测量波动均<2°,单次动平衡校正即可将振动幅值平均降低92.2%。所提跟踪回归法实现了转速波动和键相抖动叠加干扰下的高精度相位测量,能够为转子故障诊断提供有力支持。

关键词:相位测量;转子振动;转速波动;键相信号;瞬时相位;线性回归

中图分类号: TH133.2 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 460.40

A tracking regression method for rotational phase measurement under speed fluctuation and key-phasor jitter

Xiong Chengwen^{1,2,3}, Gao Guanlu^{1,2,3}, Xue Jiutao^{1,2,3}, Yang Lei^{1,2,3}, Liao Yuhe^{1,2,3}

(1. Key Laboratory of Education Ministry for Modern Design and Rotor-Bearing System, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. Shaanxi Key Laboratory of Mechanical Product Quality Assurance and Diagnostics, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 3. School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: Rotor speed fluctuation causes non-stationary instantaneous phase, while key-phasor signal jitter leads to reference phase drift. The superposition of these interferences significantly increases the error of synchronous phase measurement, severely restricting the dynamic identification and balancing of rotor systems. To address this issue, a tracking regression method based on instantaneous phase resampling is proposed for high-precision synchronous phase measurement under complex operating conditions. First, the instantaneous phase of the vibration signal is calculated via zero-phase shift wideband bandpass filtering and the Hilbert transform to fully extract the rotor's speed fluctuation information. The instantaneous phase is then tracked and resampled using an interpolated and up-sampled key-phasor sequence, leveraging the key-phasor signal to mitigate the phase non-stationarity caused by speed fluctuation. A first- and second-order cyclostationary model is constructed to accurately describe the resampled phase, which quantifies the key-phasor jitter interference as additive noise. Furthermore, linear regression is applied to the resampled phase to effectively suppress this noise, and an asymptotically unbiased estimate of the intercept yields a precise measurement of the synchronous phase. Finally, the superior anti-interference capability of the method is evaluated through simulations and experiments. Simulations show phase errors were reduced by 70.4% and 40.5% compared to conventional methods. Experiments demonstrate <2° phase fluctuation under strong noise, enabling a

92.2% vibration reduction in a single balancing run. The method provides a robust solution for high-precision phase measurement under complex interferences, supporting applications like rotor fault diagnosis and dynamic balancing.

Keywords: phase measurement; rotor vibration; speed fluctuation; key-phasor signal; instantaneous phase; linear regression

0 引言

振动相位是旋转机械振动监测的重要参数之一^[1],对转子振动进行相位分析是众多监测和诊断技术的基础。相位信息是区分幅值谱相似故障、实现早期故障精确诊断的关键依据^[2-3]。反映转子全面运行状态的全息谱技术,依赖精确的多通道转频振动相位信息。转子现场动平衡校正需要多次测量转频振动相位,测量误差会严重影响校正效果^[4-5]。转频相位是转子相位分析的主要对象,因此,发展高精度的转频振动相位测量方法,对保障设备安全运行、提升故障诊断与动平衡效果具有重要的理论与工程价值。

基于硬件过零检测的相位测量方法^[6]受安装条件和设备成本限制而较少采用。传统的软件测量方法是通过离散傅里叶变换(discrete Fourier transform, DFT),计算经过键相信号截断后的转子振动信号相位谱,从而获取转频谱线的相位。针对DFT固有栅栏效应的问题,余训星^[7]详细讨论了基于谱内插技术的相位校正方法,并提出了精度更高的迭代校正方法。沈廷鳌等^[8]通过对频谱加自卷积窗排除负频率成分混叠对相位测量的影响。全相位快速傅里叶变换(all phase fast Fourier transform, APFFT)法在谱校正法中加入全相位预处理步骤,可以进一步抑制DFT窗截断产生的相位误差。解梦涛等^[9]截取以键相脉冲为中心的转子振动信号,通过APFFT提取转频相位完成地面对试验机动平衡测试。王展等^[10]通过高速主轴动平衡实验证明了APFFT法在相位测量方面优于谱校正法,Liu等^[11]则通过微电机转子动平衡实验证明了APFFT法对含噪弱信号的精确相位提取能力。考虑到谱方法测量相位易受到近频噪声干扰的问题,Zhang等^[12]利用信号纯化思想将高低速振动信号频谱相减,以在谱分析前去除近频干扰。上述各种基于相位谱的测量方法未考虑转子运行过程中普遍存在的转速波动,易产生较大误差,也无法满足变速工况下的相位测量需求。而阶次跟踪技术可以通过重采样将信号转换到平稳角度域以去除转速波动影响。Cao等^[13]详细讨论了转速波动对相位谱结果的影响,提出了阶次谱校正法并成功应用到非稳速场景下的不平衡转子相位测量中。

尽管基于阶次谱校正的相位测量方法克服了转速波动问题,但是要求长采样时间以保证频谱分辨率和缓解噪声干扰。并且没有考虑到由键槽几何形状和低采样率导致的键相抖动^[14]。在截断振动信号和阶次跟踪过程中

引起的误差^[15]。为了避免谱校正方法的上述缺点,简彦成等^[16]从信号的瞬时波形特征入手,直接根据零相移窄带通滤波后的振动信号与键相信号峰值时间差来提取瞬时相位。峰值(局部极值)分布很好地反映了信号的非平稳时变特性,被广泛运用到经验模态分解和其他非平稳信号分析方法当中^[17]。Dua等^[18]根据峰值时差提取相位,并取多个周期均值作为最终转频相位,以降低键相抖动产生的误差。此外,Motlani等^[19]使用Vold-Kalman滤波器(Vold-Kalman filter, VKF)替代零相移带通滤波器来提取转频阶次波形,然后按峰值时差法计算转频相位。王帅等^[20]进一步对VKF进行二重逐点改进以缓解键相信号丢失等干扰因素对阶次波形提取效果的影响。峰值时差法虽然能够直接测量短时间内单个键相脉冲对应的转频相位,然而其峰值搜寻步骤要求窄带通滤波以避免噪声极值干扰。如果采用宽带通滤波以保留边频带携带的转速波动信息,反而会降低峰值时差法对键相抖动误差的抑制效果。

综上所述,基于阶次谱校正和峰值时差的各类现有方法均无法较好地同时解决转速波动产生的相位非平稳问题和键相抖动产生的相位漂移问题。相位非平稳问题导致转子动态特性难以分析。相位漂移问题严重影响动平衡校正效率,导致反复配重。以上信号内在干扰因素叠加造成相位测量误差直接影响故障诊断效果,并且难以通过升级传感器加以解决。针对上述干扰叠加问题,本研究提出了一种基于希尔伯特瞬时相位重采样的相位跟踪回归方法(phase tracking regression, PTR),以同时在转速波动和键相抖动干扰下精确测量转频相位。希尔伯特瞬时相位有效表示了信号的非平稳过程,被广泛应用于电力系统^[21-22]、生物脑电^[23-24]、地震定位^[25]等领域的瞬态信息提取当中。PTR法基于瞬时相位特征实现了对转频相位的渐近无偏估计。理论分析、仿真测试和动平衡实验有效验证了PTR法在复杂工况下的高精度与稳定性,为依赖高精度相位信息的工程应用场合提供了有力的技术支持。

1 转子转频振动相位测量原理

通常使用电涡流位移传感器监测转子表面振动,其中一个传感器用来检测键槽通过,以产生用作相位标定的键相信号^[7]。在转子每个转动周期内,由于振动信号和键相信号同步采集,两者之间的相位差固定为 ϕ ,测量该相位差即得到转子转频振动相位。

1.1 基于阶次谱校正的测量方法

通过 DFT 计算信号的相位谱是获取特定频率成分相位的普遍方法。然而 DFT 的栅栏效应使得当信号为非整周期采集时, 待求谱线与实际离散谱线存在频率偏差 $\delta\Delta f$, 如图 1 所示。此时转频附近峰值谱线 k_m 的幅值、相位和频率参数均无法准确反映真实转频振动, 需要进行频谱校正操作。

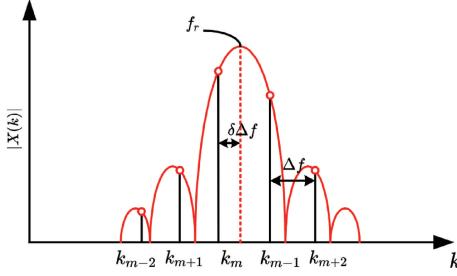


图 1 DFT 栅栏效应

Fig. 1 Picket fence effect in DFT

由于电涡流传感器直接测量轴表面位移输出的振动信号信噪比 (signal-to-noise ratio, SNR) 较高, 同时转频各阶谐波在计算 DFT 时不互相影响, 于是以采样频率 f_s 离散采样得到加窗后基频成分 $x(n)$, 即:

$$x(n) = A \cos(2\pi f_r n / f_s + \phi) \times w(n) \quad (1)$$

其中, f_r 为转子转频; ϕ 为经过键相标定后的信号初相位, 标定方法通常为使用首末键相脉冲发生时刻 (键相点) 对振动信号进行截断; $w(n)$ 为对称窗函数序列。对 $x(n)$ 进行 DFT 得其离散频谱 $X(k)$, 即:

$$X(k) = \frac{A}{2} e^{\phi j} e^{-\pi j(k\Delta f - f_r)/\Delta f} \times W(k\Delta f - f_r) \quad (2)$$

式(2)仅考虑正频率成分, 其中对称窗截断导致了线性相移 $-\pi(k\Delta f - f_r)\Delta f$ 。考虑频率偏差时的 $f_r = (k_m + \delta)\Delta f$, 此时计算主瓣内谱峰相位得 $\phi(k_m)$, 即:

$$\phi(k_m) = \arg \left[\frac{A}{2} e^{(\phi + \pi\delta)j} \times W(-\delta\Delta f) \right] = \phi + \pi\delta \quad (3)$$

相位误差与 δ 正相关, 常采用比值法进行谱参数校正。首先计算主瓣内最大谱峰与次大谱峰幅值之比 μ , 即:

$$\mu(\delta) = \frac{|X(k_m)|}{|X(k_m \pm 1)|} = \frac{W(-\delta\Delta f)}{W(\pm\Delta f - \delta\Delta f)} \quad (4)$$

其中, 当次大谱峰在最大谱峰右侧时取正, 此时 $\delta > 0$ 。将窗函数频谱代入式(4)得到的 $\mu(\delta)$ 通常为单调递减函数, 利用峰值搜寻法或牛顿迭代法可求解出实际幅值比对应的 δ 。再利用式(3)得到校正后的真实相位 ϕ 。

旋转机械在平稳运行时仍存在少量的转速波动。为了在转速波动情况下使用 DFT 计算相位 ϕ , 基于阶次谱

校正的测量方法先对信号 $x(n)$ 进行计算阶次跟踪 (computed order tracking, COT), 再对阶次谱进行上述校正操作^[13]。COT 的实施流程如图 2 所示, 实现了将信号 $x(n\Delta t_1)$ 从时域转换到角度域 $x(m\Delta\theta)$ 。

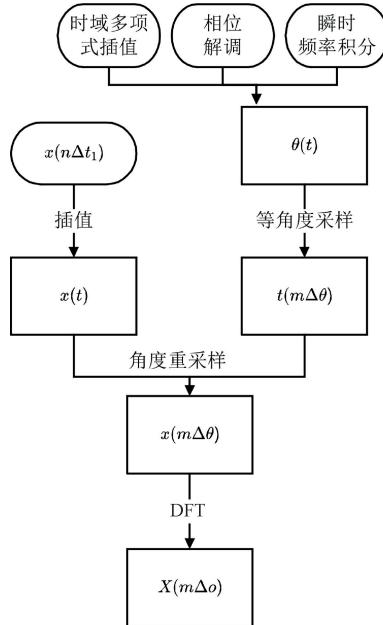


图 2 计算阶次跟踪实施流程

Fig. 2 Implementation flowchart of computed order tracking

谱校正的测量方法需要预先对振动信号进行键相截断, 然而键相信号在被采集过程中由于测量参数 (如采样频率较低)、键槽几何形状等因素影响, 其每个键相点不可避免存在独立同分布的随机抖动^[15]。当键相信号采样率为 f_s 时, 采样过程的角度分辨率 α 为:

$$\alpha = \frac{f_r}{f_s} \times 360^\circ \quad (5)$$

有限的分辨率使得在键相截断时产生相位误差 $\Delta\phi$ ^[26], 该误差为 $-\alpha/2 \sim \alpha/2$ 的均匀分布。在转速较高 ($f_r = 100$ Hz) 而采样率较低 ($f_s = 2000$ Hz) 时, 相位误差可达 $\pm 6^\circ$ 。此外键相点波动引起的非均匀采样, 会使得阶次谱出现低通滤波效果^[14], 造成基于幅值比的谱校正方法精度下降。综上所述, 尽管基于阶次谱校正的测量方法能够消除 DFT 栅栏效应和转速波动因素的影响, 但仍然存在键相点随机波动造成的相位误差, 此误差在高精度相位测量场合不可忽略。

1.2 基于峰值时差的测量方法

仅使用随机波动键相信号的全部键相点中的首尾点对振动信号进行截断, 不可避免产生相位误差。基于峰值时差的测量方法充分利用每个转动周期内的键相点相位信息, 计算大量样本的平均结果来估计振动相位 ϕ ^[16]。

该测量方法首先分别提取每个周期 T 内的振动信号和键相点时刻 t_1, t_2 , 即:

$$\begin{cases} t_1(m) = mT - \frac{\phi}{2\pi}T \\ t_2(m) = mT - \frac{\Delta\phi}{2\pi}T \end{cases} \quad (6)$$

其中, $\Delta\phi \sim U(-\alpha/2, \alpha/2)$, 为表征键相点波动的随机变量。峰值时差 $t_1(m) - t_2(m)$ 可大致反映第 m 个转动周期内两信号的瞬时相位差, 此时对所有瞬时相位差取平均得 $\hat{\phi}$ 为:

$$\hat{\phi} = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \frac{t_1(m) - t_2(m)}{T} 2\pi = \phi + \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \Delta\phi(m) \quad (7)$$

由于 $E\{\overline{\Delta\phi}\} = 0, D\{\overline{\Delta\phi}\} = \alpha^2/(12N)$, 即使键相点波动程度较大($\alpha = 20^\circ$), 只要平均周期数 $N \geq 100$ 即可将 $\hat{\phi}$ 的误差标准差降低至 0.58° 以内。

基于峰值时差的测量方法必须在提取峰值前, 对振动信号进行零相位窄带通滤波以得到纯净的余弦分量, 去除噪声和倍频谐波造成的虚假峰值^[18]。然而窄带通滤波势必会滤除转速波动造成的调频边频带, 丢失信号的瞬时相位信息, 造成式(7)中的峰值时差无法正确反映振动信号和键相信号的瞬时相位差。因此转速波动情况下, 基于峰值时差的测量方法无法得到正确相位值 ϕ 。

2 循环平稳相位跟踪回归法

基于阶次校正和基于峰值时差的测量方法均无法同时解决转速波动和键相抖动导致的相位误差, 难以应用于高精度场合。通过键相点重采样降低了瞬时相位的非平稳性, 建立了键相点瞬时相位的循环平稳模型。并在此基础上提出了相位跟踪回归法来估计键相抖动下的转频相位 ϕ , 以实现转频相位的高精度测量。

2.1 循环平稳瞬时相位模型

考虑如图3所示的转子振动监测情况, 转子存在转速波动, 设其角速度为 $\omega(t)$, 采集的振动信号为 $x(t)$, 其瞬时相位为 ϕ_x , 且 $\phi_x = \phi + \theta$, 键相信号为 $k(t)$ 。

由于键相信号存在随机波动 δ_t , 其键相点序列 $t(m) = t_m + \delta_t$ 。由于键相脉冲每转触发一次, 其键相点 t_m 满足:

$$\int_{t_{m-1}}^{t_m} \omega(t) dt = 2\pi \quad (8)$$

为了保留振动信号转频附近的调频边频带, 以在转速波动下正确测量相位, 测量前的零相移带通滤波的带宽不能过窄。此时振动信号 $x(t)$ 含有转频及其各阶倍频的谐波, 即:

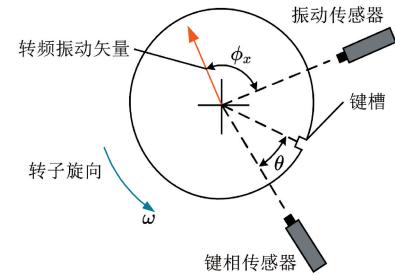


图3 转子振动监测布置方案

Fig. 3 Rotor vibration monitoring arrangement scheme

$$x(t) = \sum A_n \cos(n\omega t + \phi_n) \quad (9)$$

其中, ϕ_n 为各阶谐波的相位。由于倍频成分可能造成的虚假峰值, 峰值时差无法计算每个转动周期内的瞬时相位差。另一种策略是希尔伯特瞬时相位, 其计算量小、精度高, 特别适用于要求连续相位测量的场合^[27]。根据希尔伯特变换^[28], 信号 $x(t)$ 对应解析信号为:

$$z(t) = \sum_{n=1}^N A_n e^{j(n\omega t + \phi_n)} = A_1 e^{j(\omega t + \phi_1)} \left(1 + \sum_{n=2}^N \frac{A_n}{A_1} e^{j((n-1)\omega t + \phi_n - \phi_1)} \right) \quad (10)$$

令 $\epsilon_n = A_n/A_1, \Delta\phi_n = \phi_n - \phi_1$ 。此时计算希尔伯特瞬时相位得 $\phi(t)$ 为:

$$\phi(t) = \arg[z(t)] =$$

$$\arg \left[A_1 e^{j(\omega t + \phi_1)} \left(1 + \sum_{n=2}^N \epsilon_n e^{j((n-1)\omega t + \Delta\phi_n)} \right) \right] = \omega t + \phi_1 + \arg \left[1 + \sum_{n=2}^N \epsilon_n e^{j((n-1)\omega t + \Delta\phi_n)} \right] = \omega t + \phi_1 + \psi(t) \quad (11)$$

其中, $\omega t + \phi_1$ 为转频瞬时相位, $\psi(t)$ 为干扰项。由于一般情况下 $\epsilon_n \ll 1$, 于是有:

$$\begin{aligned} \psi(t) &= \arg \left[1 + \sum_{n=2}^N \epsilon_n e^{j((n-1)\omega t + \Delta\phi_n)} \right] \approx \frac{\sum \epsilon_n \sin((n-1)\omega t + \Delta\phi_n)}{1 + \sum \epsilon_n \cos((n-1)\omega t + \Delta\phi_n)} \approx \\ &\approx \frac{\sum \epsilon_n \sin((n-1)\omega t + \Delta\phi_n)}{\sum_{n=2}^N \epsilon_n \sin((n-1)\omega t + \Delta\phi_n)} \end{aligned} \quad (12)$$

由式(12)可知干扰项 $\psi(t)$ 为小幅度周期波动相位, 且波动频率为转子转频。由于 $\omega(t)$ 随机时变, 式(11)和(12)中的 ωt 变为积分形式, 因此瞬时相位 $\phi(t)$ 带有非平稳性^[29], 无法直接求解转频相位 ϕ_1 。式(8)说明键相信号含有转子转速 $\omega(t)$ 的平稳信息, 于是有:

$$\int_0^{t_m + \delta_t} \omega(t) dt = \int_{t_m}^{\delta_t} \omega(t) dt + \sum_{k=1}^m \int_{t_{k-1}}^{t_k} \omega(t) dt =$$

$$\delta_\theta + m \times \Delta\theta \quad (13)$$

其中, δ_θ 为键相抖动造成的相位误差, 假设 $\delta_\theta \sim$

$N(0, \sigma_\alpha^2)$; $\Delta\theta$ 为相位标定间隔, 对于键相信号 $\Delta\theta = 2\pi$ 。式(13)表明即使键相点存在波动, 该时刻瞬时相位仍然具有平稳性, 于是将式(13)代入式(11)得键相点瞬时相位并进行泰勒展开有:

$$\begin{aligned}\phi(t_m + \delta_t) &= \phi(m\Delta\theta + \delta_\theta) = \\ \phi(m\Delta\theta) + \sum_{k=1}^{\infty} \phi^{(k)}(m\Delta\theta) \frac{\delta_\theta^k}{k!} &= \\ m\Delta\theta + \phi_1 + \psi(m\Delta\theta) + \xi(m\Delta\theta) &\end{aligned}\quad (14)$$

其中, 泰勒展开余项 $\xi(m\Delta\theta)$, 为键相信号波动造成的相位误差。由于 δ_θ^k 比较小, 只保留一次项, 于是有:

$$\xi(m\Delta\theta) =$$

$$\left[1 + \sum_{n=2}^N \epsilon_n (n-1) \cos((n-1)m\Delta\theta + \Delta\phi_n) \right] \delta_\theta \quad (15)$$

由于 δ_θ 为正态随机变量, 所以 ξ 同样为与 m 相关的正态随机变量, 且均值为 0, 标准差 σ_ξ 为:

$$\sigma_\xi(m\Delta\theta) =$$

$$\left[1 + \sum_{n=2}^N \epsilon_n (n-1) \cos((n-1)m\Delta\theta + \Delta\phi_n) \right] \sigma_\theta \quad (16)$$

因此键相信号随机波动产生的误差项 $\xi(m\Delta\theta)$, 为角度域的二阶循环平稳加性噪声。此外, $\psi(m\Delta\theta)$ 为残余的高阶谐波造成的相位波动, 且:

$$\psi(m\Delta\theta) = \sum_{n=2}^N \epsilon_n \sin((n-1)m\Delta\theta + \Delta\phi_n) \quad (17)$$

综上所述, 键相点瞬时相位 $\phi(m)$ 为与 m 相关的一、二阶循环平稳随机变量, 且:

$$\phi(m) \sim N(\mu(m), \sigma^2(m)) \quad (18)$$

其中, 均值 $\mu(m)$ 为:

$$\mu(m) = \Delta\theta \times m + \phi_1 + \psi(m\Delta\theta) \quad (19)$$

其中, 方差 $\sigma^2(m) = \sigma_\xi^2(m\Delta\theta)$ 。

2.2 相位跟踪回归

通过使用键相点序列对振动信号瞬时相位进行重采样, 可以将非平稳的 $\phi(t)$ 转变为循环平稳的 $\phi(m)$, 该过程定义为相位跟踪。并且 $\phi(m)$ 的均值包含转频相位 ϕ_1 , 以及线性增长项 $\Delta\theta \times m$ 和周期波动项 $\psi(m\Delta\theta)$ 。为了从 $\phi(m)$ 的采样数据中估计出 ϕ_1 , 使用线性函数 $k \times m + b$ 近似式(19)以进行线性回归。根据线性回归理论, k, b 的估计分别为:

$$\hat{k} = \frac{\sum_{m=0}^M (m - \bar{m})(\phi_m - \bar{\phi})}{\sum_{m=0}^M (m - \bar{m})^2} \quad (20)$$

$$\hat{b} \approx \bar{\phi}_m - \Delta\theta \times \bar{m} = \frac{\sum_{m=0}^M (\phi_m - m\Delta\theta)}{M} =$$

$$\phi_1 + \frac{1}{M} \sum_{m=0}^M \sum_{n=2}^N \epsilon_n \sin((n-1)m\Delta\theta + \Delta\phi_n) \quad (21)$$

根据式(17), 周期波动项 $\psi(m\Delta\theta)$ 关于直线 $\Delta\theta \times m +$

ϕ_1 对称, 所以当 M 比较大时, 回归直线的斜率 \hat{k} 会趋近于 $\Delta\theta$, $\Delta\theta$ 为相位跟踪时重采样角度间隔。若直接使用原始键相点序列进行相位跟踪, 此时 $\Delta\theta = 2\pi$, 根据式(21)有:

$$\hat{b} \approx \phi_1 + \sum_{n=2}^N \epsilon_n \sin(\Delta\phi_n) \quad (22)$$

此时 \hat{b} 只能作为 ϕ_1 的有偏估计。若在相位跟踪前对键相点序列进行插值上采样, 则 $\Delta\theta$ 将缩小到如 $\pi/2, \pi/4$ 等, 此时估计偏差 β 为:

$$\begin{aligned}\beta &= \frac{1}{M} \sum_{m=0}^M \sum_{n=2}^N \epsilon_n \sin((n-1)m\Delta\theta + \Delta\phi_n) = \\ \sum_{n=2}^N \epsilon_n \times \frac{1}{M} \sum_{m=0}^M \sin((n-1)m\Delta\theta + \Delta\phi_n) &\approx \\ \sum_{n=2}^N \epsilon_n \times E\{\sin((n-1)\omega t + \Delta\phi_n)\} &\approx 0 \end{aligned}\quad (23)$$

上采样率越高, $\Delta\theta$ 越小, 则估计偏差 β 趋近于 0, 此时 \hat{b} 可以作为 ϕ_1 的渐近无偏估计。因此使用上采样后键相点序列对振动信号进行相位跟踪得到 $\phi(m)$, 再按式(21)估计其线性回归系数 b , 即可精确测量转子转频振动相位 ϕ_1 。以上过程称为相位跟踪回归。综上所述, 本研究提出的转子转频振动相位测量方法的实施步骤如图 4 所示。

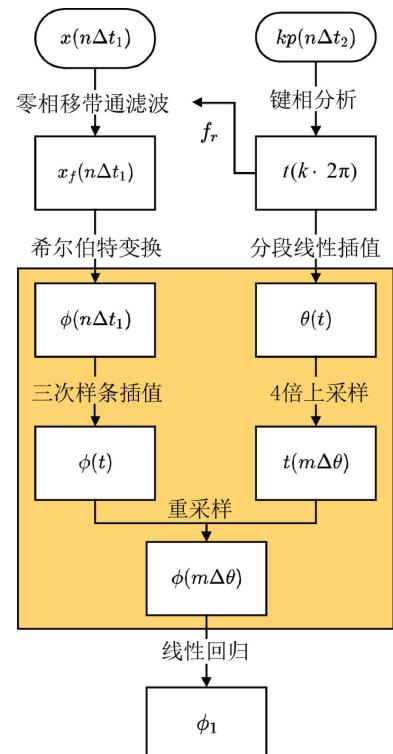


图 4 相位跟踪回归方法实施流程

Fig. 4 Implementation flowchart of the phase tracking regression method

3 仿真验证

为验证 PTR 法在测量转频相位方面的有效性,对该方法在不同噪声水平、键相抖动程度等因素下进行仿真测试。首先构造仿真信号 $x(t)$,即:

$$x(t) = \sum_{n=1}^4 A_n \cos(2\pi n \hat{f}_r t + \phi_n) + \varepsilon(t) \quad (24)$$

其中, A_n 表示 n 阶谐波分量的幅值; ϕ_n 表示 n 阶谐波分量的相位; $\varepsilon(t)$ 为高斯白噪声; \hat{f}_r 为转频,为了模拟转频波动,令 \hat{f}_r 为:

$$\hat{f}_r = (1 + \lambda \sin(2\pi f_m t)) \times f_r \quad (25)$$

其中, λ 为调频比例, f_m 为调频频率。此外生成与 $x(t)$ 同步的仿真键相信号,并对键相峰索引位置添加 $-\eta \sim \eta$ 的抖动。各仿真参数取值如表 1 所示,按该取值得到的仿真信号时域波形如图 5 所示。

表 1 仿真测试参数表

Table 1 Simulation test parameters

符号	仿真取值	含义
f_r	50 Hz	转频
A_1	10 μm	转频谐波幅值
$A_2/A_3/A_4$	3/2/1 μm	倍频谐波幅值
SNR	15 dB	信噪比
T	2 s	采样时长
f_s	4 096 Hz	采样频率
f_m	2 Hz	转频调频频率
λ	0.2	转频调频比例
η	4	键相抖动范围

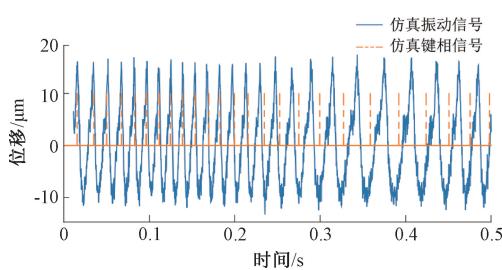


图 5 仿真信号时域波形

Fig. 5 Time domain waveform of simulated signal

3.1 单因素影响分析

首先设置 SNR 逐渐降低,其他参数不变的多组测试,每组重复 100 次随机生成不同相位 ϕ_n 的仿真信号,分别使用 PTR 法、阶次谱校正法^[13]和峰值时差法^[16]测

量转频相位 ϕ_1 。各方法相位测量误差平均值和置信区间如图 6 所示。

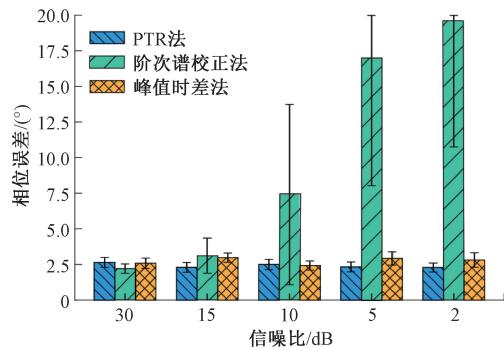


图 6 不同 SNR 下相位测量误差

Fig. 6 Phase measurement error under different signal-to-noise ratios

在 30 dB 的 SNR 测试中,3 种方法的误差置信区间部分重合,都能准确提取转频相位。而当 SNR 逐渐减小至极端值 2 dB 时,阶次谱校正法由于通过频谱计算相位,误差波动范围显著上升,抗噪声能力和精度稳定性较差。PTR 法与峰值时差法由于都采用低通滤波和多周期平均手段而获得相似抗噪能力。并且 PTR 法由于为无偏估计而获得更好的平均效果,综合误差均值和标准差分别为 2.41° 和 1.77° ,因此略低于峰值时差法的 2.75° 和 2.05° 。

其次设置转频调频比例 λ 逐渐增大的多组测试,各方法计算结果如图 7 所示。

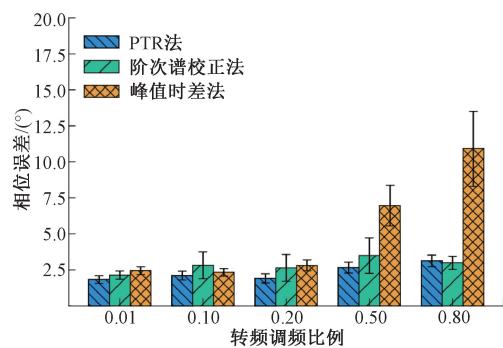


图 7 不同转速波动程度下相位测量误差

Fig. 7 Phase measurement error under different fluctuation levels of rotation speed

由于峰值时差法需要窄带滤波以正确定位转频谐波峰值,转频调频边频带信息丢失而产生相位误差。当调频比例增大到 0.8,转频边频带高达 100 Hz 且与高阶谐波重叠,此时峰值时差法丢失转速波动信息严重,相位误差急剧增大。而 PTR 法使用插值上采样的键相点序列对瞬时相位进行重采样,充分利用转速波动信息,误差、

标准差均值分别为 2.33° 、 1.70° ，低于阶次谱校正法的 2.82° 、 3.92° 。

然后设置键相抖动范围 η 逐渐增大的多组测试，各方法计算结果如图 8 所示。

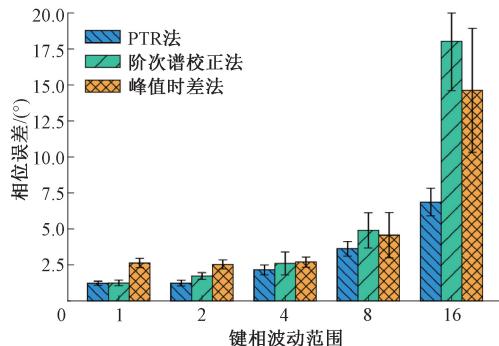


图 8 不同键相抖动程度下相位测量误差

Fig. 8 Phase measurement error under different levels of key-phasor jitter

当键相抖动程度较小时(如为 1)，阶次谱校正法与 PTR 法精度相当，但其由于截断和计算阶次谱操作而在抖动增大时误差显著上升。峰值时差法通过平均多个周期的相位略微减小误差。相比之下，PTR 法通过对转频相位进行渐近无偏估计，能最大程度地抑制键相抖动的影响，在整个测试范围内保持了高精度和高稳定性。当抖动程度达到 16 时，PTR 法误差均值为 6.8° ，远低于阶次谱校正法的 18.0° 和峰值时差法的 14.5° 。

综合图 6~8 的单因素影响分析结果可以看出，当干扰因素单一且为传统方法所针对问题时(阶次谱校正法针对转速波动，峰值时差法针对噪声和键相抖动)，PTR 法相比特定方法未展现明显优势。其甚至可能因希尔伯特变换引入的微小计算误差而在少数情况下略差于特定传统方法。然而随着传统方法非针对的误差干扰程度增加，其相位测量精度显著下降，而 PTR 法通过建立循环平稳相位模型和回归估计，在不同种类干扰因素下均保持较高的相位测量精度。

3.2 综合因素影响分析

为了验证 PTR 法同时应对多种干扰因素的效果，取 $SNR = 10 \text{ dB}$ 、 $\lambda = 0.5$ 、 $\eta = 8$ 测试各方法在综合因素影响下，不同采样长度 T 时的相位测量精度，结果如图 9 所示。

从图 9 中可以看到在极端条件下，采样长度较短导致阶次谱校正法的频谱分辨率较低，因而相位误差急剧增大。DFT 的相位测量误差随采样时长上升而降低，但在一定时长后降低效果有限^[30]。峰值时差法在极短采样长度时的相位误差相对较小，但随采样长度上升，其测量精度未显著提高。而 PTR 法在各采样长度下的相位

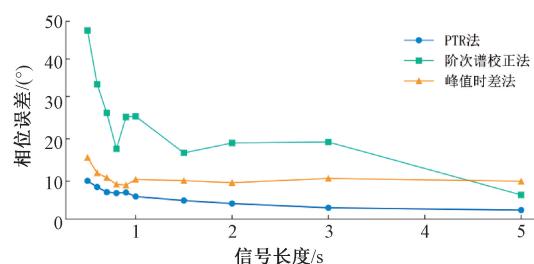


图 9 极端条件不同采样长度下相位测量误差

Fig. 9 Phase measurement error under extreme conditions with varying sample lengths

误差均最小，较阶次谱校正法平均降低 70.4% ，较峰值时差法平均降低 40.5% 。并且随采样长度上升，PTR 法相位测量精度能稳定提高。

综上所述，本研究提出的 PTR 法可以利用键相信号降低瞬时相位非平稳性，并对转频相位进行渐近无偏估计，估计精度随信号长度增大而稳定提高。单因素分析揭示了 PTR 法在各类干扰下的高稳定性，而综合因素对比测试则进一步证实了其在多种干扰耦合的复杂场景下的核心优势。与传统方法相比，PTR 法表现出优秀的相位测量精度和稳定性。

4 实验验证

转子动平衡校正精度依赖于不平衡矢量信息的估计精度，而矢量方位与转频振动相位相关。通过在本特利转子动平衡实验台上进行的动平衡实验，来验证 PTR 法在实际使用中的效果。

实验台由电机调速器、电机、联轴器、轴体、平衡配重盘、轴承座、传感器支架、底座、电涡流位移传感器、信号调理器、平衡螺丝、NI USB-4432 五通道数据采集卡和信号采集分析系统组成，如图 10 所示。

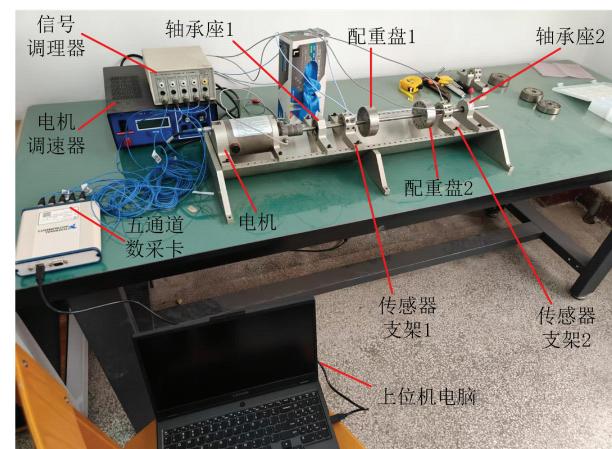


图 10 本特利转子动平衡实验台

Fig. 10 Bentley rotor dynamic balancing test rig

实验台传感器布置如图 11 所示,共装有 5 个电涡流位移传感器,其中一个作键相传感器以提供转子相位参考信息。各传感器按图 11(a)所示位置安装,监测两个截面处的振动位移,其中驱动端截面传感器标识为 1X、1Y,非驱动端截面处标识为 2X、2Y。各截面传感器安装角度如图 11(b)所示,配重盘角度刻度为逆时针。当传感器 X 对准配重盘 0° 标识时,Y 传感器对准 270°,键相传感器对准 225°,此时联轴器上的键槽逆时针偏离键相传感器 10°。

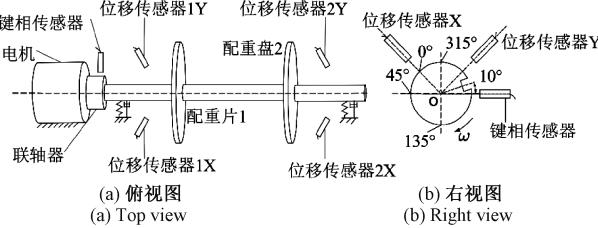


图 11 本特利实验台传感器布置方案

Fig. 11 Sensor layout scheme for Bentley test rig

传感器采样参数设置为:采样频率 $f_s = 8192$ Hz,采样时长 $T = 10$ s,分段连续 6 次采集五通道振动位移数

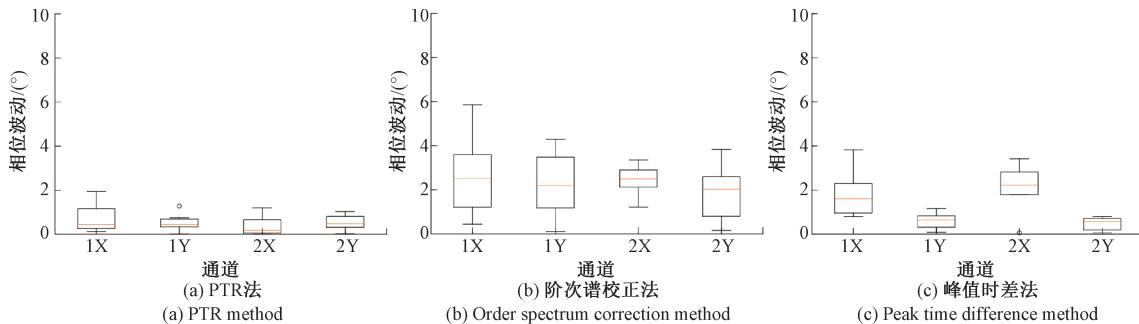


图 13 本特利实验台转子各通道测量相位波动结果

Fig. 13 Bentley test rig rotor measurement phase fluctuation results for each channel

从图 13 中可以看到,PTR 法的测量结果相对于传统方法更加稳定,在极低 SNR 下(0 dB),各通道相位波

据。振动测量与平衡校正时的转子转速均采用常见的 1 500 rpm。由于实验室环境采集信号 SNR 较高,因此采用人工加噪的方式提高干扰因素的严重程度,以充分测试相位测量方法的性能。人工加噪后的振动信号 SNR 为 0 dB,时域波形如图 12 所示。

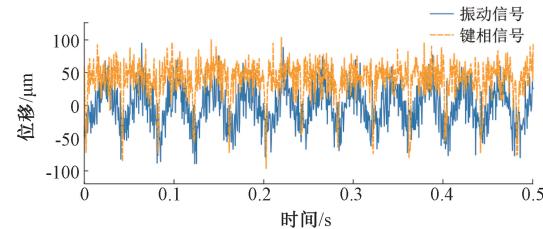


图 12 实验台转子振动信号时域波形

Fig. 12 Time domain waveform of rotor vibration signal on the test rig

分别使用 PTR 法、阶次谱校正法和峰值时差法测量各通道振动信号对应的转频相位,并计算各通道不同段信号所测得相位相对其均值的波动来反映测量一致性,结果如图 13 所示。

动均 $<2^\circ$,展现出良好的抗噪能力。具体结果如表 2 所示。

表 2 实验台各通道相位测量统计结果

Table 2 Statistical results of phase measurement for each channel of the test rig

($^\circ$)

通道	均值 (PTR 法)	标准差 (PTR 法)	均值 (阶次谱校正法)	标准差 (阶次谱校正法)	均值 (峰值时差法)	标准差 (峰值时差法)
1X	166.92	1.02	164.96	3.24	155.68	2.14
1Y	77.51	0.67	77.45	2.72	78.98	0.71
2X	163.24	0.60	163.04	2.53	160.52	2.36
2Y	75.54	0.64	73.47	2.26	76.40	0.56

从表 2 中的标准差数值可以看出,PTR 法在 3 个通道中的测量相位波动最小,而在通道 2Y 中略大于峰值时

差法。由于该实验中转速波动相较于键相抖动的干扰程度较为轻微,因此峰值时差法未出现明显的精度衰退。

根据以上对比结果,选取效果最好的 PTR 法计算加噪前每个通道转频相位对应的不平衡方位,再通过频谱分析计算振动幅值,得到转子所有通道振动参数如表 3 所示。

表 3 实验台不平衡转子 1 500 rpm 下转频振动参数

Table 3 Rotational frequency vibration parameters of the unbalanced rotor at 1 500 rpm

通道	幅值/ μm	相位/($^\circ$)	不平衡方位/($^\circ$)
1X	32.74	168.14	202.86
1Y	35.23	77.84	202.16
2X	32.80	162.70	207.30
2Y	32.02	75.12	204.88

根据所示数据,PTR 法计算出的各通道转频相位对应的不平衡方位趋于一致,具体分布情况如图 14 所示。由图 14 可知,PTR 法能够对转子各通道振动计算出稳定的转频相位,波动误差保持在 0.5° 范围内。

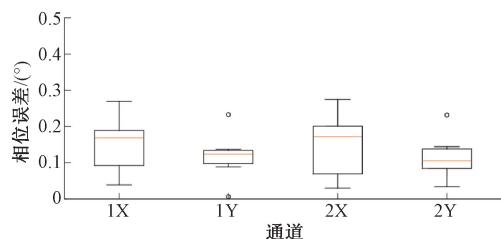


图 14 实验台各通道转频相位测量误差

Fig. 14 Phase measurement error of rotational frequency for each channel on the test rig

根据 PTR 法相位测量结果综合判断不平衡方位为 204° ,沿此方位反向的 22.5° 配重孔安装 2.5 g 质量块,平衡校正前后振动情况如图 15 所示。所有通道的振动幅值均大幅降低,高精度转频相位信息使得单次配重即可将不平衡转子振动平均降低 92.2%。以上实验结果说明,通过 PTR 法提高相位计算精度有助于转子动平衡校正。

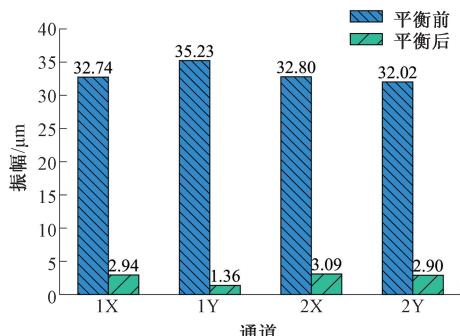


图 15 平衡前后转子各通道转频振动幅值

Fig. 15 Rotational frequency vibration amplitudes of each channel before and after balancing

5 结 论

针对现有转频相位测量方法难以同时消除转速波动和键相抖动引起的相位误差,本研究提出了基于希尔伯特瞬时相位重采样的回归估计方法(PTR 法)。通过理论分析建立了键相点瞬时相位的循环平稳模型,揭示了键相抖动在相位测量中产生的二阶循环平稳噪声。在此基础上,采用线性回归构建了转频相位的渐近无偏估计量。仿真验证结果表明,PTR 法能在大范围转速波动下准确测量转频相位,并显著抑制键相抖动引起的相位误差。相较于阶次谱校正法和峰值时差法,PTR 法的相位测量误差分别降低了 70.4% 和 40.5%。在转子动平衡实验中,PTR 法用于测量转子不平衡矢量的方位角,极低 SNR(0 dB) 下 4 通道相位测量波动 $< 2^\circ$,单次配重即可将额定转速下振动幅值降低 92.2%。

综上所述,本研究提出的 PTR 法可在复杂工况下显著提高转频相位测量精度,并且无需设置超参数,对依赖高精度相位信息的应用场合具有重要工程价值。未来研究可将 PTR 法推广至不同形式参考信号、不同频率成分的相位测量中,提高方法的适用性。

参考文献

- [1] TIBONI M, REMINO C, BUSSOLA R, et al. A review on vibration-based condition monitoring of rotating machinery[J]. Applied Sciences, 2022, 12(3): 972.
- [2] XIE J S, CHENG W, ZI Y Y, et al. Phase-based spectrum analysis method for identifying weak harmonics[J]. Journal of Vibration and Control, 2018, 24(23): 5585-5596.
- [3] 刘仁伟,岳林. 基于双谱熵和聚类分析的转子系统故障诊断[J]. 振动、测试与诊断, 2023, 43(1): 188-193, 205.
- [4] LIU R W, YUE L. Rotor system fault diagnosis based on bispectrum entropy and clustering analysis[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2023, 43(1): 188-193, 205.
- [5] 章云,王晓宇,梅雪松. 高速转子无试重动平衡方法研究现状分析[J]. 振动与冲击, 2022, 41(21): 216-227.
- [6] ZHANG Y, WANG X Y, MEI X S. Studying status review for high-speed rotor dynamic balancing method without trial weights[J]. Journal of Vibration and Shock, 2022, 41(21): 216-227.
- [7] LEI Z H, CHEN H M, WEN G R, et al. A synchronous holo-balancing method for flexible rotors based on the modified initial phase vector [J]. Information Fusion, 2023, 90: 95-110.

- [6] 朱善林, 吴文全, 吴苏. 基于 ALTPLL 的水声测量用相位计设计 [J]. 电子测量技术, 2012, 35(3): 32-34, 41.
ZHU SH L, WU W Q, WU S. Design of phase meter for underwater acoustic measurement based on ALTPPLL [J]. Electronic Measurement Technology, 2012, 35(3): 32-34, 41.
- [7] 余训星. 转子系统现场动平衡技术及主动平衡系统控制策略研究 [D]. 武汉: 华中科技大学, 2020.
YU X X. Research on field balancing technology and active balancing system control strategy of rotating systems [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2020.
- [8] 沈廷鳌, 管金发, 华卫星, 等. 基于 FFT 的极端频率信号相位差测量方法 [J]. 电子测量技术, 2020, 43(24): 6-10.
SHEN T AO, GUAN J F, HUA W X, et al. Phase difference measurement method for extreme frequency signals based on FFT [J]. Electronic Measurement Technology, 2020, 43(24): 6-10.
- [9] 解梦涛, 张强波, 张霞妹. 基于全相位 FFT 不平衡分析的转子现场动平衡 [J]. 振动、测试与诊断, 2021, 41(3): 566-570, 625-626.
XIE M T, ZHANG Q B, ZHANG X M. On-site dynamic balancing of rotor based on all-phase FFT unbalance analysis [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2021, 41(3): 566-570, 625-626.
- [10] 王展, 杜思远, 贺文治, 等. 基于全相位快速傅里叶变换的主轴不平衡特征提取及实验 [J]. 仪器仪表学报, 2020, 41(4): 138-146.
WANG ZH, DU S Y, HE W ZH, et al. Spindle unbalance feature extraction and experiment based on all-phase fast fourier transform [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(4): 138-146.
- [11] LIU Q H, XU X X, LU ZH R, et al. Weak signal extraction of micro-motor rotor unbalance based on all-phase fast fourier transform [J]. International Journal of Mechanical System Dynamics, 2024, 4(2): 202-212.
- [12] ZHANG Y, XIE ZH L, ZHAI L J, et al. Unbalanced vibration suppression of a rotor with rotating-frequency faults using signal purification [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2023, 190: 110153.
- [13] CAO H R, HE D, XI S T, et al. Vibration signal correction of unbalanced rotor due to angular speed fluctuation [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2018, 107: 202-220.
- [14] EL BADAOUI M, BONNARDOT F. Impact of the non-uniform angular sampling on mechanical signals [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2014, 44(1/2): 199-210.
- [15] CAMERINI V, COPPOTELLI G, BENDISCH S, et al. Impact of pulse time uncertainty on synchronous average: Statistical analysis and relevance to rotating machinery diagnosis [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 129: 308-336.
- [16] 简彦成, 庆永胜, 贾维龙. 一种新的求解振动相位方法在动平衡中应用 [J]. 噪声与振动控制, 2022, 42(3): 241-246.
JIAN Y CH, QING Y SH, JIA W L. A new vibration phase solution method and its application in dynamic balance analysis [J]. Noise and Vibration Control, 2022, 42(3): 241-246.
- [17] 徐磊, 丁康, 何国林, 等. 一种极值搜索的齿轮系统振动信号阶次跟踪方法 [J]. 振动工程学报, 2023, 36(3): 837-844.
XU L, DING K, HE G L, et al. An order tracking method for gearbox vibration signal based on searching extrema [J]. Journal of Vibration Engineering, 2023, 36(3): 837-844.
- [18] DUA X, GAO CH, SONGC X J, et al. Research on bode data processing method based on python [C]. 2024 IEEE 2nd International Conference on Control, Electronics and Computer Technology, 2024: 1426-1429.
- [19] MOTLANI S, GURAV N, SONDKAR S. Vibration signal analysis of rotating machines using void-kalman filter & phase analysis technique [C]. 2018 3rd IEEE International Conference on Recent Trends in Electronics, Information & Communication Technology, 2018: 1300-1304.
- [20] 王帅, 孙若斌, 翟智, 等. 考虑键相丢失的二重逐点 Vold-Kalman 滤波涡轮泵故障诊断 [J]. 振动与冲击, 2025, 44(3): 210-220, 229.
WANG SH, SUN R B, ZHAI ZH, et al. Fault diagnosis of turbopump using double point-wise Vold-Kalman filtering considering key-phase loss [J]. Journal of Vibration and Shock, 2025, 44(3): 210-220, 229.
- [21] WEI D, LIU K, HUANG J, et al. Instantaneous phase estimation based single-signal diagnosis for inter-turn short circuit fault in PMSMS [J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 2025, 40(2): 1350-1364.
- [22] 罗建, 江丽娟, 崔秋实, 等. 基于瞬时相位一致的电力线路故障分析方法 [J]. 电力系统保护与控制, 2023, 51(21): 178-186.
LUO J, JIANG L J, CUI Q SH, et al. Fault analysis method for a power line based on instantaneous phase

- consistency [J]. Power System Protection and Control, 2023, 51(21): 178-186.
- [23] MATSUKI A, KORI H, KOBAYASHI R. An extended hilbert transform method for reconstructing the phase from an oscillatory signal [J]. Scientific Reports, 2023, 13(1): 3535.
- [24] BRESSLER S, NEELY R, YOST R M, et al. A wearable eeg system for closed-loop neuromodulation of sleep-related oscillations [J]. Journal of Neural Engineering, 2023, 20(5): 56030.
- [25] 战婷婷, 李磊, 陈浩. 基于瞬时相位的微地震干涉定位方法研究[J]. 地球物理学报, 2022, 65(5): 1753-1768.
- ZHAN T T, LI L, CHEN H. Research on microseismic interferometric location method based on the instantaneous phase[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2022, 65(5): 1753-1768.
- [26] 郎根峰, 廖与禾, 林京. 精密测试中的振动相位零点漂移误差及其减小方法[J]. 机械工程学报, 2012, 48(10): 1-6.
- LANG G F, LIAO Y H, LIN J. Vibration phase zero drift error and its reduction method in precision testing[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(10): 1-6.
- [27] 杨辉跃, 涂亚庆, 毛育文. 科氏流量计相位差估计的ap-Hilbert法[J]. 仪器仪表学报, 2019, 40(1): 35-42.
- YANG H Y, TU Y Q, MAO Y W. ap-Hilbert method for phase difference estimation of Coriolis mass flowmeter[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019, 40(1): 35-42.
- [28] FELDMAN M. Hilbert transform in vibration analysis[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2011, 25(3): 735-802.
- [29] JAVORSKYJ I, YUZEFOVYCH R, MATSKO I, et al. Hilbert transform of a periodically non-stationary random signal: Low-frequency modulation [J]. Digital Signal Processing, 2021, 116: 103113.
- [30] 彭钰钦, 涂亚庆, 杨辉跃. DFT 算法频率和相位差测量不确定度评估 [J]. 电子测量与仪器学报, 2020, 32(9): 17-22.
- PENG Y Q, TU Y Q, YANG H Y. Uncertainty evaluation of DFT frequency and phase difference measurement[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2020, 32(9): 17-22.

作者简介



熊成文, 2024 年于重庆大学获得学士学位, 现为西安交通大学博士研究生, 主要研究方向为机械故障诊断的信号处理技术。

E-mail: xiongcw@stu.xjtu.edu.cn

Xiong Chengwen received his B. Sc. degree from Chongqing University in 2024. He is currently a Ph. D. candidate at Xi'an Jiaotong University. His research interests include signal processing techniques for mechanical fault diagnosis.



廖与禾(通信作者), 1995 年于沈阳工业大学获得学士学位, 2004 年、2009 年于西安交通大学分别获得硕士、博士学位, 现为西安交通大学机械工程学院副教授。主要研究方向为装备预测性维护关键技术、复杂机械信号处理与分析、机械故障智能诊断方法等。

E-mail: yhliao@xjtu.edu.cn

Liao Yuhe(Corresponding author) received his B. Sc. degree from Shenyang University of Technology in 1995, and his M. Sc. and Ph. D. degrees both from Xi'an Jiaotong University in 2004 and 2009, respectively. He is currently an associate professor with the School of Mechanical Engineering at Xi'an Jiaotong University. His main research interests include key technologies for predictive maintenance of equipment, complex mechanical signal processing and analysis, and intelligent diagnosis methods for mechanical faults