

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2514036

# 面向变速工况的 Rényi 熵驱动自适应字典 学习轴承故障诊断方法\*

张维浩<sup>1</sup>, 易 彩<sup>1</sup>, 闫 磊<sup>2,3</sup>, 董 威<sup>3</sup>, 姜 瀚<sup>1</sup>

(1. 西南交通大学轨道交通运载系统全国重点实验室 成都 611756; 2. 西南交通大学机械工程学院 成都 610031;  
3. 中车青岛四方机车车辆股份有限公司 青岛 266111)

**摘 要:** 变转速工况下, 轴承故障信号具有显著的非平稳性和低信噪比特征, 传统基于静态字典的稀疏表示方法多基于固定工况设计静态字典, 难以适应转速波动引起的信号非平稳性, 导致故障特征提取精度显著下降。针对这一问题, 提出了一种 Rényi 熵驱动的结构字典学习方法 (RE-ASDLA), 旨在提升字典学习方法在非平稳信号工况下的适应性与诊断精度。该方法基于变转速下轴承故障形态特点, 构造精准描述故障瞬态冲击形态并具有时变响应能力的过完备结构字典, 突破传统分析中对信号片段截断处理的限制, 能够从强噪声背景中精准提取稀疏的故障瞬态特征成分。在字典更新过程中, 联合最小化重构误差和 Rényi 熵度量指标, 自适应优化字典结构参数, 增强对信号时变特征的响应能力, 并构建时频-稀疏协同的故障诊断流程。通过 2 组线性/非线性变速仿真信号、1 组渥太华公开轴承数据和 1 组实车采集数据开展实验验证。结果表明在低信噪比环境下, RE-ASDLA 有效克服了强背景噪声和时变故障特征的干扰, 准确重构变转速故障特征, 在不同的变速模式下均能准确重构故障特征, 验证了该方法的有效性, 提升了字典学习在变速工况下的适应性。RE-ASDLA 与快速路径优化方法和基于时间重分配的同时压缩变换相比, 从信号重构精度、时频聚集性、故障拟合效果体现了 RE-ASDLA 的优越性。

**关键词:** 轴承故障; 变转速工况; 结构字典学习; Rényi 熵; 时频-稀疏协同

**中图分类号:** TH133.3 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 580.99

## Rényi entropy-driven adaptive dictionary learning bearing fault diagnosis method for variable-speed operating conditions

Zhang Weihao<sup>1</sup>, Yi Cai<sup>1</sup>, Yan Lei<sup>2,3</sup>, Dong Wei<sup>3</sup>, Jiang Han<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory of Rail Transit Vehicle System, Southwest Jiao Tong University, Chengdu 611756, China;  
2. School of Mechanical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China;  
3. CRRC Qingdao Sifang Locomotive & Rolling Stock Co., Ltd., Qingdao 266111, China)

**Abstract:** Under variable-speed conditions, bearing fault signals exhibit significant non-stationarity and low signal-to-noise ratio (SNR). Traditional sparse representation methods based on static dictionaries are typically designed for fixed-speed scenarios, making them poorly suited to adapt to speed-induced signal variations, which leads to a notable decline in fault feature extraction accuracy. To address this problem, this paper proposes a Rényi entropy-driven adaptive structural dictionary learning algorithm (RE-ASDLA), aiming to enhance the adaptability and diagnostic accuracy of dictionary learning under non-stationary conditions. The method constructs an overcomplete structural dictionary with time-varying responsiveness, tailored to the transient impact patterns of bearing faults under variable speeds. It overcomes the limitations of conventional segment-based analysis and enables precise extraction of sparse transient features from strong noise backgrounds. During the dictionary update process, a joint optimization of reconstruction error and Rényi entropy is performed to adaptively refine dictionary parameters, enhancing sensitivity to time-varying features and establishing a time-frequency-sparsity collaborative diagnostic framework. Experimental validation is carried out using two sets of linear and nonlinear variable-speed simulation signals, one publicly available Ottawa bearing dataset, and one set of real onboard measurements. The results

收稿日期: 2025-05-13 Received Date: 2025-05-13

\* 基金项目: 国家自然科学基金 (52272355)、轨道交通运载系统全国重点实验室自主课题 (2024RVL-T11) 项目资助

demonstrate that RE-ASDLA effectively suppresses background noise and reconstructs variable-speed fault features with high accuracy, even under low-SNR conditions. It maintains robust performance across different speed profiles and significantly enhances the adaptability of dictionary learning for variable-speed scenarios. Compared with fast path optimization and time-reassigned synchrosqueezing transform methods, RE-ASDLA shows superior performance in terms of reconstruction accuracy, time-frequency concentration, and fault feature representation.

**Keywords:** bearing fault; variable speed condition; structural dictionary learning; Rényi entropy; time-frequency-sparse

## 0 引言

高速列车实际运行工况复杂多变,轮对轴箱轴承作为列车走行部运行的关键旋转部件,承担着承载支撑、运动转换等重要功能,其服役状态直接影响安全性和稳定性<sup>[1]</sup>。在复杂的服役环境中,轴承受到多种因素的影响,包括变工况和跨区域运行、径向载荷过大、车轮多边形、钢轨波磨以及轨道不平顺等因素,使得轴承极易发生诸如剥落、点蚀、磨损以及擦伤的局部故障,给高速列车安全运营带来潜在的风险<sup>[2]</sup>。尤其是高速列车实际运营过程中,变转速运行状态(如起停车、加减速等)普遍存在。在变转速工况下,轴承振动信号具有幅值波动、脉冲间隔变化、采样相位不恒定等特征,蕴含了大量在恒定工况下无法揭示的运行信息和故障征兆<sup>[3-4]</sup>。然而,传统的恒转速轴承故障诊断方法在处理动态变化的信号适应性显著不足,难以有效应对变转速场景下的复杂信号,限制了其在实际工程中推广与应用<sup>[5]</sup>。因此,开展变速场景下轮对轴承故障诊断算法研究具有实际工程应用价值。

字典学习(dictionary learning, DL)作为一种信号稀疏表示方法,凭借其稀疏性强、能量聚集性高和抗噪能力显著等优势,已广泛应用于定转速工况下的信号处理中。王红玉等<sup>[6]</sup>基于匹配追踪算法的提取旋转机械的微弱故障特征,展现了匹配追踪算法具有较高的分辨率和稀疏性。Ding等<sup>[7]</sup>根据轴承故障特征提出了一种自适应圆结构字典学习,通过提高稀疏结构字典的参数拟合性能来分析故障信息。He等<sup>[8]</sup>引入局部正交匹配追踪(loc-orthogonal matching pursuit, LocOMP)算法与共轭梯度最小二乘算法,基于卷积稀疏字典(convolutional sparse dictionary learning, CSDL)提出了快速CSDL算法,并进一步提出了基于包络谱峭度优化的自适应轴承故障诊断方法,在稀疏度未知的情况下能够准确定位最优稀疏度,但对随机冲击的鲁棒性仍有待提升。然而,在变速工况下,转速波动导致瞬态冲击信号具有复杂的调幅调频特性,相应瞬态形态变得异常复杂。现有字典方法虽存在一定优势,但主要针对定速信号设计,难以有效适应变转速工况中转速波动引入的信号非平稳性,故障特征提取精度不足。如何将字典学习迁移到变转速领域应用的同时并

保持其优势,是亟待解决的关键问题。

目前常用的变速故障信号处理主要有以恢复信号循环平稳性的阶次跟踪方法(order tracking, OT)和直接处理时变信号的时频分析方法。阶次跟踪法将时间序列信号映射到阶次域消除转速影响,按照不同的转速估计方式分为硬件阶次跟踪<sup>[9]</sup>、计算阶次跟踪<sup>[10]</sup>、无键相阶次跟踪<sup>[11]</sup>。此类方法需结合平稳信号处理技术进行故障诊断,但其对硬件要求和转速估计精度依赖较大,若转速估计误差较大,则会导致映射效果不佳,提取故障特征失真,尤其在处理复杂的非线性和非平稳信号时,准确性较差<sup>[12]</sup>。为规避重采样误差的问题,研究者们提出了时频分析方法,包括短时傅里叶变换(short-time Fourier transform, STFT)<sup>[13-14]</sup>、连续小波变换(continuous wavelet transform, CWT)<sup>[15-16]</sup>等传统的时频分析方法、提高时频分辨率的后处理时频分析方法和参数化时频分析方法等。Auger等<sup>[17]</sup>提出了时频重分配方法,通过将普通时频分析算法获得的时频表示(time-frequency representation, TFR)的时频能量重新分配到重心来实现更精确的时频定位。Yu等<sup>[18]</sup>提出了一种基于时间重分配同步压缩变换的集中时频分析方法。能够较好的重构信号特征。Huang等<sup>[19]</sup>运用快速路径优化算法改进了一种多时频曲线提取方法,能够提取包络时频图的瞬时故障特征频率以及瞬时转频曲线,通过比较两者关系实现故障判断。然而,该类时频分析方法普遍存在故障特征能量分散易被噪声淹没、且复杂工况下的计算效率难以满足实时需求的问题。

此外,还存在一类基于参数化时频变换的方法,其核心思想是通过设计适合的变换核函数来匹配信号特征。Ding等<sup>[20]</sup>提出了一种基于核岭回归的啁啾变换算法,实现了非平稳信号的时频特征的精确表征。彭富强等<sup>[21]</sup>开发了基于多时间支撑区的线性调频基函数库构建方法,通过多尺度自适应稀疏分解技术对包络谱信号进行解析,成功实现故障特征频率的精准辨识。任凌志等<sup>[22]</sup>将广义解调变换与多尺度线调频基稀疏分解进行技术融合,构建出具有空间分辨能力的故障定位新方法。吴楠等<sup>[23]</sup>基于分裂增广拉格朗日收缩算法的稀疏表征框架,该模型通过时变参数优化设计,有效解决了变转速条件下轴承故障冲击特征的动态捕获难题。此类方法与字典学习中通过寻找原子构建字典思

路类似,都需要对核函数进行设计使其匹配故障特征,但这类研究方法基函数确定往往依赖先验知识或经验,方法中需确定参数过多,增加了计算复杂度,还可能致过拟合问题。

针对现有方法存在的转速估计不准、拟合参数多、鲁棒性差的问题,该文提出一种基于 Rényi 熵引导的自适应结构字典学习方法,该方法从信号特征本身入手,通过研究变转速下轴承故障形态特点,构造精准描述故障瞬态冲击形态的完备原子库,突破传统截断分析限制,可直接从强噪声背景中提取出最稀疏、最接近信号故障本征的瞬态特征成分。同时,联合 Rényi 熵动态优化字典参数和稀疏表示过程,建立时频-稀疏故障框架实现了变转速工况下的轴承的故障诊断。本研究主要贡献包括:

1) 构建了一种非平稳信号驱动的自适应结构字典,针对变转速工况下信号非平稳性导致的原子失配问题,设计并构造精准匹配变转速故障特征的原子库。该方法可直接从原始信号中提取故障成分,避免了信号截断或降采样产生的信息损失和误差导致特征畸变。

2) 针对传统字典学习方法在变转速环境中参数适应性不足的问题,建立了 Rényi 熵引导的字典参数优化体系,将字典重构残差与 Rényi 熵收敛结合,实现自适应匹配非平稳故障特征,显著提升了在复杂工况下的鲁棒性和诊断能力。

## 1 理论分析

### 1.1 轴承早期故障脉冲模型建立

滚动轴承早期故障振动模型可以简化为一个二维弹簧-质量-阻尼系统,轴承在变速工况下运行,滚动体与轴承外圈产生碰撞,轴承振动信号包含一系列脉冲冲击。轴承振动信号单个故障脉冲波形  $x''_i(t)$  表达式如式(1)所示。

$$x''_i(t) = \sum_{i=0}^{+\infty} e^{-\zeta_1(i)f(i)(t-t_i)} \cos[\omega_d(i)(t-t_i) + \theta] \quad (1)$$

式中:  $\zeta_1 = C_{out}/(2m_{out}\omega_n)$ ;  $f_n = \omega_n\sqrt{1-\zeta_1^2}$ ;  $\omega_d$  为轴承故障振动信号的振动频率;  $\theta$  为相位信息;  $\zeta_1$  为阻尼比;  $\omega_n$  为系统振动固有频率。

由式(1)可知故障瞬态冲击波形只与振动频率  $\omega_d$  和衰减系数  $\zeta_1$  有关。由  $\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta_1^2}$  可知  $\omega_d$  与  $\omega_n$  和  $\zeta_1$  有关,固有振动频率  $\omega_n$  不变,因此故障瞬态冲击波形仅受  $\zeta_1$  的影响,在变转速运行条件时,轴承阻尼受转速影响可以忽略不计。因此,变转速工况下,转速波动对故障瞬态冲击形态影响较小,轴承瞬态冲击形状几乎不随转

速变化而变化<sup>[23]</sup>。故在字典学习中可构造单个形态基函数实现故障脉冲匹配。

### 1.2 结构字典

轴承振动加速度信号通过结构字典可以重构为循环矩阵  $D_c$  和相关的脉冲位置系数矩阵  $X_c(t)$  的乘积,如式(2)所示。

$$\alpha(t) = \sum_{c=1}^C D_c X_c + N_\sigma \quad (2)$$

式中:  $C$  代表核函数个数;  $D = [D_1, D_2, \dots, D_C]$  为稀疏编码中的圆形结构字典;  $X = [X_1(t)^T, X_2(t)^T, \dots, X_C(t)^T]^T$  为稀疏编码中的脉冲位置系数矩阵;  $N_\sigma$  表示重构信号残差项。

轴承故障脉冲式可简化为式(3),即:

$$x(t) = Ae^{-\zeta t} \sin(\omega_r t) u(t) \quad (3)$$

式中:  $A$  代表振幅常数;  $e^{-\zeta t}$  为指数衰减项;  $\zeta$  为结构阻尼系数;  $\omega_r$  为结构共振频率;  $u(t)$  为单位阶跃函数。

在实际采集数据过程中,主要采集振动加速度信号,对式(3)求2阶导可以得到理论振动加速度信号公式,如式(4)所示。

$$x''(t) = Le^{-\beta t} \cos(\omega_r t + \theta) u(t) \quad (4)$$

其中,  $L = \sqrt{A^2(\beta^2 - \omega_r^2) - 4A^2\beta^2\omega_r^2}$ ;  $\theta = \pi - \tan(A(\beta^2 - \omega_r^2)/(-2A\beta\omega_r))$ 。

在轴承运动过程中,振动信号中包含  $f_{FCO}$  个故障脉冲,因此故障信号公式如式(5)所示。

$$x''(t) = \sum_{m=1}^M L_m e^{-\beta(t-mT_p-\sum_{i=1}^m \tau_i)} \cdot \cos(\omega_r(t-mT_p-\sum_{i=1}^m \tau_i) + \theta) \cdot u(t-mT_p-\sum_{i=1}^m \tau_i) \quad (5)$$

式中:  $L_m$  表示第  $m$  个冲击的幅值;  $T_p$  为故障特征周期;  $\tau_i$  表示随机滑动,一般取  $0.01 \sim 0.02 T_p$ 。根据故障信号公式定义核函数  $k_c(t)$  表示对应故障脉冲类型,公式如式(6)所示。

$$k_c(t) = e^{-\beta t} \cos(\omega_r t + \theta) \quad (6)$$

利用定义的核函数  $k_c(t)$  构造故障圆结构矩阵  $D_c \in \mathbf{R}^{n \times n}$ , 函数  $k_c(t)$  视为循环矩阵的第1列,通过核函数的连续下移得到循环矩阵的其余列。因此,圆形矩阵表示如式(7)所示。

$$D_c = [k_c(t), qk_c(t), \dots, q^{n-1}k_c(t)] \quad (7)$$

其中,  $q \in \mathbf{R}^{n \times n}$  是一个正交置换矩阵,可以通过矩阵左向量循环下移一个列向量。构建循环矩阵的过程,假设核函数的长度(即非零元素的个数)为  $q$ ,  $k_c(t) = [k_1, k_2, \dots, k_{q-1}, k_q]$ , 循环矩阵的行数  $n$  等于待分析的单组信号的长度。构造结构字典矩阵  $D_c$  可表示如式(8)所示。



$$D_c = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 & 0 & k_q & k_{q-1} & \vdots & k_2 \\ k_2 & k_1 & 0 & 0 & 0 & k_q & \ddots & \vdots \\ \vdots & k_2 & \ddots & 0 & 0 & 0 & \ddots & k_{q-1} \\ k_{q-1} & \vdots & \ddots & k_1 & 0 & 0 & 0 & k_q \\ k_q & k_{q-1} & \vdots & k_2 & k_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_q & \ddots & \vdots & k_2 & k_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & k_{q-1} & \vdots & k_2 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_q & k_{q-1} & \vdots & \ddots & k_1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

从上述定义的圆结构矩阵中可以看出,前  $n - q + 1$  列可以描述核函数在分析信号时任意位置的整个运动,表示嵌入分析信号的完整脉冲响应,后  $q - 1$  列可以表示核函数在分析信号终点位置的部分偏移。

根据式(2)可知,重构信号还需要脉冲系数矩阵,定义脉冲位置系数矩阵  $X_c(t)$  如式(9)所示。

$$X_c(t) = \begin{cases} L_m, & t = mT_p + \sum_{i=0}^m \tau_i \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (9)$$

式中:  $L_m$  表示第  $m$  次脉冲的幅值;  $t$  表示出现第  $m$  次脉冲的时间;  $T_p$  为故障特征周期;  $\tau_i$  表示随机滑动,一般取  $0.01 \sim 0.02 T_p$ 。

### 1.3 Rényi 熵

Rényi 熵值以归一化能量形式表示,广泛用于量化时频表示的聚集程度,其表达式如式(10)所示。

$$R = -\frac{1}{2} \log_2 \frac{\iint_R |G(t, \omega)|^3 d\omega dt}{\iint_R |G(t, \omega)| d\omega dt} \quad (10)$$

其中,  $|G(t, \omega)|$  代表时频分析后的时频表示结果,大部分文章<sup>[24-26]</sup>利用 Rényi 熵表示 TFR 的集中性能, Rényi 熵值越小, TFR 越集中,分辨率越高。该方法在字典学习过程中引入 Rényi 熵的评估机制,通过监测不同参数下重构信号的 Rényi 熵变化趋势,引导结构字典中稀疏度与原子长度的参数优化。当 Rényi 熵收敛并达到稳定时,此时重构信号已经达到最佳,参数变化影响较小,稀疏度和原子长度达到最优,选取处于 Rényi 熵稳定前后的分界点的参数作为字典参数输入,既可以保证重构信号最佳,又可以保证不出现算力浪费的情况。

随着字典参数逐渐调整, Rényi 熵表现出不同的变化阶段,结合 Rényi 熵评估的结构字典构建过程如图 1 所示。

由图 1(b) 可以看出, Rényi 熵评估过程可以分为 3 个区域, A 区域表示熵值剧烈波动区,重构参数偏小,信号重构质量不佳,处于不稳定状态,出现该现象的原因

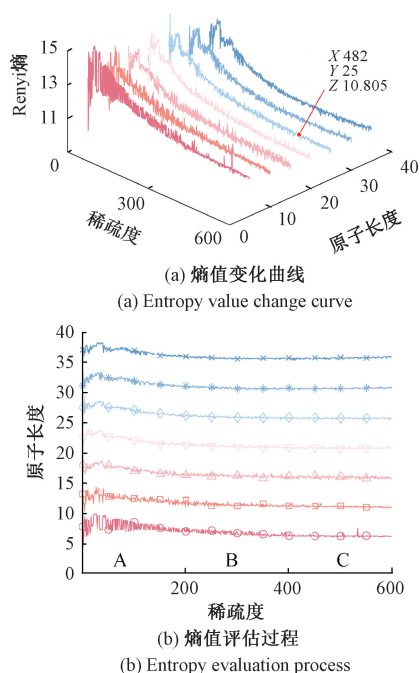


图 1 基于 Rényi 熵引导的结构字典参数寻优过程

Fig. 1 The optimization process of structural dictionary parameters guided by Rényi entropy

是在字典学习的初始参数设定下,原子长度和稀疏度较低,无法准确重构信号特征,重构信号能量在时频域上分散; B 区域为半稳定区,随着参数变化,重构信号 Rényi 熵逐渐趋于稳定,此时原子长度和稀疏度匹配趋于合理,重构信号能够捕捉到故障特征,时频域中出现明显的能量聚集; C 区域表示 Rényi 熵稳定区,此时熵值基本保持不变,在该区域中参数变化对重构信号 Rényi 熵影响可以忽略不计,此时重构信号的能量聚集性已经达到稳定,故障特征被最大化重构。最终选取 B、C 区域的交界处,即 Rényi 熵稳定前后的分界点作为结构字典的最优参数输入。

## 2 基于 Rényi 熵引导的自适应结构字典学习模型以及流程

### 2.1 轴承早期故障脉冲模型建立

将 Rényi 熵引入结构字典中,实现自适应参数寻优,提出了基于 Rényi 熵引导的自适应结构字典学习模型 (re-adaptive structural dictionary learning model, RE-ASDL)。由式(9)可知,定义的脉冲位置系数矩阵的非零元素可以确定脉冲出现的确切时间,并反映脉冲响应的幅度。当结构字典和脉冲位置系数矩阵满足以下条件时,重构信号残差项最小,重构信号最接近原始故障信号, RE-ASDL 模型公式如式(11)所示。



$$\begin{cases} \{X, D\} = \min_{X, D} \arg \|Y - DX\|_F^2 \\ \text{s. t. } \|X^k\|_0 \leq m, \quad 1 \leq k \leq K \\ \quad \|k_c(t)\|_2^2 = 1, \quad 1 \leq c \leq C \end{cases} \quad (11)$$

式中:  $\|\cdot\|_F^2$  是 Frobenius 范数; 脉冲位置系数矩阵  $X \in \mathbf{R}^{n_C \times K}$ ;  $X^k$  表示脉冲位置系数矩阵的第  $k$  列, 对应信号的位置;  $\|\cdot\|_0$  表示非零元素的数量;  $M$  等于被测信号的脉冲响应数量(目标稀疏度)。为解决式(11)中的优化问题, 通常交替优化更新稀疏表示步骤和字典更新步骤, 稀疏表示步骤是固定结构字典, 使用优化算法找到脉冲位置系数, 字典更新步骤表示固定脉冲位置系数矩阵, 更新结构字典。该文拟采用的优化算法为局部匹配追踪算法, 局部正交匹配追踪优化算法能降低对冗余量的迭代, 复杂度较低, 有较好的稀疏逼近能力。该稀疏算法使得字典学习能够快速且不截断信号进行故障重构<sup>[8]</sup>, 能够适应变速信号的频率变化, 确保了模型在处理变速信号的准确性和有效性。

## 2.2 RE-ASDL 参数及优化问题

由整体字典学习算法可知, 结构字典方法需要参数输入。参数包含核函数  $k_c(t)$  的个数  $C$ , 即轮对轴承缺陷引起的故障共振频率数量; 目标稀疏度  $M$ ; 字典原子长度  $q$ 。由于本研究仅针对单一故障进行研究, 因此本研究中  $C = 1$ , 本研究主要讨论的是目标稀疏度  $M$  和字典原子长度  $q$ 。  $M$  表示所分析的信号包含脉冲响应个数, 并且与轴承故障类型和轮对转速有关, 稀疏度会影响重构信号的质量, 过多会导致虚假脉冲, 过少会导致脉冲的缺失, 因此确定准确的稀疏度至关重要。字典原子长度等于单个脉冲响应的长度, 文献[7]提出  $q$  至少应该包含一个脉冲响应的振荡周期, 且满足式(12), 即:

$$2 \leq q \leq f_s / f_{\min} \quad (12)$$

式中:  $f_{\min}$  最小谐振频率;  $f_s$  是数据的采样频率。

本研究主要讨论的参数是目标稀疏度  $M$  和字典原子长度  $q$ , 通过 Rényi 熵收敛和重构误差最小化确定最优字典参数  $(q_{opt}, M_{opt})$ 。根据每组参数  $(q, M)$ , 计算字典学习重构信号的 Rényi 熵  $R_{q, M}(\hat{Y})$  和重构误差  $\|Y - \hat{Y}\|_F^2$ , 并定义目标函数为式(13), 即:

$$\kappa(q, m) = \|Y - \hat{Y}\|_F^2 + \beta \cdot R_{q, m}(\hat{Y}) \quad (13)$$

式中:  $\|Y - \hat{Y}\|_F^2$  为信号重构误差, 表示信号与字典和稀疏系数矩阵之间的拟合程度, 当重构误差最小时则表示重构信号最佳;  $\hat{Y}$  表示重构后的信号  $\hat{Y} = DX$ ;  $R_{q, m}(\hat{Y})$  表示计算重构信号的 Rényi 熵, 具体表达式如式(10);  $\beta$  为权重参数。

通过遍历参数空间  $(q, M)$ , 计算每组参数对应的目标函数值  $\kappa(q, M)$ , 并绘制相应的 Rényi 熵变化曲线。在 1.3 节中已经说明通过 Rényi 熵收敛来判断能够有效选取适合的参数组合。当 Rényi 熵达到稳定且重构误差

最小时, 认为重构信号已达到最优状态, 选择使得 Rényi 熵收敛并重构误差最小的参数作为最优参数  $(q_{opt}, M_{opt})$ , 最优参数集合选取如式(14)所示。

$$\begin{aligned} S = \{ (q_{opt}, M_{opt}) \mid \argmin_{q, M} \|Y - \hat{Y}\|_F^2 \\ \text{s. t. } |R_{q, M}^{(i+1)}(\hat{Y}) - R_{q, M}^{(i)}(\hat{Y})| < \varepsilon \} \end{aligned} \quad (14)$$

其中,  $S$  表示最优参数集合;  $R_{q, M}^{(i)}(\hat{Y})$  表示第  $i$  次迭代的 Rényi 熵值;  $\varepsilon$  表示收敛阈值。当满足以上条件时, 输出最优参数。

## 2.3 RE-ASDL 算法流程

针对变速轴承故障诊断的复杂非平稳信号特性, 该文提出了基于 Rényi 熵引导的自适应结构字典学习算法(re-adaptive structural dictionary learning algorithm, RE-ASDLA)。该方法依据式(11)所述的参数化字典模型以及式(14)所述 Rényi 熵优化准则, 实现了对故障瞬态特征的精准提取和自适应匹配。算法流程如图2所示。

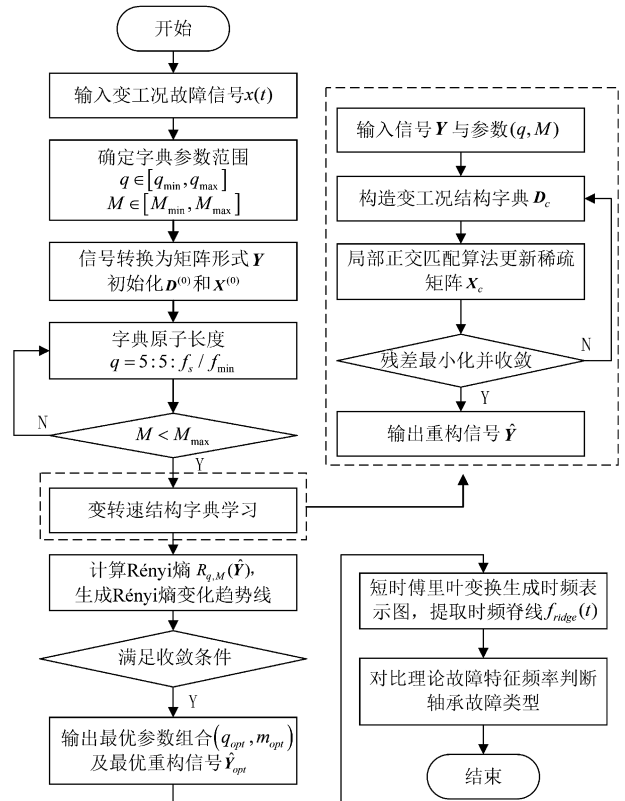


图2 基于 Rényi 熵引导的自适应结构字典学习方法流程

Fig. 2 Flowchart of the adaptive structural dictionary learning method guided by Rényi entropy

具体算法步骤为:

1) 输入传感器采集变速轴承故障振动信号  $x(t)$ , 根据式(12) 确定字典原子长度  $q$  范围:  $q \in [q_{\min}, q_{\max}]$ , 考虑到原子长度对重构性能的影响具有一定容差, 无需过高的精度, 为提高计算效率, 本方法将原子长度的步长设

置为 5;以及稀疏度  $M$  范围: $M \in [M_{\min}, M_{\max}]$ , 设置初始字典  $\mathbf{D}^{(0)}$  和稀疏系数矩阵  $\mathbf{X}^{(0)}$ 。

2) 遍历字典原子长度参数  $q$  和稀疏度参数  $M$ , 对每一组  $(q, M)$  进行迭代计算, 根据式 (10) 计算对应字典重构后的 Rényi 熵值  $R_{q, M}(\hat{\mathbf{Y}})$ , 形成 Rényi 熵变化曲线, 当曲线变化趋势满足式 (14) 时, 结合重构误差最小化与熵收敛, 确定最优字典参数  $(q_{opt}, M_{opt})$  输入字典学习中重构最优故障信号。

3) 输入最优字典参数  $(q_{opt}, M_{opt})$ , 构造针对输入信号的最优结构字典  $\mathbf{D}_{opt}$ , 精准匹配变转速故障的瞬态冲击形态, 根据局部正交匹配追踪算法更新稀疏位置矩阵  $\mathbf{X}_{opt}$ , 重构最优信号  $\hat{\mathbf{Y}}_{opt}$ 。

4) 对重构信号  $\hat{\mathbf{Y}}_{opt}$  进行短时傅里叶变换分析, 生成时频表示图  $\text{TFR}(t, f)$ , 提取时频脊线  $f_{\text{ridge}}(t)$ , 计算瞬时故障特征频率。对比理论故障频率, 如轴承外圈故障公式  $f_{\text{BPFO}} = \frac{Z}{2} \left( 1 - \frac{d}{D} \cos(\alpha) \right) f_r = k f_r$  ( $k$  表示轴承故障特定阶次, 可判断轴承故障类型)。

3 仿真信号试验

为了验证 RE-ASDLA 的有效性, 该文构造了变转速工况下的滚动轴承故障的仿真信号, 仿真信号  $y(t)$  主要由外圈故障冲击信号  $s(t)$ , 随机冲击干扰信号  $\eta_1(t)$ , 谐波干扰信号  $\eta_2(t)$  和高斯白噪声  $n(t)$  组成, 如式 (15) 所示。

$$y(t) = s(t) + \eta_1(t) + \eta_2(t) + n(t) \tag{15}$$

设置采样频率为 10 kHz, 背景噪声为 -10 dB。轴承故障冲击模型可以表示为式 (16) 所示。

$$s(t) = \sum_i^{N_f} A_i e^{-\beta_i(t-t_m)} \sin(\omega_m(t-t_m)) \cdot u(t-t_m) \tag{16}$$

式中:  $A_i$  为第  $i$  次冲击幅值;  $N_f$  表示故障冲击数量;  $\beta$  表示结构阻尼系数;  $\omega_m$  表示共振频率;  $u(t)$  表示阶跃函数;  $t_m = \frac{(1+\tau)(1/f_r(t_{m-1}))}{k_{FCO}}, m = 1, 2, 3, \dots, L, k_{FCO}$  表示故障特征阶次。

随机冲击干扰信号  $\eta_1(t)$  可以通过式 (17) 模拟, 即:

$$\eta_1(t) = \sum_j^{N_r} A_r e^{-\beta_r(t-t_r)} \sin(\omega_r(t-t_r)) \cdot u(t-t_r) \tag{17}$$

式中:  $A_r$  表示随机冲击的幅值;  $t_r$  表示随机噪声发生的时间;  $N_r$  表示冲击噪声数量。

谐波干扰信号  $\eta_2(t)$  可以通过式 (18) 模拟, 即:

$$\eta_2(t) = 0.4 \sin(2\pi f_r t) + 0.2 \sin(4\pi f_r t) + 0.2 \sin(6\pi f_r t) \tag{18}$$

其中,  $f_r$  表示转频, 不同的  $f_r$  代表了不同的运行工况, 在实际运行中, 变转速工况主要分为线性变转速和非线性变转速, 后文分别对这 2 种不同的变转速工况进行

故障诊断和识别, 验证算法的有效性和适应性。

3.1 线性变速信号

该文仿真了一组线性变转速工况下的外圈故障信号, 采样频率为 10 kHz, 采样时间为 4 s, 具体参数如表 1 所示。

表 1 线性变转速仿真信号具体参数  
Table 1 Specific parameters of the linear variable speed simulation signal

参数	$f$	$r$
$A_k$	$\begin{cases} 0.5t+2.8 \\ -0.6t+3.8 \end{cases}$	5, 11, 8
$\beta_r$	1 000	800
$\omega_r$	3 500	4 200
$k_{FCO}$	3.5	
$\tau$	1% $t_m$	

对于线性变速信号, 其中转频呈  $f_r$  线性变化趋势, 该组线性变速信号的转频变化分为两部分, 如式 (19) 所示。

$$f_r = \begin{cases} 8t + 10, & t < 2 \\ -10t + 26, & t \geq 2 \end{cases} \tag{19}$$

变转速仿真信号各分量如图 3 所示。

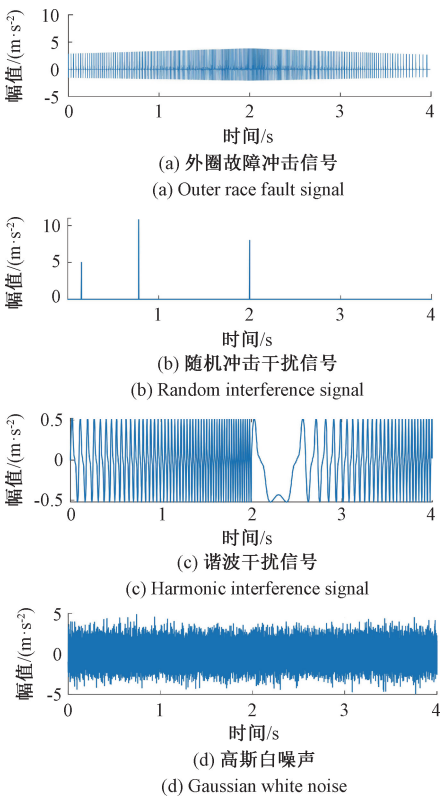


图 3 线性变转速仿真信号各分量示意图  
Fig. 3 Schematic diagram of each component of the linear variable speed simulation signal

混合信号时域波形如图 4(a) 所示,信号包络谱如图 4(b) 所示。从图 4(a) 可以看出在变速情况下,难以看出故障的重复瞬态脉冲;由图 4(b) 可以看出包络谱中出现频谱模糊的现象,难以清楚观察到信号的故障特征频率。主要原因是在变速工况下,轴承故障信号的特征频率不再保持固定,而是随时间发生频率漂移,此时故障信号不具有循环平稳性,进而引发能量在频域上的扩散和频率成分的错位,传统的包络分析基于恒定速度,难以适应非平稳变化,无法准确提取随时间变化的故障频率信息,因此,需要一种时变特征感知能力的非恒速信号处理方法,以实现频率漂移条件下故障特征的有效跟踪与识别。

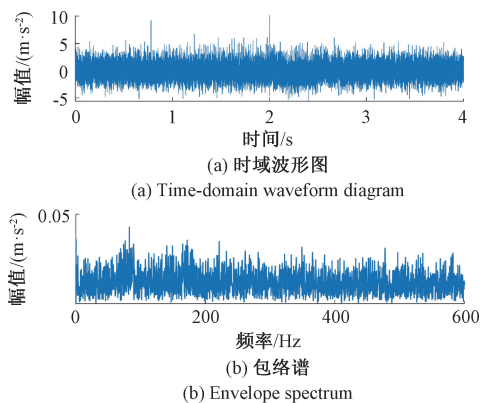


图4 线性变速仿真信号时域波形和包络分析图

Fig. 4 Time-domain waveform and envelope analysis diagram of the linear variable speed simulation signal

采用 RE-ASDLA 对线性变速仿真信号进行故障识别,首先根据式 (12) 确定原子长度  $q$  及稀疏度  $M$  搜索范围,计算对应重构信号的 Rényi 熵,形成 Rényi 熵变化曲线,当 Rényi 熵收敛时,  $M$  和  $q$  达到最佳,如图 5(a) 所示。从图 5(a) 可以看出当  $M_{opt} = 243$ ,  $q_{opt} = 35$  时 Rényi 熵收敛,虽然存在波动但收敛趋势最稳定,且最优稀疏度 243 符合预设的稀疏度 238,进一步表明采用 Rényi 熵结合字典学习进行参数寻优是准确的。将最优参数  $M_{opt}$ ,  $q_{opt}$  输入结构字典中进行变工况字典学习,最优重构信号如图 5(b) 所示。从图 5(b) 可以看出该字典重构信号准确,最大程度地减少了干扰信号。与图 3(a) 相比可知,重构信号虽然存在一定的误差,但能精确重构大部分故障脉冲。接下来,对重构信号进行时频分析和故障脊线提取,时频分析参数设置为窗宽  $w = 3\ 000$  Hz,重复窗宽为  $ol = 2\ 800$  Hz,时频表示和脊线提取结果分别如图 5(c) 和 (d) 所示,由图 5(c) 可以看出,时频表示结果可清晰观察到 11 条脊线,并具有较高的时频集中性。由于故障特征频率满足  $f_{FCO} = k_{FCO} f_r$ ,由表 1 可知  $k_{FCO} = 3.5$ ,根据故障特征频率公式,将提取的一阶脊线与转频对比

进一步诊断故障类型,从图 5(d) 可以看出 RE-ASDLA 能够清晰的提取转频,与原始转频相比拟合效果较好,因此能表明准确识别到了轴承外圈故障特征频率。

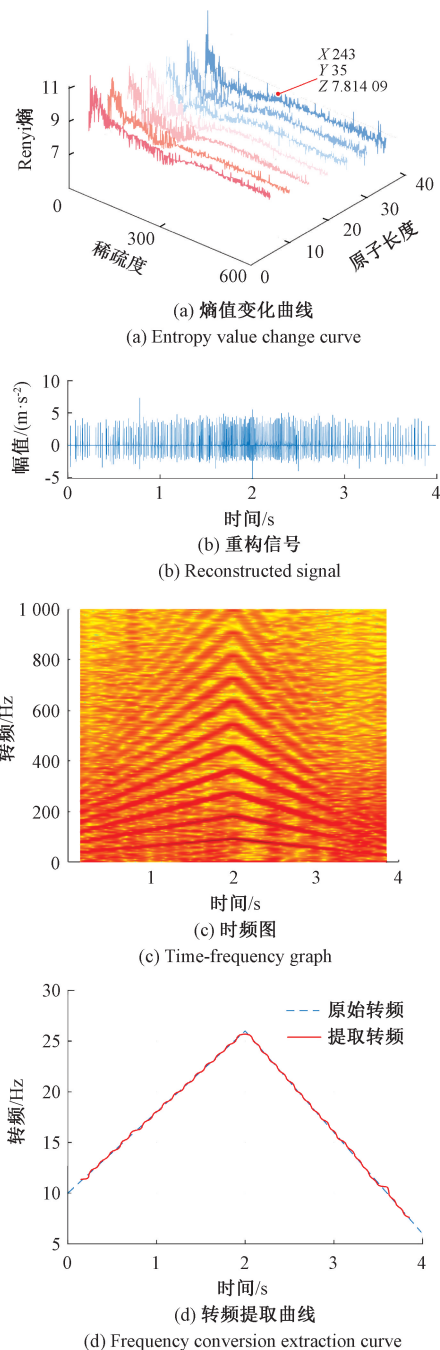


图5 线性变速仿真信号 RE-ASDLA 结果

Fig. 5 The RE-ASDLA result graph of the linear variable speed simulation signal

该文采用 2 种对比方法验证 RE-ASDLA 的优越性,对比方法为基于快速路径优化的时频表示方法<sup>[17]</sup>和基于时间重分配的同步压缩变换 (time-reassigned multi synchro squeezing transform, TMSST) 方法<sup>[16]</sup>。基于快速



路径优化的时频表示方法是一种后处理时频分析方法,采用该方法对仿真线性变速故障信号进行故障诊断,时频分析参数设置与 RE-ASDLA 相同,结果和转频提取效果分别如图 6(a)、(b)所示。

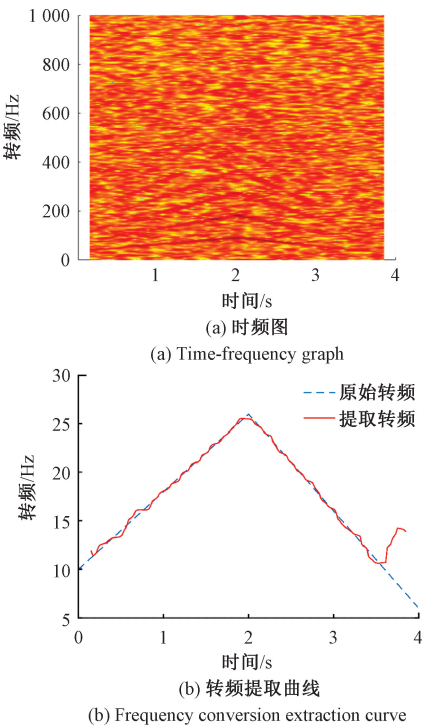


图 6 基于快速路径搜索的时频分析结果  
Fig. 6 The time-frequency analysis result graph based on fast path search

将图 6(a)与图 5(c)对比可知,RE-ASDLA 时频表示更集中,提取故障脊线更清晰。从图 6(b)可以看出,基于快速路径优化的时频分析方法提取转频效果不佳,在时间 3.5 s 后出现了偏移,主要原因是该方法为一种后处理时频分析方法,对于信号本身的处理较弱,依赖时频分析的表示结果,处理包含强噪声和随机冲击干扰的信号时无法准确重构故障脊线,因此无法准确提取转频。

采用 TMSST 对仿真线性变速故障信号进行处理,该方法通过时间重分配的方法重构信号,计算时间频率矩阵提取时频系数,如图 7(a)所示,根据时频系数对故障信号进行重构,重构信号如图 7(b)所示,从图 7(b)可以看出,该方法能重构故障信息,但重构幅值较低,与图 5(b)相比,重构效果欠佳。这是由于该方法依赖时频矩阵中提取的时频系数,在滤波过程中,剔除其他成分,会导致总能量减少,重构幅值下降。对该重构信号进行时频分析和提取转频处理,时频分析参数设置与 RE-ASDLA 相同,结果分别如图 7(c)、(d)所示。从图 7(c)可以清晰看出 4 阶故障脊线,表明该重构方法能够去除一定的干扰成分,与图 5(c)相比,该文 RE-ASDLA 时频表示中脊线阶数更

多,更清晰。图 7(d)根据故障特征频率公式提取的转频与原始转频的对比,在 0.8 s 前及 2.7 s 后均出现漂移,可见 TMSST 方法提取转频不准确。

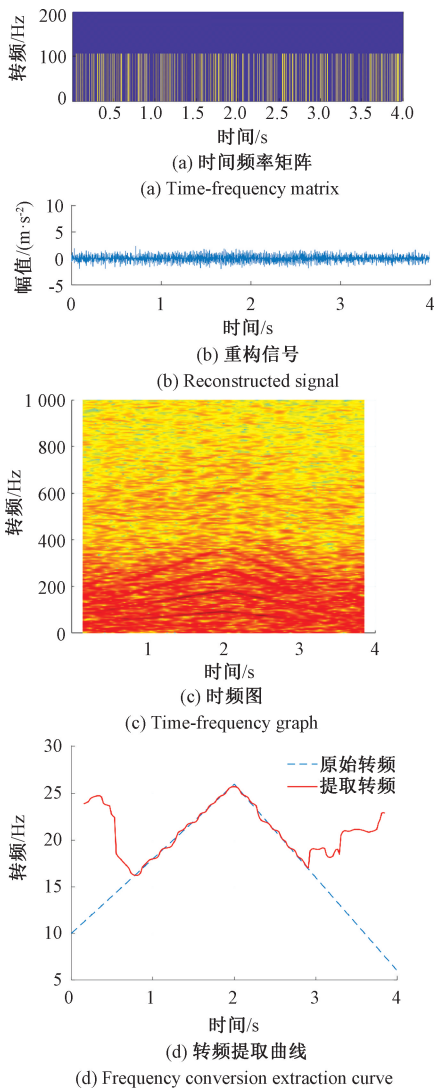


图 7 TMSST 分析结果  
Fig. 7 TMSST analysis result chart

对比 RE-ASDLA 和快速路径优化方法、TMSST 方法可知,RE-ASDLA 在处理线性变速信号时,重构信号更准确,能最大程度减少干扰分量;时频分析结果的时频集中性强,脊线更清晰,阶数更多;在提取转频方面,提取转频更准确,误差更小,3 个方面都验证了 RE-ASDLA 的优越性。

3.2 非线性变速信号

为了验证 RE-ASDLA 的适应性,需要构造非线性的变转速工况下的滚动轴承故障的仿真信号,构造方式与线性变速信号相似,根据式 (13) ~ (15) 构造信号,该文仿真了一组非线性变转速工况下的外圈故障信号,采样频率为 10 kHz,采样时间为 3 s,具体参数如表 2 所示。

表 2 非线性变转速仿真信号具体参数  
Table 2 Specific parameters of nonlinear variable speed simulation signals

参数	$f$	$r$
$A_k$	$-3t^2+9t+10$	5, 11, 8
$\beta_r$	1 000	800
$\omega_r$	3 200	4 200
$k_{FCO}$	4.2	
$\tau$	$1\%t_m$	

与线性变速信号不同的是转速变化,如式(20)所示。

$$f_r = -3t^2 + 9t + 10 \tag{20}$$

非线性变转速仿真信号各分量如图 8(a)~(d)所示。

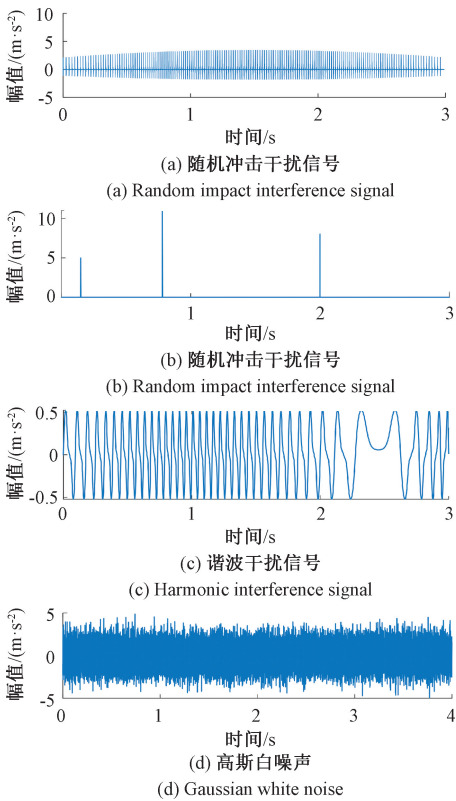


图 8 非线性变转速仿真信号各分量示意图  
Fig. 8 Schematic diagram of each component of the nonlinear variable speed simulation signal

混合信号时域波形如图 9(a)所示,信号包络谱如图 9(b)所示。从图 9(a)可以看出在变速转速情况下,难以看出故障的重复瞬态脉冲;在图 9(b)中难以清楚观察到信号的故障特征频率,包络谱中出现频谱模糊的现象。需要采用变速信号处理方法进行故障识别。

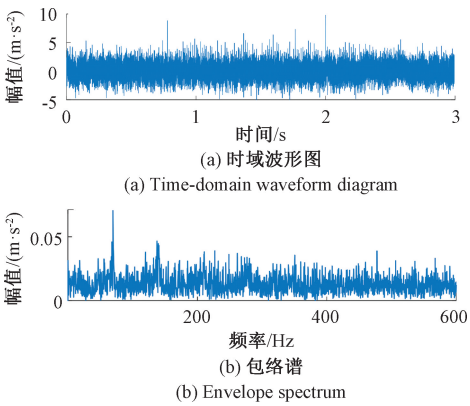
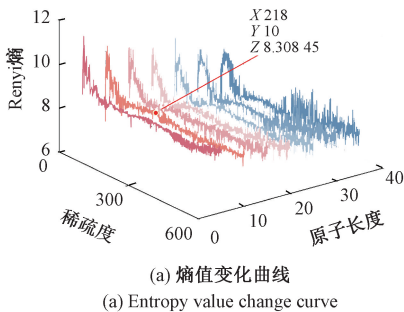


图 9 非线性仿真信号时域波形和包络分析图  
Fig. 9 Time-domain waveform and envelope analysis diagram of nonlinear simulation signal

采用 RE-ASDLA 对仿真非线性变速信号进行故障识别,首先设置稀疏度  $M$  和原子长度  $q$  搜索范围,计算对应的 Rényi 熵,当 Rényi 熵收敛时,  $M$  和  $q$  达到最佳,如图 10(a)所示。从图 10(a)可以看出当  $M_{opt} = 218$ ,  $q_{opt} = 10$  时 Rényi 熵收敛,且收敛趋势最稳定,最优稀疏度 218 符合预设的稀疏度 200,表明采用 Rényi 熵进行参数寻优是准确的。将最优参数  $M_{opt}, q_{opt}$  输入结构字典中进行变工况字典学习,重构信号如图 10(b)所示。从图 10(b)可以看出 RE-ASDLA 重构信号清晰,最大程度地减少了干扰信号。与图 8(a)相比可知,重构信号虽然存在一定的误差,但能精确重构大部分故障脉冲。进一步对重构信号进行时频分析和故障脊线提取,时频分析采用参数设置仍采用窗宽为  $w = 3\,000\text{ Hz}$ ,重复窗宽为  $ol = 2\,800\text{ Hz}$ ,时频表示和脊线提取结果分别如图 10(c)、(d)所示,由图 10(c)可以看出,时频表示结果可清晰观察到 14 条脊线,并具有较高的时频集中性。由于故障特征频率满足  $f_{FCO} = k_{FCO}f_r$ ,由表 2 可知  $k_{FCO} = 4.2$ ,根据公式将提取的脊线与转频对比进一步诊断故障类型,从图 10(d)可以看出 RE-ASDLA 能够清晰的提取转频,与原始转频相比拟合效果较好,因此能表明准确识别到了外圈故障特征频率。



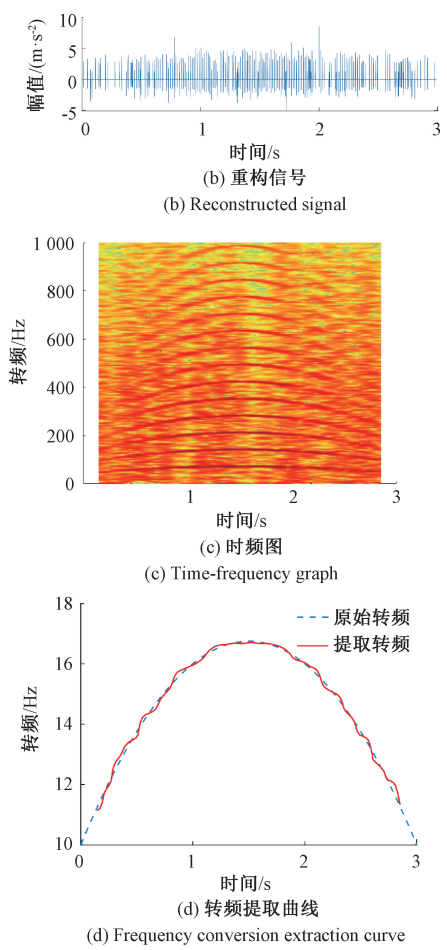


图 10 非线性变速仿真信号 RE-ASDLA 结果  
Fig. 10 The RE-ASDLA result graph of the nonlinear variable rotational speed simulation signal

接下来,采用基于快速路径优化的时频表示方法对非线性变速仿真故障信号进行故障诊断,时频分析参数设置与 RE-ASDLA 相同,时频分析结果和转频提取效果分别如图 11(a)、(b)所示,将图 11(a)与图 10(c)对比可知,虽然该方法能提取 4 条脊线,但 RE-ASDLA 的时频表示更集中,提取故障脊线更清晰。从图 11(b)可以看出,基于快速路径优化的时频分析方法提取转频效果不佳,出现波动效果明显,与原始转频相比拟合误差较大。

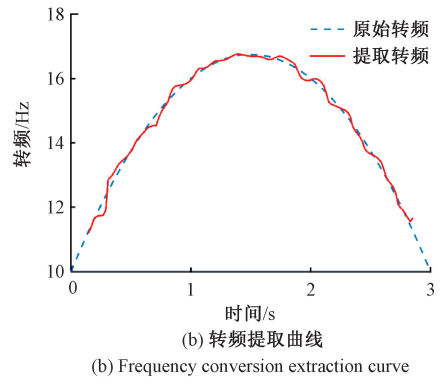
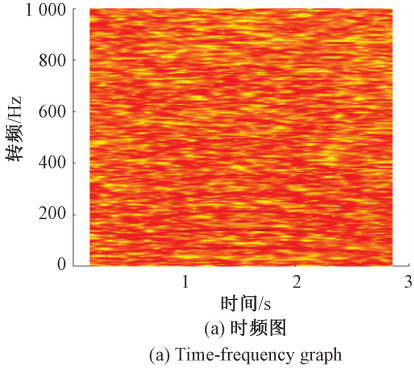
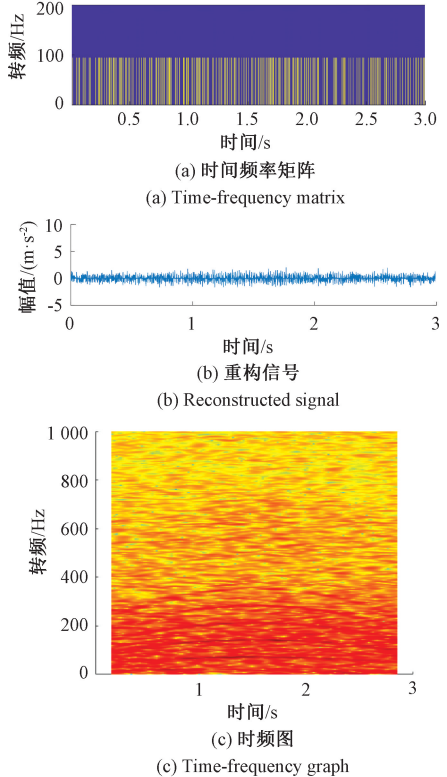


图 11 基于快速路径搜索的时频分析结果  
Fig. 11 The time-frequency analysis result graph based on fast path search

最后,采用 TMSST 对非线性变速仿真故障信号进行处理,如图 12(a)计算时间频率矩阵提取时频系数,根据时频系数对故障信号进行重构,重构信号如图 12(b),从图 12(b)可以看出,该方法能重构故障信息,但重构幅值较低,与图 10(b)相比,重构效果欠佳。对该重构信号进行时频分析,参数设置与 RE-ASDLA 相同,时频表示和提取转频结果分别如图 12(c)、(d)所示。从图 12(c)可以看出 5 阶故障脊线,表明该重构方法能够去除一定的干扰成分,与图 10(c)相比,RE-ASDLA 时频表示的脊线阶数更多,更清晰。图 12(d)中展示了提取的转频与原始转频的对比,在 0.5 s 前拟合曲线出现了漂移,与原始转频相比拟合误差较大,可见 TMSST 方法提取转频不准确。





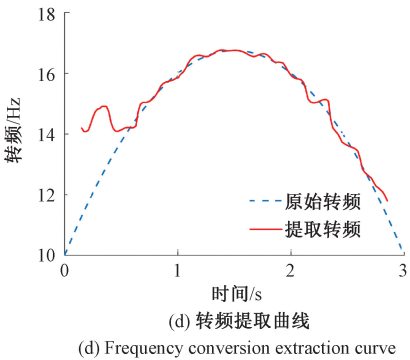


图 12 TMSST 分析结果  
Fig. 12 TMSST analysis result chart

对比 RE-ASDLA 和快速路径优化方法、TMSST 方法可知,RE-ASDLA 在处理非线性变速信号时,在信号重构方面,RE-ASDLA 更准确;在时频表示方面,RE-ASDLA 的时频聚集性更强,脊线更清晰,阶数更多;在提取转频方面,提取转频更准确,误差较小;3 个方面都验证了 RE-ASDLA 的优越性。

4 实测信号试验

为了进一步验证 RE-ASDLA 的有效性和应用价值,通过实测数据进行验证,分别采用渥太华公开数据集和高速动车组的实车采集数据进行验证。

4.1 渥太华变工况轴承数据

加拿大渥太华大学进行了变工况轴承振动数据采集试验(变速)<sup>[27]</sup>;加拿大渥太华大学轴承实验装置如图 13 所示,由电机、AC 驱动器、编码器、联轴器、转子和轴承组成,转轴由交流驱动器控制的变速电机驱动。实验在待测轴承外壳上安装加速度计和增量编码器分别收集振动信号和轴的转速数据,信号以 200 kHz 采样,总采样持续时间为 10 s。具体参数如表 3。

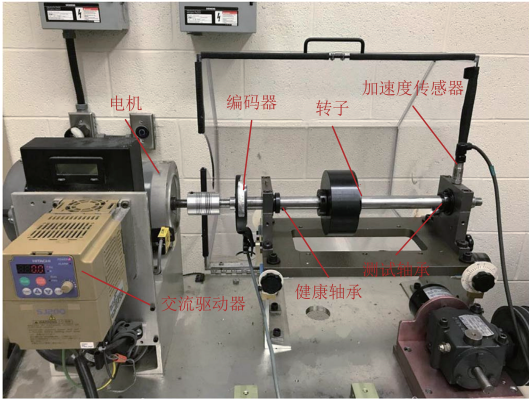


图 13 渥太华变工况实验装置

Fig. 13 Ottawa variable operating condition experimental device

表 3 渥太华滚动轴承具体参数  
Table 3 Specific parameters of Ottawa rolling bearings

轴承类型	节圆直径 /mm	球直径 /mm	滚子数量 /个	$f_{FCO}$
ER16K	38.52	7.94	9	$3.57 f_r$

采用一组渥太华变工况外圈数据进行验证,由于原始数据较长,截取一段数据并降采样使用,表 3 中给出了用于实验的轴承参数,根据轴承故障特征频率公式计算外圈故障系数  $k_{FCO}$  计算为 3.57。信号采样频率为 20 kHz,信号长度为 5 s。采集到的振动信号和包络分析图分别如图 14(a)、(b)所示。图 14(a)表示采集的振动信号,随着轴转速的增加,脉冲间距变小,信号幅度变大,具有变转速振动信号性质,从图 14(b)可以看出包络谱中无法观察到故障特征频率,存在频率漂移现象。

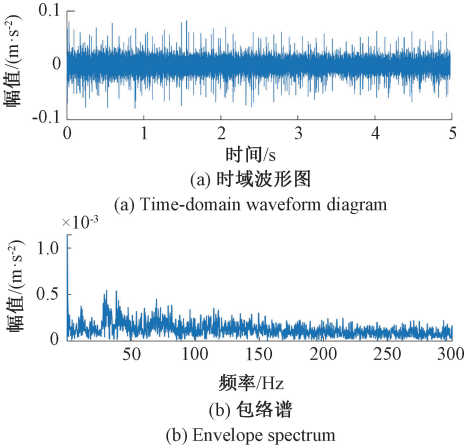


图 14 实测轴承故障数据时域波形图及包络谱  
Fig. 14 The time-domain waveform diagram and envelope spectrum of the measured bearing fault data

采用 RE-ASDLA 对实测信号进行处理,处理结果图如图 15 所示。

首先根据式(11)设置原子长度  $q$  及稀疏度  $M$  搜索范围,计算对应重构信号的 Rényi 熵,形成 Rényi 熵变化曲线,当 Rényi 熵收敛时,  $M$  和  $q$  达到最佳,如图 15(a)。从图 15(a)可以看出当  $M_{opt} = 482, q_{opt} = 25$  时 Rényi 熵收敛,收敛趋势最稳定。将最优参数  $M_{opt}, q_{opt}$  输入结构字典中进行变工况字典学习,最优重构信号如图 15(b)。从图 15(b)中可以看出该字典重构信号最大程度地减少了干扰信号,还原故障脉冲。对重构的最优故障信号进行时频分析和故障脊线提取,时频分析参数设置为窗宽  $w = 13\,000\text{ Hz}$ ,重复窗宽为  $ol = 12\,800\text{ Hz}$ ,时频表示和脊线提取结果分别如图 15(c)、(d)所示。由图 15(c)中可以看出,时频表示结果可清晰观察到故障脊线,并具有较高的时频集中性。由于故障特征频率满足  $f_{FCO} = k_{FCO} f_r$ ,由表 3

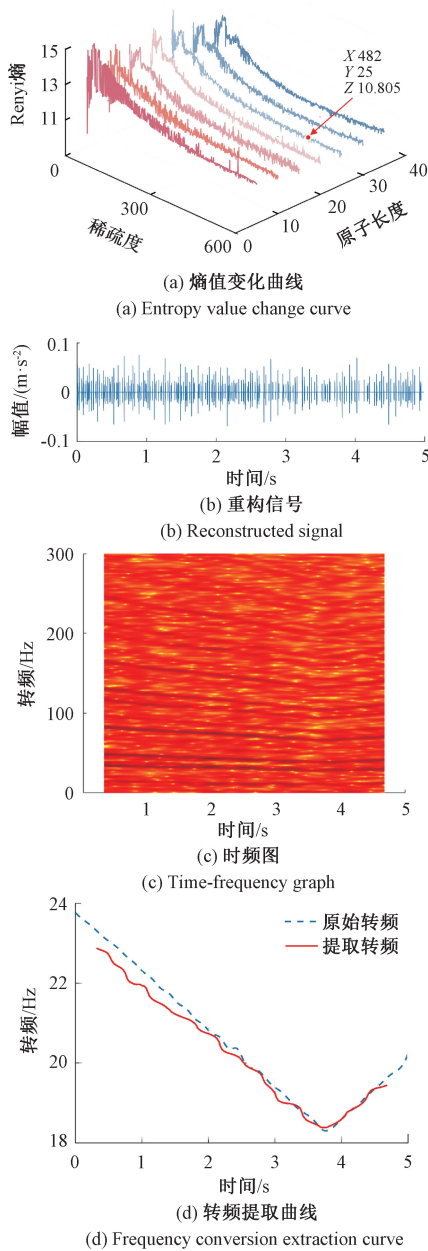


图 15 实测轴承故障数据 RE-ASDLA 处理结果  
Fig. 15 The RE-ASDLA processing result graph of the measured bearing fault data

可知  $k_{FCO} = 3.57$ , 根据故障特征频率公式, 提取时频脊线的转频与原始转频对比进一步诊断故障类型, 由于是实测信号, 采集过程中存在一定的误差, 但从图 15(d) 中仍然可以看出 RE-ASDLA 能够清晰的提取转频, 与原始转频相比拟合效果较好, 因此能表明准确识别到了轴承外圈故障特征频率。

接下来, 采用基于快速路径优化的时频表示方法对非线性变速仿真故障信号进行故障诊断, 时频分析参数设置与 RE-ASDLA 相同, 时频分析结果和转频提取效果

分别如图 16(a)、(b) 所示, 将图 16(a) 与图 15(c) 对比可知, 虽然该方法时频表示中能观察到脊线, 但 RE-ASDLA 时频表示更集中, 提取故障脊线更清晰。从图 16(b) 可以看出, 基于快速路径优化的时频分析方法提取转频效果不佳, 出现波动效果明显, 与原始转频相比拟合误差较大。

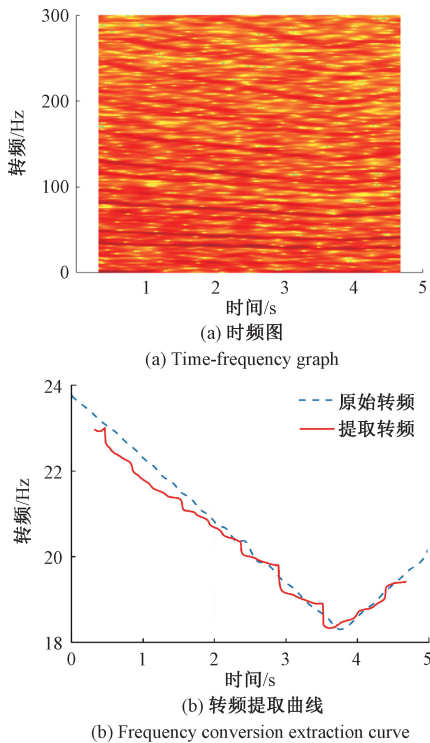


图 16 实测轴承故障数据基于快速路径优化方法处理结果  
Fig. 16 The measured bearing fault data is based on the processing result graph of the fast path optimization method

最后, 采用 TMSST 对非线性变速仿真故障信号进行处理, 如图 17(a) 计算时间频率矩阵 (time-frequency matrix, TFM) 提取时频系数, 根据时频系数对故障信号进行重构, 重构信号如图 17(b), 从图 17(b) 中可以看出, 该方法能重构故障信息, 但重构幅值与原始信号相比较低, 与图 15(b) 相比, 重构效果欠佳。对该重构信号进行时频表示和提取转频结果分别如图 17(c)、(d) 所示。从图 17(c) 中难以观察到多条故障脊线, 时频集中性能较差, 与图 15(c) 相比, RE-ASDLA 的时频表示中脊线阶数更多, 更清晰。图 17(d) 中展示了提取的转频与原始转频的对比, 与原始转频相比拟合误差较大。

4.2 高速列车变速实测轮对轴承信号

采用一组高速列车变速实测轴承数据进行验证, 用于实验的轴承具体参数如表 4 所示, 根据故障特征频率公式计算故障系数  $k_{FCO}$  计算为 6.70。信号采样频率为 10 kHz, 信号长度为 4 s。采集到的振动信号和包络分析

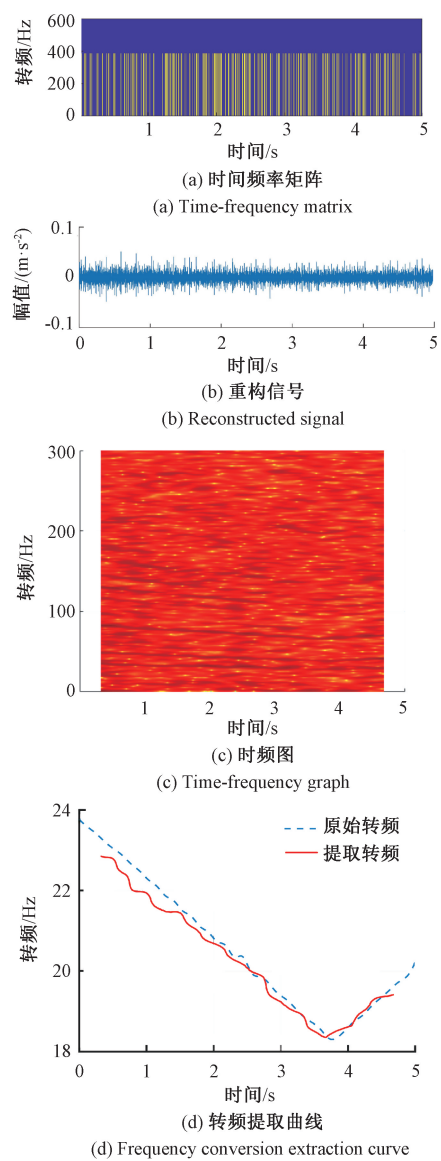


图 17 实测轴承故障数据 TMSST 处理结果  
Fig. 17 The TMSST processing result graph of the measured bearing fault data

图分别如图 18(a)、(b)所示。图 18(a)表示采集的振动信号,从图 18(b)可以看出包络谱中虽然能观察到类似故障特征频率的脉冲,主要原因是由于数据长度太短,截断后速度变化不够明显,但从图中可以看出仍然存在频率漂移现象,导致无法判断是属于外圈故障还是滚动体故障,可能导致误判。

表 4 滚动轴承具体参数

Table 4 Specific parameters of rolling bearings

轴承类型	节圆直径 /mm	球直径 /mm	滚子数量 /个	$f_{FCO}$
ER16K	183.9	55	19	$6.70f_r$

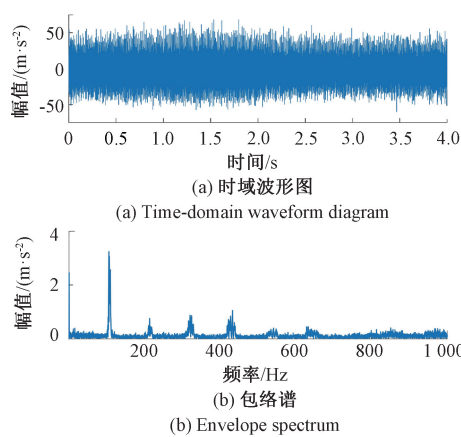
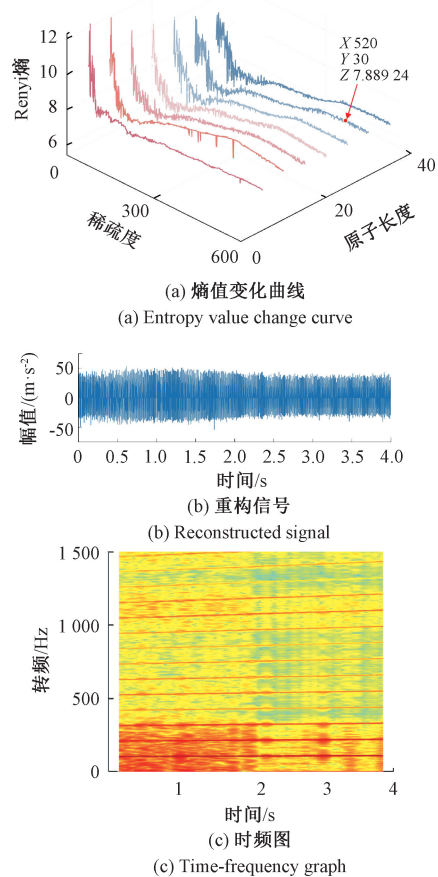


图 18 实测轴承故障数据时域波形图及包络谱  
Fig. 18 The time-domain waveform diagram and envelope spectrum of the measured bearing fault data

采用 RE-ASDLA 对实测信号进行处理,处理结果图如图 19 所示。

首先根据式(11)设置原子长度  $q$  及稀疏度  $M$  搜索范围,计算对应重构信号的 Rényi 熵,形成 Rényi 熵变化曲线,当 Rényi 熵收敛时,  $M$  和  $q$  达到最佳,如图 19(a)所示。从图 19(a)可以看出当  $M_{opt} = 520$ 、 $q_{opt} = 30$  时 Rényi 熵收敛,收敛趋势最稳定。将最优参数  $M_{opt}$ 、 $q_{opt}$  输入结构字典中进行变速工况字典学习,最优重构信号如图 19(b)





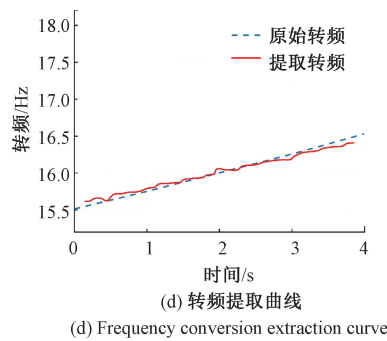


图 19 实测轴承故障数据 RE-ASDLA 处理结果  
Fig. 19 The RE-ASDLA processing result graph of the measured bearing fault data

所示。从图 19(b)可以看出该字典重构信号了还原故障脉冲。对重构的最优故障信号进行时频分析和故障脊线提取,时频分析参数设置为窗宽  $w = 3\ 000\ \text{Hz}$ ,重复窗宽为  $ol = 2\ 800\ \text{Hz}$ ,时频表示和脊线提取结果分别如图 19(c)、(d)所示,由图 19(c)可以看出,时频表示结果可清晰观察到故障脊线,并具有较高的时频集中性。由于故障特征频率满足  $f_{FCO} = k_{FCO}f_r$ ,由表 4 可知  $k_{FCO} = 6.70$ ,根据故障特征频率公式,根据脊线提取转频与原始转频对比进一步诊断故障类型,由于是实测信号,采集过程中存在一定的误差,但从图 19(d)仍然可以看出 RE-ASDLA 能够清晰的提取转频,与原始转频相比拟合效果较好,能表明准确识别到了轴承外圈故障特征频率。

接下来,采用基于快速路径优化的时频表示方法对非线性变速仿真故障信号进行故障诊断,时频分析结果和转频提取效果分别如图 20(a)、(b)所示,将图 20(a)与图 19(c)对比可知,虽然该方法时频表示中能观察到脊线,但在频率  $600 \sim 1\ 400\ \text{Hz}$  之间无法观察到故障脊线,脊线被噪声掩盖,而 RE-ASDLA 在  $0 \sim 1\ 500\ \text{Hz}$  全范围能清晰观察到故障脊线,证明了 RE-ASDLA 能够去除高频噪声。从图 20(b)可以看出,基于快速路径优化的时频分析方法提取转频效果不佳,存在波动,拟合不准确,与原始转频相比拟合误差较大。

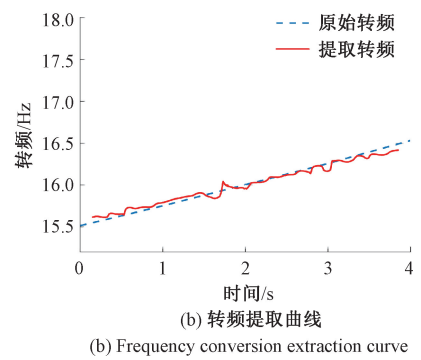
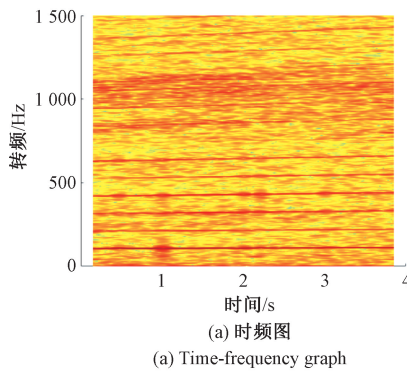
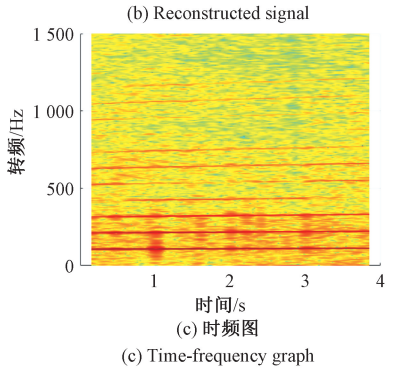
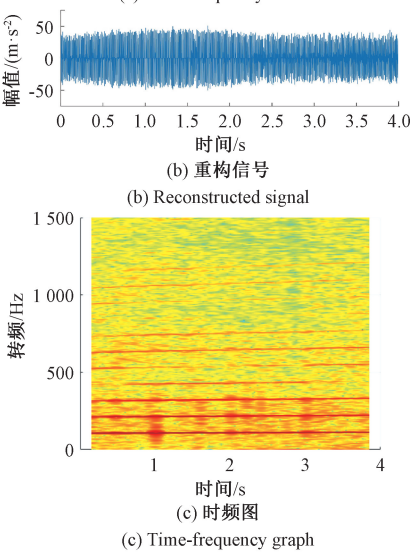
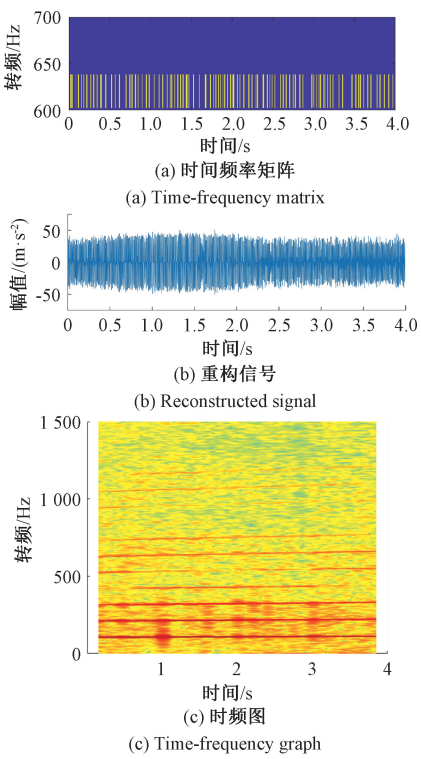


图 20 实测轴承故障数据基于快速路径优化方法处理结果  
Fig. 20 The measured bearing fault data is based on the processing result graph of the fast path optimization method

最后,采用 TMSST 对高速列车实测故障信号进行处理,如图 21(a)所示计算时间频率矩阵提取时频系数,根据时频系数对故障信号进行重构,重构信号如图 21(b)所示,从图 21(b)可以看出,该方法能重构故障信息,去除一定的噪声。对该重构信号进行时频表示和提取转频结果分别如图 21(c)、(d)所示。从图 21(c)可以观察到多条故障脊线,但某些脊线时频集中性能较差,无法清晰观察到,与图 21(c)相比,RE-ASDLA 时频表示中脊线阶数更多,更清晰。图 21(d)展示了提取的转频与原始转频的对比,在  $1\ \text{s}$  附近拟合趋势偏移原始转频曲线,与原始转频相比拟合误差较大。



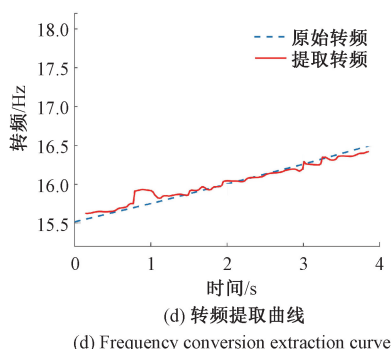


图21 实测轴承故障数据 TMSST 处理结果

Fig. 21 The TMSST processing result graph of the measured bearing fault data

## 5 结 论

本研究提出了一种基于 Rényi 熵的自适应结构字典学习的方法,用于变转速工况下轴承故障信号的特征提取与识别。该方法以 Rényi 熵作为优化指标,动态引导故障脉冲字典的构造与重构,在强噪声背景下,无需截断信号即可精准提取故障瞬态特征。通过仿真与实测信号的对比试验,与快速路径优化方法和 TMSST 相比,本方法能够更有效地抑制背景噪声干扰,并准确重构动态环境下的轴承故障特征,显著提升了变速工况下的适应性和诊断精度。本研究具体研究结论为:

1) 该文引入结构字典学习方法,针对变转速信号的非平稳性特征,设计并构造能够精准地匹配变转速轴承故障特征的原子。该方法无需信号截断和降采样等预处理方法,直接从原始信号中提取故障瞬态成分,降低了由信号截断或降采样等预处理方法带来的误差,提高了方法对动态信号的整体适应性。

2) 研究结合 Rényi 熵优化策略,引导字典重构过程,动态调整字典原子长度和稀疏度,实现了字典学习方法对非平稳信号的自适应匹配,显著提升了在复杂工况下的鲁棒性和诊断能力,克服了传统字典学习方法在变速环境中面临原子与动态故障特征失配,导致的稀疏表示精度不足的问题。

3) 通过仿真和实际数据试验分析表明,对包含强噪声和冲击的变转速信号,RE-ASDLA 能够有效提取信号的非平稳性故障特征,显著提升了结构字典学习在变速信号中的适应性。对比快速路径优化方法及 TMSST 方法,RE-ASDLA 对噪声具有较强的鲁棒性,从信号重构精度、时频聚集性、故障拟合效果 3 个方面体现了 RE-ASDLA 的优越性。

## 参考文献

- [1] 顾晓辉,杨绍普,刘文朋,等. 高速列车轴箱轴承健康监测与故障诊断研究综述[J]. 力学学报, 2022, 54(7): 1780-1796.  
GU X H, YANG SH P, LIU W P, et al. Review of health monitoring and fault diagnosis of axle-box bearing of high-speed train [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2022, 54(7): 1780-1796.
- [2] 潘彦龙,易彩,闫磊,等. 变速工况下基于多节点网络结构的轴箱轴承振动重复瞬态特征提取方法[J/OL]. 铁道学报, 1-10[2025-05-13].  
PAN Y L, YI C, YAN L, et al. Repetitive transient feature extraction method for axle box bearing vibration under variable speed conditions based on multi-node network structure[J/OL]. Journal of the China Railway Society, 1-10[2025-05-13].
- [3] 胡春生,李国利,赵勇,等. 变工况滚动轴承故障诊断方法综述[J]. 计算机工程与应用, 2022, 58(18): 26-42.  
HU CH SH, LI G L, ZHAO Y, et al. Review of fault diagnosis methods for rolling bearings under variable operating conditions [J]. Computer Engineering and Applications, 2022, 58(18): 26-42.
- [4] LIU D D, CUI L L, WANG H Q. Rotating machinery fault diagnosis under time-varying speeds: A review[J]. IEEE Sensors Journal, 2023, 23(24): 29969-29990.
- [5] 乔卉卉,赵二贤,郝如江,等. 基于注意力机制与多源信息融合的变工况轴承故障诊断[J]. 仪器仪表学报, 2024, 45(9): 120-130.  
QIAO H H, ZHAO ER X, HAO R J, et al. Bearing fault diagnosis under variable conditions based on attention mechanism and multi-source information fusion [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2024, 45(9): 120-130.
- [6] 王红玉,卜令瑞,邢海燕. 基于自适应 Wiener 去噪与优化匹配追踪算法的微弱故障诊断方法[J]. 机电工程, 2024, 41(12): 2212-2219.  
WANG H Y, BU L R, XING H Y. Weak fault diagnosis method based on adaptive Wiener denoising and optimized matching pursuit algorithm[J]. Mechanical & Electrical Engineering, 2024, 41(12): 2212-2219.
- [7] DING J M, ZHAO W T, MIAO B R, et al. Adaptive sparse representation based on circular-structure dictionary learning and its application in wheelset-bearing fault detection [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2018, 111: 399-422.
- [8] HE L, YI C, ZHOU Q Y, et al. Fast convolutional sparse dictionary learning based on LocOMP and its

- application to bearing fault detection [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2022, 71:3193962.
- [9] LI B, ZHANG X N. A new strategy of instantaneous angular speed extraction and its application to multistage gearbox fault diagnosis [J]. Journal of Sound and Vibration, 2017, 396:340-355.
- [10] JIA G F, GUO F W, WU ZH, et al. A noise reduction method for multiple signals combining computed order tracking based on chirplet path pursuit and distributed compressed sensing [J]. Structural Durability & Health Monitoring, 2023, 17(5):383-405.
- [11] 曾陆洋,延九磊,刘峰,等. 一种针对无键相铁道车辆的旋转部件阶次跟踪方法[J]. 铁道机车车辆,2022, 42(2):111-115.
- ZENG L Y, YAN J L, LIU F, et al. An order tracking method for rotating components of railway vehicles without key phase signal [J]. Railway Locomotive & Rolling Stock, 2022,42(2):111-115.
- [12] 张焱,何姝钡,王平,等. 无转速计下变工况滚动轴承故障特征量化表征提取[J]. 仪器仪表学报,2021, 42(8):104-114.
- ZHANG Y, HE SH B, WANG P, et al. Quantitative feature extraction of rolling bearing faults under variable conditions without tachometer [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021,42(8):104-114.
- [13] KARAHODA B. Window function shape independent short time Fourier transform and efficient signal reconstruction from time frequency distribution [J]. Circuits Systems and Signal Processing, 2025, 44(7): 5157-5173.
- [14] ZHANG M. Multi-resolution short-time Fourier transform providing deep features for 3D CNN to classify rolling bearing fault vibration signals[J]. Engineering Research Express, 2024, 6(3):035201.
- [15] LUPEA I, LUPEA M. Continuous wavelet transform and CNN for fault detection in a helical gearbox[J]. Applied Sciences, 2025, 15(2):950.
- [16] 孙曙光,张婷婷,王景芹,等. 基于连续小波变换和 MTL-SEResNet 的断路器故障程度评估[J]. 仪器仪表学报,2022,43(6):162-173.
- SUN SH G, ZHANG T T, WANG J Q, et al. Circuit breaker fault severity assessment based on continuous wavelet transform and MTL-SEResNet [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2022,43(6):162-173.
- [17] AUGER F, FLANDRIN P. Improving the readability of time-frequency and time-scale representations by the reassignment method [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1995, 43(5):1068-1089.
- [18] YU G, LIN T R, WANG ZH H, et al. Time-reassigned multisynchrosqueezing transform for bearing fault diagnosis of rotating machinery [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, 68(2):1486-1496.
- [19] HUANG H, BADDOUR N, LIANG M. Bearing fault diagnosis under unknown time-varying rotational speed conditions via multiple time-frequency curve extraction[J]. Journal of Sound and Vibration, 2018, 414: 43-60.
- [20] DING CH C, ZHAO M, LIN J, et al. Kernel ridge regression-based chirplet transform for non-stationary signal analysis and its application in machine fault detection under varying speed conditions [J]. Measurement, 2022, 192:110871.
- [21] 彭富强,于德介,武春燕. 基于多尺度线调频基稀疏信号分解的包络解调方法及其在齿轮故障诊断中的应用[J]. 机械工程学报,2010,46(12):1-7,12.
- PENG F Q, YU D J, WU CH Y. Envelope demodulation method based on multi-scale linear frequency modulation sparse signal decomposition and its application to gear fault diagnosis [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010,46(12):1-7,12.
- [22] 任凌志,于德介,彭富强. 基于多尺度线调频基稀疏信号分解的广义解调方法及其在滚动轴承故障诊断中的应用[J]. 中国电机工程学报,2010,30(11):102-108.
- REN L ZH, YU D J, PENG F Q. Generalized demodulation method based on multi-scale linear frequency modulation sparse signal decomposition and its application to rolling bearing fault diagnosis[J]. Proceedings of the China Society for Electrical Engineering, 2010,30(11):102-108.
- [23] 吴楠,石娟娟,江星星,等. 基于 SALSA 优化算法的变转速轴承故障特征稀疏表示方法研究[J]. 机械设计与制造工程,2018,47(6):17-21.
- WU N, SHI J J, JIANG X X, et al. Research on sparse representation method of bearing fault features under variable speed conditions based on SALSA optimization algorithm [J]. Mechanical Design and Manufacturing Engineering, 2018,47(6):17-21.
- [24] WANG H W, FANG ZH W, WANG H L, et al. A novel time-frequency analysis method for fault diagnosis based on generalized S-transform and synchroextracting transform [J]. Measurement Science and Technology, 2024, 35(3):036101.
- [25] 张承骥,桂志先,王鹏,等. 基于 Renyi 熵的 SPWVD 时频参数优选研究[J]. 能源与环保,2017(2):32-35.



ZHANG CH J, GUI ZH X, WANG P, et al. Optimal selection of SPWVD time-frequency parameters based on Renyi entropy[J]. Energy and Environmental Protection, 2017(2):32-35.

[26] JURDANA V, VOLARIC I, SUCIC V. Sparse time-frequency distribution reconstruction based on the 2D Rényi entropy shrinkage algorithm [J]. Digital Signal Processing, 2021, 118:103225.

[27] HUANG H, BADDOUR N. Bearing vibration data collected under time-varying rotational speed conditions[J]. Data in Brief, 2018, 21:1745-1749.

作者简介



**张维浩**,2023 年于西南交通大学获得学士学位,现就读于西南交通大学轨道交通运载系统全国重点实验室交通运输研究生,主要研究方向为故障诊断、信号处理。  
E-mail:zicoweihao@163.com

**Zhang Weihao** received her B. Sc. degree from Southwest Jiaotong University in 2023. Now she is pursuing her master degree in Transportation at State Key Laboratory of Rail Transit Vehicle System at Southwest Jiaotong University. Her main research interests include fault diagnosis and signal processing.



**易彩**(通信作者),2009 年于西南交通大学获得学士学位,2015 年于西南交通大学获得博士学位,现为西南交通大学轨道交通运载系统全国重点实验室副研究员,主要研究方向为车辆部件状态监测与故障检测、振动信号处理、机械状态表示与预测方法。  
E-mail:yicai@swjtu.edu.cn

**Yi Cai** (Corresponding author) received her B. Sc. and

Ph. D. degrees from Southwest Jiaotong University in 2009 and 2015,respectively. Now she is an associate researcher in State Key Laboratory of Rail Transit Vehicle system at Southwest Jiaotong University. Her main research interests include condition monitoring, fault detection of vehicle components, vibration signal processing, machinery state representation and prediction method.



**闫磊**,2003 年于大连交通大学获得学士学位,现为中国中车股份有限公司及中车青岛四方机车车辆股份有限公司教授级高级工程师,主要研究方向为轨道车辆系统状态监测与故障诊断。  
E-mail:13854216057@163.com

**Yan Lei** obtained his B.Sc. degree from Dalian Jiaotong University in 2003. Currently, he is a professor-level senior engineer at CRRC Corporation Limited and CRRC Qingdao Sifang Locomotive & Rolling Stock Co., Ltd. His main research direction is the condition monitoring and fault diagnosis of rail vehicle systems.



**董威**,2011 年于吉林大学获得学士学位,2014 年于吉林大学获得硕士学位,现为中车青岛四方机车车辆股份有限公司高级工程师,主要研究方向为轨道车辆系统状态监测与健康管理。  
E-mail:dongwei.sf@crrec.cc

**Dong Wei** obtained his B. Sc. and M. Sc. degrees from Jilin University in 2011 and 2014, respectively. He is a senior engineer at CRRC Qingdao Sifang Locomotive & Rolling Stock Co., Ltd. His main research direction is the condition monitoring and health management of rail vehicle systems.