

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2514048

自适应蒙特卡洛法用于机器人标定定位 精度可靠性分析研究

温秀兰¹, 李国成¹, 宋爱国², 崔伟祥¹, 王直荣³

(1. 南京工程学院自动化学院 南京 211167; 2. 东南大学仪器科学与工程学院 南京 211196;
3. 常州市检验检测标准化认证研究院 常州 213164)

摘 要:几何参数标定是提升工业机器人末端定位精度的有效方法,定位精度是否精确可靠将直接影响机器人作业精度、产品质量及生产安全,开展已标定机器人末端定位精度可靠性分析意义重大。首先,建立了机器人 MDH 模型,采用轴线测量法对机器人几何参数进行标定。其次,对机器人末端定位精度可靠性分析计算,提出了基于自适应蒙特卡洛法的机器人定位精度评估方法。最后,采用 Leica AT960 激光跟踪仪对 Staubli TX60 机器人在测量重复性、关节运动范围、关节运动步长、关节运动速度等不确定因素影响下进行标定实验,实验结果表明:采用轴线测量法对机器人几何参数标定,定位精度提高了约 22.9%,证实了该方法标定机器人几何参数的有效性。同时,在不同测量因素影响下采用自适应蒙特卡洛法及经典蒙特卡洛法对已标定机器人定位精度可靠度计算,结果表明:关节运动范围、关节运动速度和测量重复性对标定机器人定位精度可靠性影响较大。当数值容差取值为 0.01 及 0.02 时,采用 AMCS 获得的定位精度可靠性概率密度函数曲线的平均值、方差、偏度和峰度与由 MCS 获到结果的最大相对误差分别为 1.1% 及 1.9%,但运算时间约为 MCS 的 1/4 及 1/9。证实了采用提出的 AMCS 对机器人定位精度可靠性分析时能够通过设定不同的数值容差来控制算法的收敛速度和精度,适于在实际工程问题的可靠性分析中推广应用。

关键词: 机器人标定;定位精度;可靠性分析;自适应蒙特卡洛;轴线测量法

中图分类号: TP242.2 TH17 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 410.55

Analysis and study on the positioning accuracy reliability of calibrated robots based on adaptive Monte Carlo simulation

Wen Xiulan¹, Li Guocheng¹, Song Aiguo², Cui Weixiang¹, Wang Zhirong³

(1. Automation Department, Nanjing Institute of technology, Nanjing 211167, China; 2. School of Instrument
Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 211196, China; 3. Changzhou Institute of Inspection
Testing Standardization and Certification, Changzhou 213164, China)

Abstract: Geometric parameter calibration is an effective method to improve the end-effector positioning accuracy of industrial robots, which directly affects operational precision, product quality, and production safety. It is significant to analysis and study on the positioning accuracy reliability of calibrated robots. Firstly, an MDH model is established and the axis measurement method is developed to calibrate the robot geometric parameters in this paper. Secondly, the positioning accuracy reliability is analyzed and formulated, and robot positioning accuracy reliability analysis method based on AMCS is proposed. Finally, calibration experiments are conducted on Staubli TX60 robot using Leica AT960 laser tracker under uncertain factors affected by measurement repeatability, joint motion ranges, joint motion step sizes, joint motion velocities, etc. Experimental results demonstrate that the proposed AMM improves the robot's positioning accuracy by approximately 22.9%, verifying its effectiveness for geometric parameter calibration. In the meantime, AMCS and MCS are used to calculate the positioning accuracy reliability of calibrated robot under the influence of different measurement factors. The results show that joint motion range, joint motion speed, and measurement repeatability significantly impact the reliability of robot positioning accuracy. When the numerical tolerance values are set to 0.01 and 0.02, the probability distribution function (PDF)

characteristics of positioning accuracy reliability obtained by AMCS exhibit maximum relative errors of only 1.1% and 1.9%, respectively, compared with MCS, while computation times are reduced to about 1/4 and 1/9 of MCS. It has been confirmed that the proposed AMCS can control the convergence speed and accuracy of the algorithm by setting different numerical tolerances, providing an efficient and reliable tool for analyzing the positioning accuracy reliability of calibrated robots. It is suitable for practical engineering applications in robot calibration and reliability evaluation.

Keywords: robot calibration; positioning accuracy; reliability analysis; adaptive Monte Carlo; axis measurement method

0 引言

工业机器人是衡量国家高端制造及技术创新水平的重要标志,在搬运、点胶、焊接、喷涂等领域已得到了成功应用。由于受机器人加工误差、装配间隙误差、零件间磨损等因素影响,其末端执行器的实际位置通常与理论位置存在偏差,导致机器人定位精度下降。衡量工业机器人定位性能的常用指标有重复定位精度和绝对定位精度。目前,工业机器人的重复定位精度已达到 0.01 ~ 0.1 mm,但其绝对定位精度仍为毫米级^[1],研究及实践证明可以通过两种方法提高机器人的定位精度^[2]。一是将机器人各零件的公差设计得非常严格,通过提高零件设计制造精度和装配精度,使实际机器人与设计模型尽可能一致。这种方法成本昂贵,实际中难以推广应用。另一种方法是通过对机器人进行标定,即建立机器人合适的数学模型并对模型参数进行辨识,使模型与实际机器人相匹配。研究表明,机器人几何参数误差是影响机器人作业精度的主要误差源,约占总误差的 80% ~ 90%。在不改变硬件结构的前提下,通过对机器人几何参数标定,使其尽可能与实际机器人匹配,是提高机器人定位精度的有效方法。因此,多年来学者们一直致力于机器人几何参数标定的研究^[2-4]。

随着机器人在高端制造、航空航天等领域的推广应用,对机器人定位精度可靠性的要求越来越高。因此,近些年有关机器人定位精度可靠性分析方法受到了学者们的重视。Kim 等^[5]在假设所有几何参数服从正态分布的前提下,采用一阶二阶矩法对位置和姿态重复性进行分析计算,并用蒙特卡洛模拟方法分析了单点定位精度可靠性。王伟等^[6]采用四阶矩估计法分析了机器人连杆尺寸偏差和关节旋转角度不确定影响,采用点估计方法计算了机器人定位点的前四阶矩及概率密度函数。Zhao 等^[8]提出了在矩形和球形公差边界下机器人系统运动可靠性分析方法。Huang 等^[9]基于了微分运动学和鞍点近似法分析了工业机器人定位精度可靠性。李子依等^[10]提出基于包络法的机器人运动可靠性分析方法,通过仿真验证了方法的有效性。针对焊接机器人可能存在的性能退化,陈勃琛等^[11]研究了基于维纳过程的机器人

可靠性评估方法。

总结现有方法,对机器人可靠性分析多是主要考虑了制造误差、连杆变形、齿轮侧隙、关节间隙等空间机构参数对运动学精度的影响。然而,在机器人几何参数标定过程中,存在机器人关节测量范围、关节运动步长、关节运动速度、测量重复性等诸多不确定因素,这些因素的取值直接影响几何参数辨识结果及定位精度可靠性^[12]。因此,在机器人标定时,需要分析不同测量因素对机器人标定定位精度可靠性的影响。孙剑萍等^[13]提出了基于工作分区的机器人非概率可靠性标定方法,提升了机器人的绝对定位精度及标定的空间适应性,但未考虑测量因素不确定性对标定结果可靠性的影响。立足于机器人标定过程中测量因素对机器人定位精度可靠性影响关键问题,建立了机器人几何参数改进 DH 模型(modified Denavit-Hartenberg, MDH),基于轴测量法对机器人几何参数进行辨识。采用 Leica AT960 激光跟踪仪在设定不同测量因素下对机器人进行标定实验,提出了自适应蒙特卡罗法(adaptive Monte Carlo simulation, AMCS)的机器人定位精度可靠性分析方法,为机器人定位精度提升及可靠性分析提供新思路。

1 基于轴线测量法的机器人几何参数辨识

1.1 机器人几何参数建模

机器人常用模型为 DH(Denavit-Hartenberg)模型,该模型当机器人相邻两轴平行或接近平行时存在奇异性。为解决该问题,建立了串联机器人 MDH 模型。依据 MDH 模型可以得到机器人相邻连杆坐标系之间的变换关系^[1,3],即:

$$T_i = Rot(z, \theta_i) \cdot Trans(z, d_i) \cdot Trans(x, a_i) \cdot Rot(x, \alpha_i) \cdot Rot(y, \beta_i) =$$

$$\begin{bmatrix} \cos \theta_i \cos \beta_i - \sin \theta_i \sin \alpha_i \sin \beta_i & -\sin \theta_i \cos \alpha_i & \cos \theta_i \sin \beta_i + \sin \theta_i \sin \alpha_i \cos \beta_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i \cos \beta_i + \cos \theta_i \sin \alpha_i \sin \beta_i & \cos \theta_i \cos \alpha_i & \sin \theta_i \sin \beta_i - \cos \theta_i \sin \alpha_i \cos \beta_i & a_i \sin \theta_i \\ -\cos \alpha_i \sin \beta_i & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i \cos \beta_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: $\theta_i, \alpha_i, a_i, d_i, \beta_i$ 分别表示机器人第 i 个关节的关节角、连杆扭角、连杆长度、连杆偏距及关节扭角的名义值, $i=1, 2, \dots, n$, n 为关节数目。当相邻关节平行或接近平行时 $d_i = 0$, 否则 $\beta_i = 0$ 。

以六自由度串联机器人为例, 其末端理论位姿由矩阵 T_t 求得^[1,3]:

$$T_t = T_1 T_2 T_3 T_4 T_5 T_6 T_{tool} = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & P_x \\ n_y & o_y & a_y & P_y \\ n_z & o_z & a_z & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_t & P_t \\ \theta & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$R_t \in R^{3 \times 3}$ 和 $P_t \in R^{3 \times 1}$ 分别为理论姿态矩阵及理论位置向量, T_{tool} 为机器人末端与工具坐标系之间变换矩阵。

设机器人标定后的实际几何参数为 $a_i^c, d_i^c, \alpha_i^c, \beta_i^c, \theta_i^c$, 则机器人末端实际位姿矩阵 T_c 为:

$$T_c = T_1^c T_2^c T_3^c T_4^c T_5^c T_6^c T_{tool}^c = \begin{bmatrix} R_c & P_c \\ \theta & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

根据机器人微分运动学原理, 机器人末端的位姿变换矩阵 dT 可以用相对于基坐标系的微分变换矩阵 κ 以及理论位姿矩阵 T_t 表示为:

$$dT = T_c - T_t = \kappa \cdot T_t = \kappa \cdot T_t \quad (4)$$

其中, κ ^[3] 为:

$$\kappa = \begin{pmatrix} \delta_c & d \\ \theta & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\delta z & \delta y & dx \\ \delta z & 0 & -\delta x & dy \\ -\delta y & \delta x & 0 & dz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

式中: $d = (dx, dy, dz)^T$ 为一阶微分平移向量; δ_c 为一阶微分旋转矩阵; $\Delta \delta = (\delta x, \delta y, \delta z)^T$ 为已标定机器人末端实际姿态与理论姿态之差。

由式(2)、(4)和(5)可得机器人末端定位误差为:

$$\Delta p = P_c - P_t = \delta_c \cdot P_t + d \quad (6)$$

式中: $\Delta p = (\delta p_x, \delta p_y, \delta p_z)^T$ 即为已标定机器人末端实际位置与理论位置差。

1.2 标定实验系统搭建

依据 GB/T 12642—2013^[14]、ISO/TR 20218-1—2018^[15] 标准规范, 搭建了机器人标定实验系统如图1所示。

该系统由 Staubli TX60 机器人、Leica AT960 激光跟踪仪、机械跟踪控制探测器 TMAC、Spatial Analyzer (SA) 测量分析软件和计算机组成, 激光跟踪仪放在机器人前方 3 m 左右位置, TMAC 安装到机器人末端法兰上并与激光跟踪仪对准。Leica AT960 在 60 m 的测量范围内, 其测量精度可达 $\pm(15 \mu m + 6 \mu m/m)$, 满足机器人几何参数标定的精度要求。在 SA 测量软件中, 添加 Leica



图1 机器人标定实验系统

Fig. 1 Robot calibration experimental system

AT960 模型, 建立机器人基坐标系、法兰盘坐标系和机器人末端的工具坐标系, 采用 Leica AT960 测量机器人末端的实际位置。

1.3 几何参数辨识

考虑到轴线测量法通过单轴逐一旋转获取机器人关节的轴线向量, 进而辨识机器人几何参数, 辨识结果更接近机器人真实结构, 采用该方法进行几何参数辨识。即通过控制机器人每一关节单独旋转, 测量机器人末端轨迹位置, 拟合各个关节轨迹的空间圆, 计算该圆轴线向量, 通过相邻两轴线之间的距离和角度可确定机器人的几何参数, 计算如式(7)~(11)所示^[16]。

$$a_i = |O_i - O_{i-1}| \quad (7)$$

$$\alpha_i = \arccos \left(\frac{Y_{i-1} \cdot Y_i}{|Y_{i-1}| \cdot |Y_i|} \right) \quad (8)$$

$$\theta_i = \arccos \left(\frac{X_{i-1} \cdot O_{i-1} O_i}{|X_{i-1}| \cdot |O_{i-1} O_i|} \right) \quad (9)$$

如果 $\mu = |Z_{i-1} - Z_i| > 0.01$, 即 Z_{i-1} 和 Z_i 不平行, $\beta_i = 0$, 则:

$$d_i = |O_i - O_{i-1}| \cdot \frac{(O_i - O_{i-1}) \cdot Z_{i-1}}{|O_i - O_{i-1}| \cdot |Z_{i-1}|} \quad (10)$$

如果 $\mu \leq 0.01$, 即 Z_{i-1} 和 Z_i 近似平行, $d_i = 0$, 则:

$$\begin{cases} \beta_i = \arccos \left(\frac{v \cdot X_i}{|v| \cdot |X_i|} \right) \\ v = \frac{(O_i - O_{i-1})}{|O_i - O_{i-1}|} \end{cases} \quad (11)$$

2 AMCS 用于机器人定位精度可靠性分析

2.1 机器人定位精度可靠性

机器人定位精度可靠性是指机器人末端执行器的实际位置误差落在以理论位置为中心、以精度阈值为半径的球型精度域内的概率。由于机器人标定结果受测量重复性、关节测量范围、关节运动步长、关节运动速度等因素的

影响,导致标定后机器人末端的实际位置与理论位置不一致,在机器人工作空间点 j 的定位误差 $e_j(\mu)$ 表示为:

$$e_j(\mu) = f(a_i^c, d_i^c, \alpha_i^c, \beta_i^c, \theta_i^c) = \sqrt{(x_{ej} - x_{ij})^2 + (y_{ej} - y_{ij})^2 + (z_{ej} - z_{ij})^2} \quad (12)$$

记 $a_i^c, d_i^c, \alpha_i^c, \beta_i^c, \theta_i^c$ 为标定后的几何参数, (x_{ij}, y_{ij}, z_{ij}) 、 (x_{ej}, y_{ej}, z_{ej}) 分别为机器人末端在工作空间点 j 的理论位置与标定后的实际位置, $\mu = [\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{30}] = [a_i^c, d_i^c, \alpha_i^c, \beta_i^c, \theta_i^c], i = 1, 2, \dots, 6$ 。若精度阈值为 l_j , 则机器人单点定位精度可靠性的极限状态函数为:

$$g(\mu) = l_j - e_j(\mu) = l_j - \sqrt{(x_{ej} - x_{ij})^2 + (y_{ej} - y_{ij})^2 + (z_{ej} - z_{ij})^2} \quad (13)$$

设机器人单点定位精度的概率密度函数为 $p(e_j)$, 则单点定位精度可靠度 R_j 为:

$$R_j = \Pr[g(\mu) > 0] = \Pr[(l_j - e_j(\mu)) > 0] = \int_{g(\mu) > 0} p(e_j) de_j \quad (14)$$

通常工业机器人工作时要求在多点具有相同的定位精度,需要同时控制这些点的运动误差。多点定位精度可靠性定义为机器人末端在所有定位点的位置均落入以各自理论位置为圆心、以相同的精度阈值 l_c 为半径的球形精度域内,如图2所示。

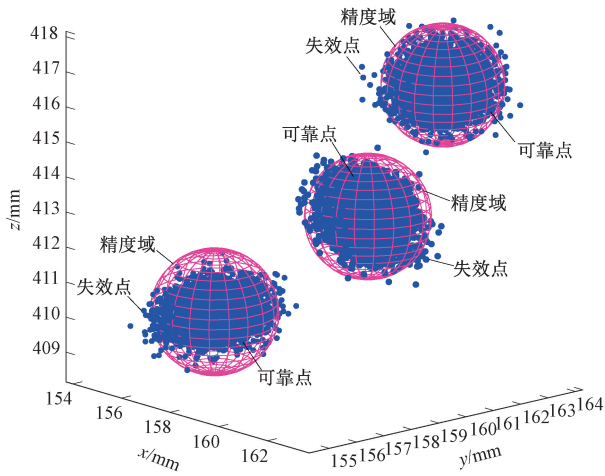


图2 多点定位精度可靠性

Fig. 2 Reliability criteria of multipoint positioning accuracy

多点定位精度可靠度表示为:

$$R_c = \Pr\left[\bigcap_{j=1}^m (e_j(\mu) < l_c)\right] \quad (15)$$

式中: m 表示机器人多点运动过程中定位点数目。设 $p(e_1, e_2, \dots, e_m)$ 为机器人多点运动定位精度的概率密度函数, 则式(15)可表示^[17]为:

$$R_c = \Pr\left[\bigcap_{j=1}^m (e_j(\mu) < l_c)\right] = \int_0^{l_c} \dots \int_0^{l_c} p(e_1, e_2, \dots, e_m) de_1 \dots de_m \quad (16)$$

多点运动过程中,若任一点落在精度域之外,则认为多点运动失效,机器人多点运动的定位误差 w 为:

$$w(\mu) = \max_{1 \leq j \leq m} (e_j(\mu)) \quad (17)$$

通过引入等效极值原理,多点定位精度可靠度 R_c 可表示为:

$$R_c = \Pr\left[\bigcap_{j=1}^m (e_j(\mu) < l_c)\right] = \Pr[w(\mu) < l_c] = \int_{w(\mu) < l_c} p_w(w) dw \quad (18)$$

式中: $p_w(w)$ 为机器人多点运动定位误差的概率密度函数(probability density function, PDF)。由式(18)可见,多点定位精度可靠度 R_c 与精度阈值 l_c 密切相关。

2.2 基于AMCS的定位精度可靠性分析

蒙特卡洛模拟法(Monte Carlo simulation, MCS)是经典的可靠性评估方法,其评定结果常作为可靠性标准用于验证新设计方法的计算精度^[8-9]。采用MCS进行可靠性评估时需要事先设定蒙特卡洛试验次数, MCS执行过程中无法控制算法运行结果的质量,如果试验次数取值小,难以保证计算精度;如果试验次数太大,则算法运行时间长,计算成本高。

为兼顾可靠性评定的精度和效率,提出了采用自适应蒙特卡洛方法分析评价机器人定位精度可靠性,即在AMCS执行过程中,蒙特卡洛试验次数不断增加,直至所需要的结果达到统计意义上的稳定,算法结束。根据机器人几何参数标定结果,由式(12)计算机器人工作空间各点定位误差 $e_j(\mu)$, 则已标定机器人单点及多点定位误差评价模型可统一表示为:

$$w = f(\mu) = \begin{cases} e_j(\mu), & \text{单点} \\ \max_{1 \leq j \leq m} (e_j(\mu)), & \text{多点} \end{cases} \quad (19)$$

在应用MCS进行定位误差可靠性评定时,通常假设各几何参数彼此独立且服从正态分布^[9,17],通过对各几何参数的PDF离散采样,根据式(19)计算获得定位误差的PDF的离散采样值,进而计算其估计值 $w^{(h)}$ 、标准差 $u(w^{(h)})$ 和包含区间 $[w_{low}^{(h)}, w_{high}^{(h)}]$, 其中机器人几何参数的均值和标准差由标定实验获得。定义定位误差各阶段参数值 $w^{(h)}$ 、 $u(w^{(h)})$ 、 $w_{low}^{(h)}$ 、 $w_{high}^{(h)}$ 的两倍标准差即 $2s_w$ 、 $2s_{u(w)}$ 、 $2s_{w_{low}}$ 、 $2s_{w_{high}}$ 为波动性指标,通过不断增加采样次数,使得各阶段可靠性评定的波动性指标均小于数值容差 δ , 则判定输出结果达到稳定^[18-19]。具体实现方法为:

1) 设定数值容差 δ 、置信概率 p 及单批次蒙特卡洛执行次数 H ;

2) 设 $h = 1$;

3) 执行一个批次蒙特卡洛算法,即从机器人几何参数 μ_1, \dots, μ_{30} 的PDF中抽取 H 个样本值 $\mu_{1,i}, \dots, \mu_{30,i}$, 根据式(19)计算在每个样本 $\mu_{1,i}, \dots, \mu_{30,i}$ 的定位误差值 $w_i, i = 1, 2, \dots, H$;

4) 将 H 个定位误差值按照严格递增顺序排列, 得到定位误差的分布函数的离散表示 G 。由 G 计算 H 个定位误差的平均值 $w^{(h)}$ 、标准差 $u(w^{(h)})$ 、100p% 包含区间的左、右端点 $w_{low}^{(h)}$ 和 $w_{high}^{(h)}$, 其中:

$$\begin{cases} w^{(h)} = \frac{1}{H} \sum_{i=1}^H w_i \\ u(w^{(h)}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^H (w_i - w^{(h)})^2}{H-1}} \end{cases} \quad (20)$$

如果 pH 为整数, 设 $q = pH$, 否则取 q 的值为 $pH + 1/2$ 的整数部分。则 $[w_{low}^{(h)}, w_{high}^{(h)}]$ 为 100p% 的包含区间, 其中, 对任意的 $i = 1, \dots, H - q, w_{low}^{(h)} = w_i, w_{high}^{(h)} = w_{i+q}$;

5) 若 $h = 1, h = h + 1$, 返回 3);

6) 计算 $w^{(1)}, \dots, w^{(h)}$ 的平均值的标准差 s_w ;

$$s_w = \sqrt{\frac{1}{h(h-1)} \sum_{i=1}^h (w^{(i)} - \frac{1}{h} \sum_{i=1}^h w^{(i)})^2} \quad (21)$$

7) 以相同方法分别计算 $u(w^{(1)}), \dots, u(w^{(h)})$ 、 $w_{low}^{(1)}, \dots, w_{low}^{(h)}$ 及 $w_{high}^{(1)}, \dots, w_{high}^{(h)}$ 的平均值的标准差 $s_{u(w)} \setminus s_{w_{low}}$ 和 $s_{w_{high}}$;

8) 如果 $2s_w \setminus 2s_{u(w)} \setminus 2s_{w_{low}} \setminus 2s_{w_{high}}$ 中的任何一项大于数值容差 δ , 则 $h = h + 1$ 并返回 3);

9) 可靠性评定结果视为稳定, 利用获得的 $h \times H$ 个定位误差值绘制累计分布函数 (cumulative distribution function, CDF) 曲线, 获得定位精度可靠度曲线及可靠度 R_c 。

10) 利用获得的 $h \times H$ 个定位误差值绘制 PDF 曲线, 计算第一到第四阶矩, 即均值 M_1 、方差 M_2 、偏度 M_3 和峰度 $M_4^{[7,17]}$, 用以比较 AMCS 与 MCS 算法的性能差异。

3 实验及结果

3.1 标定实验

在进行标定实验时, 将 TMAC 安装到机器人末端法兰上并与激光跟踪仪对准。设置稳定点测量模式以减小电机振动的影响。将 Staubli TX60 机器人设置于初始状态, 机器人的运动步长设定为 2° , 因机器人测量范围受限于 TMAC 的接收范围; 关节 1、4 和 6 的测量范围均为 $[-180^\circ, 180^\circ]$, 关节 2、3 和 5 的测量范围分别为 $[-5^\circ, 127^\circ]$ 、 $[-5^\circ, 142^\circ]$ 和 $[-5^\circ, 125^\circ]$, 各关节运动范围设置为其测量范围的 50%, 运动速度设置为额定值的 25%。考虑到机器人臂展长度、各关节轴运动限位影响以及激光跟踪仪测量范围的限制, 将机器人基坐标系作为参考坐标系, 以坐标 (250 mm, 0 mm, 200 mm) 为中心, 设定 900 mm × 1 200 mm × 800 mm 为工作空间, 随机产生标定点。

测量时, 首先使机器人回到零位, 控制第一关节从负极限位置以固定角度步长转动到正极限位置并测量 TMAC 末端位姿点。使第一关节回到零位, 控制第二关节以相同方式转动并测量 TMAC 末端位姿点, 直至最后一关节。利用 SA 软件拟合各关节轴的空间圆及关节坐标系, 采用轴线测量法对机器人几何参数辨识。为了验证标定结果的有效性, 在上述工作空间内随机生成 50 个测试点进行验证。标定前后 50 个测试点的绝对定位误差如图 3 所示。

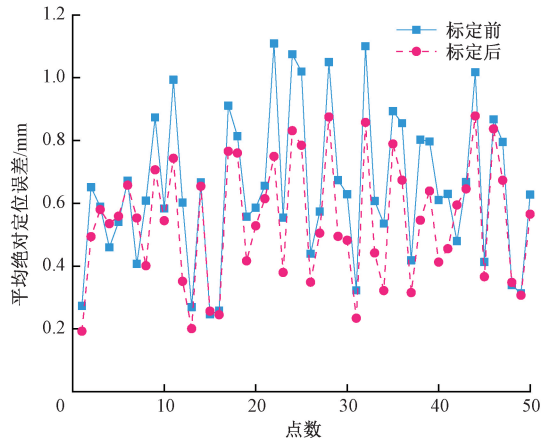


图3 测试点定位误差

Fig. 3 Positioning errors of test points

从图 3 可以看出, 平均绝对定位误差由标定前的 0.664 9 mm 减小到标定后的 0.541 1 mm, 定位精度提高了约 22.9%。验证了基于轴线测量法进行机器人几何参数标定的有效性。

3.2 定位精度可靠性实验

为了分析测量重复性、关节运动范围、关节运动步长、关节运动速度等不同因素对机器人标定定位精度可靠性的影响, 实验时采用控制变量法, 即单独改变一个因素, 其余因素设置与标定实验相同。在研究测量重复性对标定机器人定位精度可靠性的影响时, 控制各关节分别旋转 10、20、30、40、50 次, 采用激光跟踪仪对机器人末端进行测量, 拟合空间圆并计算关节轴线, 获得每次实验的几何参数。计算几何参数的均值与标准差, 分别采用 AMCS 和 MCS 进行可靠性分析计算。

分析关节运动范围对机器人定位精度可靠性的影响时, 各关节的运动范围分别设为最大测量范围的 10%、25%、50%、75% 和 100%; 研究关节运动步长对定位精度可靠性的影响时, 各关节运动步长分别设为 1° 、 2° 、 3° 、 4° 和 5° ; 研究关节运动速度对机器人定位精度的影响时, 各关节的速度分别设为额定值的 10%、25%、50%、75% 和 100%; 探讨关节测量点起始位置对定位精度可靠性的影响时, 讨论以各关节负极限位置为起始点, 正极限位置

为终点及以各关节正极限位置为起始点,负极限位置为终点两种情况。采用 MATLAB R2015b 语言进行编程, CPU 配置 Intel (R) Core (TM) i7-4710MQ @ 2.50 GHz, RAM 为 8 GB。在采用 AMCS 时,数值容差 δ 、包含概率 p 和蒙特卡洛试验次数 H 分别设置为 0.01、0.95 和 10^4 。在采用 MCS 模拟时,实验次数设定^[7,17]为 10^6 。

表 1 不同测量因素下多点单位精度的可靠性
Table 1 Reliability of multipoint positioning accuracy affected by different factors

精度阈值 /mm	重复性		运动范围		运动步长		运动速度		起始位置	
	10 点	50 点	10 点	50 点	10 点	50 点	10 点	50 点	10 点	50 点
0.1	0.014 7	0.003 4	0.009 8	0.002 5	0.122 6	0.064 7	0.035 0	0.012 2	0.228 6	0.127 8
0.2	0.332 6	0.210 5	0.256 0	0.149 9	0.814 0	0.742 7	0.444 1	0.334 1	0.903 1	0.852 3
0.3	0.778 3	0.674 7	0.650 9	0.532 6	0.992 7	0.988 4	0.844 3	0.778 6	0.995 8	0.992 7
0.4	0.957 9	0.927 3	0.881 1	0.821 7	1	1	0.976 1	0.961 2	1	1
0.5	0.994 6	0.989 1	0.965 1	0.945 1		1	0.998 3	0.995 0	1	1
0.6	1	1	0.992 5	0.985 9			1	0.999 7	1	
0.7	1	1	1	0.997 1	1	1	1	1	1	1
0.8	1	1	1	0.999 7	1	1	1	1	1	1

50 个点定位误差的 PDF 和可靠度曲线见图 4 和 5 中 AMCS-1 曲线,图 4 和 5 中仅给出测量重复性和关节运动步长影响下的 PDF 和可靠度曲线,另外 3 种因素影响下的图形与上述图形接近,因篇幅所限,没有绘制。

由表 1、图 4 和 5 可知,定位精度可靠度 R_c 与设定的精度阈值 l_c 密切相关,随着精度阈值增大,可靠度在增大。当 Staubli TX60 机器人精度阈值设定为 0.1 mm 时,在不同因素影响下的定位精度可靠度都很低。当精度阈值为 0.3 时,在关节运动步长或起始点位置影响下,任意 10 个点和 50 个点定位精度的可靠度均达到 0.99 左右。关节运动范围变化对可靠度影响较大,当精度阈值为 0.3 时,任意 10 个点和 50 个点定位精度的可靠度分别为 0.650 9 和 0.532 6;当精度阈值为 0.5 时,任意 10 个点和 50 个点定位精度的可靠度分别为 0.965 1 和 0.945 1。在精度阈值相同时,随着点数增多,定位精度可靠度将下降。同时,由实验结果可见:测量重复性、关节运动范围及运动速度对机器人定位精度可靠性影响较大。为提高机器人定位精度,应考虑标定过程中测量因素影响,设计最佳标定策略。

为了验证提出 AMCS 可靠度分析方法的有效性,在上述不同测量因素影响下,分别用 AMCS 和 MCS 进行 50 个测试点的仿真实验,得到两种方法的 PDF 曲线,并计算曲线的均值 M_1 、偏差 M_2 、偏度 M_3 和峰度 M_4 ,以衡量 PDF 曲线的对称性及陡峭程度,结果如表 2 所示。

3.3 不同测量因素影响实验

在分析不同测量因素对多点定位精度的影响时,分别采用 AMCS 和 MCS 进行任意 10 个测试点和 50 个测试点的仿真实验,当精度阈值分别为 0.1、0.2、0.3、0.4、0.5、0.6、0.7 和 0.8 mm 时计算得到的可靠度如表 1 所示。

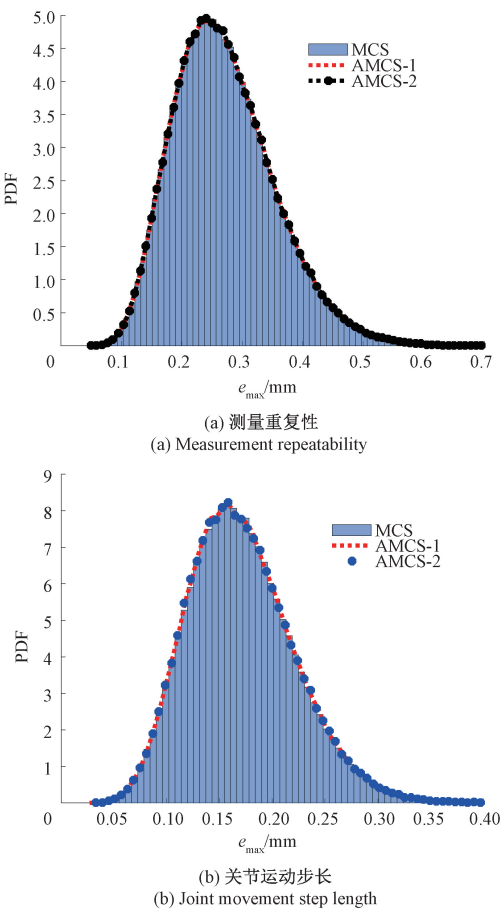


图 4 50 个点定位误差的概率密度函数曲线
Fig. 4 PDF curves of 50 points positioning error

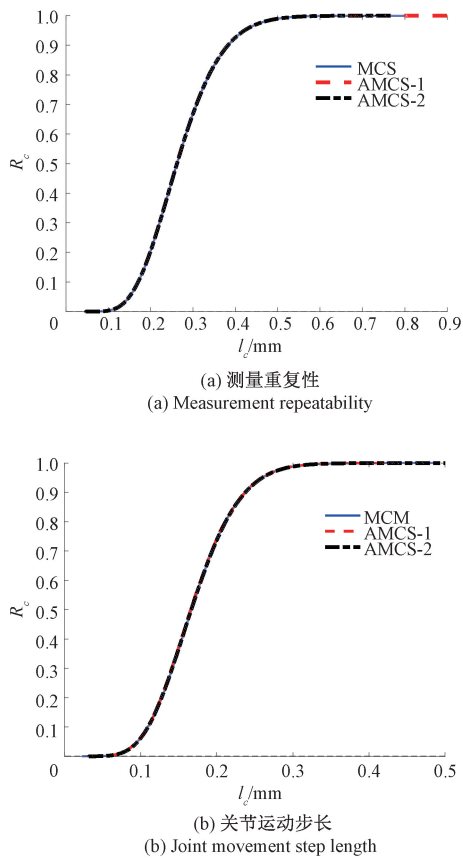


图 5 50 个点定位误差的可靠度曲线

Fig. 5 Reliability curves of 50 points positioning error

由表 2 可见,MCS 和 AMCS 在数值容差 δ 取值 0.01 (表 2 中记为 AMCS-1) 计算得到的 M_1 、 M_2 、 M_3 和 M_4 值非常接近,其中最大相对误差 (maximum relative error, MRE) 为 1.07%,但 AMCS-1 运行平均时间为 984 s,MCS 平均运行时间约为 3 778 s。由此可见,采用 AMCS-1 和 MCS 计算的可靠度接近,但 AMCS-1 运行时间为 MCS 的 1/4。因此,所提出的 AMCS 更适合在工程应用的可靠性分析中推广应用。

3.4 收敛性影响实验

为了验证 AMCS 应用于机器人定位精度可靠性评估的收敛性,上述实验在测量重复性和关节运动步长影响下 50 个点定位误差波动性指标 $2s_w$ 、 $2s_{u(w)}$ 、 $2s_{w_{low}}$ 、 $2s_{w_{high}}$ 收敛曲线分别如图 6 和 7 所示,由图 6 和 7 可知波动性指标均达到统计学的稳定状态,其中 $2s_w$ 、 $2s_{u(w)}$ 、 $2s_{w_{low}}$ 均快速收敛达到数值容差, $2s_{w_{high}}$ 收敛速度慢,最终程序试验次数 h 即为 $2s_{w_{high}}$ 刚好达到收敛时的值。

为了比较数值容差对 AMCS 收敛性影响,设定数值容差 δ 为 0.02,在测量重复性和关节运动步长影响下执行 AMCS,50 个点定位误差的 PDF 和可靠度曲线见图 4 和 5 中 AMCS-2 曲线,波动性指标收敛曲线分别如图 8 和 9 所示,由定位误差 PDF 曲线计算获得的均值 M_1 、方差 M_2 、偏度 M_3 和峰度 M_4 也列在表 2 中(表 2 中记为 AMCS-2)。

表 2 采用 MCS 和 ACMS 50 个点定位精度的结果比较

Table 2 Results comparison of 50 points positioning accuracy based on MCS and AMCS

测量因素	重复性			运动范围			运动步长			运动速度			起始位置		
	MCS	AMCS-1	AMCS-2	MCS	AMCS-1	AMCS-2	MCS	AMCS-1	AMCS-2	MCS	AMCS-1	AMCS-2	MCS	AMCS-1	AMCS-2
M_1	0.270 5	0.270 4	0.270 6	0.307 7	0.307 8	0.307 9	0.170 8	0.170 8	0.170 8	0.242 5	0.242 6	0.242 6	0.151 7	0.151 8	0.151 9
M_2	0.007 0	0.007 0	0.007 0	0.011 5	0.011 5	0.011 5	0.002 5	0.002 5	0.002 5	0.006 5	0.006 5	0.006 5	0.002 3	0.002 3	0.002 3
M_3	0.603 4	0.604 1	0.602 5	0.773 1	0.777 0	0.775 3	0.497 6	0.502 9	0.507 0	0.624 5	0.626 4	0.625 6	0.733 0	0.735 6	0.744 1
M_4	3.443 9	3.454 1	3.439 3	3.737 6	3.750 7	3.725 7	3.350 9	3.351 3	3.361 4	3.428 7	3.432 1	3.433 3	3.843 4	3.844 7	3.890 7
MRE/%	0	0.30	0.15	0	0.50	0.32	0	1.07	1.89	0	0.30	0.18	0	0.35	1.51
t/s	3 965	1 205	494	3 623	1 400	631	3 799	627	277	3 715	1 076	477	3 786	610	247

由图 8、9 和表 2 可见,AMCS-2 的波动性指标快速收敛至数值容差 0.02,算法运行时间平均为 425 s,约是 MCS 的 1/9,最大相对误差为 1.89%。因此,采用 AMCS 进行机器人定位精度可靠性评估时,可以根据工程实际需要,通过设定不同的数值容差,控制算法的收敛速度和精度,非常适合在焊接机器人、医疗机器人等实际应用中推广使用。

3.5 工程应用实验

为了验证提出方法在解决工程实际问题时的有效性,采用 Leica-AT960 激光跟踪仪对南京熊猫电子装备有

限公司自主研发的 PR04D 六自由度点胶机器人在不同测量因素影响下进行大量标定实验如图 10 所示。

实验结果证实:通过选择最优标定策略对 PR04D 机器人标定后用于液晶平板点胶,其精度较标定前提升 23.5%。在设定置信概率为 95%,数值容差为 0.01 时,采用 AMCS 进行机器人 40 个点定位精度可靠性评估,其可靠性概率密度曲线的平均值、方差、偏度和峰度与 MCS 得到结果相比其最大相对误差为 1.14%,所需时间为 MCS 的 0.26 倍,证实了所提方法在实际工程应用中也有良好效果。

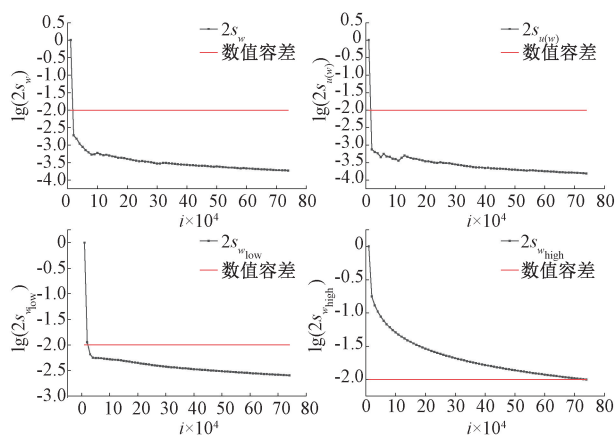


图6 重复性影响下定位误差波动指标收敛曲线($\delta=0.01$)

Fig. 6 Convergence curves of positioning error fluctuation index affected by repeatability ($\delta=0.01$)

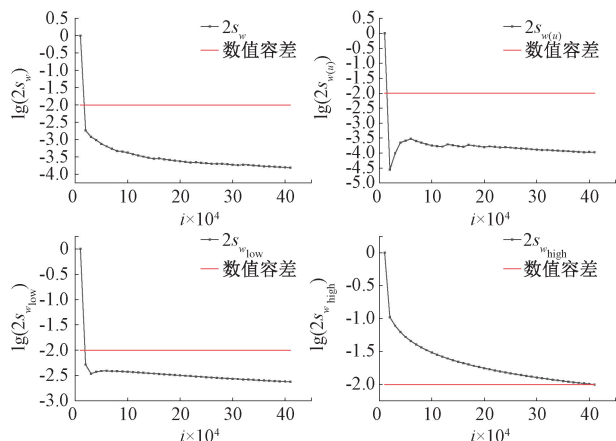


图7 运动步长影响下定位误差波动指标收敛曲线($\delta=0.01$)

Fig. 7 Convergence curve of positioning error fluctuation index affected by motion step ($\delta=0.01$)

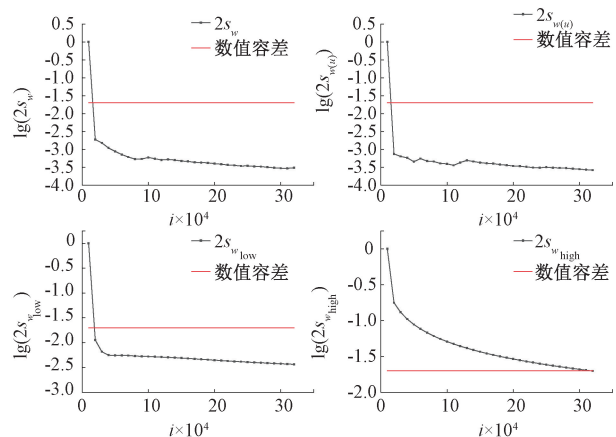


图8 重复性影响下定位误差波动指标收敛曲线($\delta=0.02$)

Fig. 8 Convergence curves of positioning error fluctuation index affected by repeatability ($\delta=0.02$)

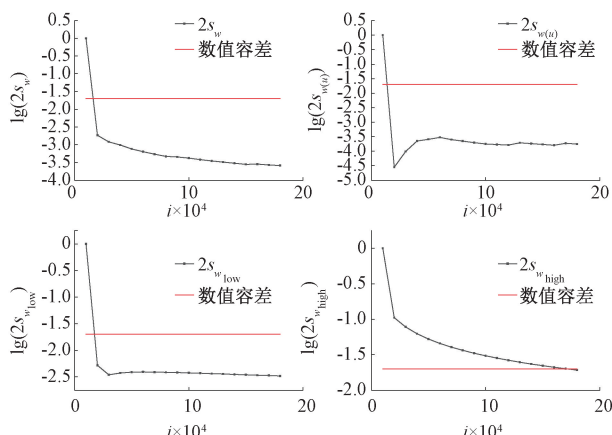


图9 运动步长影响下定位误差波动指标收敛曲线($\delta=0.02$)

Fig. 9 Convergence curve of positioning error fluctuation index affected by motion step ($\delta=0.02$)

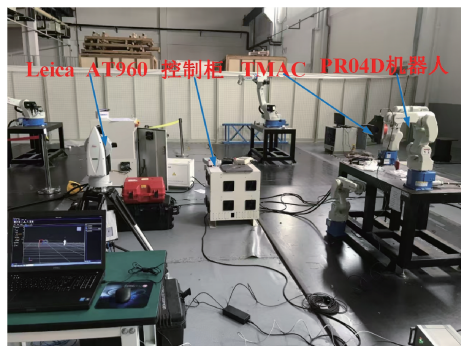


图10 Panda 机器人标定实验

Fig. 10 Panda robot calibration experiment

4 结 论

为了使辨识出的几何参数更接近机器人实际结构参数,建立了 MDH 模型,采用轴线测量法对机器人几何参数进行标定,机器人末端执行器的定位精度提高了约 22.9%,验证了基于轴线测量法的机器人几何参数标定的有效性。

针对可靠性分析计算时难以控制精度和效率难题,提出了基于自适应蒙特卡罗仿真的可靠度分析方法,在不同测量因素影响下对机器人标定及定位精度可靠度计算,结果表明:关节运动范围、关节运动速度和测量重复性对标定机器人定位精度可靠性影响较大,应设计最优测量方案对机器人几何参数进行标定以提高定位精度可靠性。大量实验结果显示当数值容差取值 0.01 及 0.02 时 AMCS 获得的定位精度可靠性概率密度曲线的平均值、方差、偏度和峰度与由经典 MCS 方法计算结果相比,最大相对误差分别约为 1.1% 和 1.9%,但平均运行时间

约为 MCS 的 1/4 和 1/9。证实了采用提出的 AMCS 方法对机器人定位精度可靠性分析能够通过设定不同的数值容差,控制算法的收敛速度和精度,非常适合于在点胶机器人、焊接机器人、医疗机器人等实际工程问题可靠性分析中推广应用。

参考文献

- [1] LU H, YANG ZH Q, ZHU D L. et al. Dynamics modeling and parameter identification for a coupled-drive dual-arm nursing robot [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2024,37(4):256-270.
- [2] 温秀兰,宋爱国,冯月贵,等. 基于最优位姿集的机器人标定及不确定度评定[J]. 仪器仪表学报,2022,43(9):276-283.
- WEN X L, SONG AI G, FENG Y G, et al. Robot calibration and uncertainty evaluation based on optimal pose set[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2022,43(9):276-283.
- [3] 温秀兰,康传帅,宋爱国,等. 基于全位姿测量优化的机器人精度研究[J]. 仪器仪表学报,2019,40(7):81-89.
- WEN X L, KANG CH SH, SONG AI G, et al. Study on robot accuracy based on full pose measurement and optimization[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019,40(7):81-89.
- [4] CHEN T H, LI SH, QIAO Y, et al. A robust and efficient ensemble of diversified evolutionary computing algorithms for accurate robot calibration [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2024,73:7501814.
- [5] KIM J, SONG W J, KANG B S. Stochastic approach to kinematic reliability of open-loop mechanism with dimensional tolerance[J]. Applied Mathematical Modelling, 2010,34(5):1225-1237.
- [6] 王伟,王进,陆国栋. 基于四阶矩估计的机器人运动可靠性分析[J]. 浙江大学学报,2018,52(1):1-7,49.
- WANG W, WANG J, LU G D. Reliability analysis of manipulator based on fourth-moment estimation [J]. Journal of Zhejiang University, 2018,52(1):1-7,49.
- [7] WU J H, ZHANG D Q, LIU J, et al. A moment approach to positioning accuracy reliability analysis for industrial robots[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2020,69(2):699-714.
- [8] ZHAO Q Q, GUO J K, HONG J. System kinematic reliability analysis for robotic manipulators under rectangular and spherical tolerant boundaries[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2021,13(1):4047986.
- [9] HUANG P, HUANG H ZH, LI Y F, et al. Positioning accuracy reliability analysis of industrial robots based on differential kinematics and saddle point approximation[J]. Mechanism and Machine Theory, 2021,162:104367.
- [10] 李子依,丁力,马瑞,等. 六自由度工业机器人运动可靠性分析[J]. 机械强度,2024,46(4):924-931.
- LI Z Y, DING L, MA R, et al. Motion reliability Analysis of a 6-dof industrial robot [J]. Journal of Mechanical Strength, 2024,46(4):924-931.
- [11] 陈勃琛,潘广泽,郭广廓. 基于维纳过程的焊接机器人可靠性评估[J]. 机械制造,2025,63(5):25-28,70.
- CHEN B CH, PAN G Z, GUO G K. Reliability assessment of welding robots based on wiener process[J]. Mechanical Manufacturing, 2025,63(5):25-28,70.
- [12] 江文松,李旋,罗哉,等. 六自由度机械臂参数校准不确定度评定方法[J]. 仪器仪表学报,2022,43(7):26-34.
- JIANG W S, LI X, LUO Z, et al. Uncertainty evaluation of calibration model of six DOF robot arm [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2022,43(7):26-34.
- [13] 孙剑萍,Jun Chen,彭俊,等. 工作空间分区的机器人非概率可靠性标定方法研究[J]. 仪器仪表学报,2023,44(10):260-273.
- SUN J P, CHEN J, PENG J, et al. Research on the non-probabilistic reliability calibration method for robots in workspace partition [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2023,44(10):260-273.
- [14] 国家技术监督局. 工业机器人性能规范及其试验方法: GB/T 12642—2013[S]. 北京: 中国标准出版社, 2014.
- National Technical Supervision Administration. Performance specifications and test methods for industrial robots: GB/T 12642—2013[S]. Beijing: China Standard Press, 2014.
- [15] ISO/TR 20218-1—2018, Robotics-Safety design for industrial robot systems-Part 1: End-effectors (First Edition)[S]. 2018.
- [16] SANTOLA R J, CONTE J, PUEO M, et al. Rotation error modeling and identification for robot kinematic calibration by circle point method [J]. Metrology and Measurement Systems, 2014,21(1):85-98.
- [17] 孙威,缪东晶,李建双,等. 系统参数标定过程对多边坐标测量系统测量不确定度的影响[J]. 仪器仪表学报,2020,41(11):50-57.
- SUN W, MIAO D J, LI J SH, et al. Influence of system

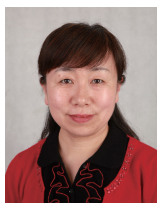
parameters calibration process on measurement uncertainty of multilateral coordinate measurement system[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(11): 50-57.

- [18] WU J H, ZHANG D Q, LIU J, et al. A computational framework of kinematic accuracy reliability analysis for industrial robots [J]. Applied Mathematical Modelling, 2020, 82: 189-216.

- [19] 许国龙, 刘阳慧, 孙晓晓, 等. 自适应蒙特卡洛法的收敛速度研究[J]. 中国计量, 2025(5): 120-125.

XU G L, LIU Y H, SUN X X, et. al. Research on the convergence speed of adaptive Monte Carlo method[J]. China Metrology, 2025(5): 120-125.

作者简介



温秀兰 (通信作者), 1988 年于华东工学院 (现南京理工大学) 获得学士学位, 1991 年于中北大学获得硕士学位, 2004 年于东南大学获得博士学位, 现为南京工程学院教授、硕士生导师, 主要研究方向为精密计量、机器人控制与标定技术、智能计算及其

应用。

E-mail: zdhxwxl@njit.edu.cn

Wen Xiulan (Corresponding author) received her B.Sc. degree from Nanjing University of Science and Technology in 1988, M.Sc. degree from North University of China in 1991, and Ph.D. degree from Southeast University in 2004. She is currently a professor and a M.Sc. advisor at Nanjing Institute of Technology. Her main research interests include precision metrology, robot control and calibration technology, intelligent computation and its application.



宋爱国, 1990 年于南京航空航天大学获学士学位, 1993 年于南京航空航天大学获硕士学位, 1996 年于东南大学获博士学位, 现为东南大学教授、博士生导师, 主要研究方向为机器人传感与遥操作机器人技术、信号处理及仿生智能计算等。

E-mail: a. g. song@seu.edu.cn

Song Aiguo received his B. Sc. degree and M. Sc. degree both from Nanjing University of Aeronautics and Astronautics in 1990 and 1993, and Ph. D. degree from Southeast University in 1996. He is currently a professor and a Ph. D. advisor at Southeast University. His main research interests include robot sensing and teleoperation robot technology, signal processing and bionic intelligent computing, etc.



王直荣, 2013 年于常州大学获得学士学位, 2016 年于南京理工大学获得硕士学位, 2022 年于浙江大学获得博士学位, 现为常州检验检测标准认证研究院研究员, 主要研究方向为机器人测试与标准化、人工智能。

E-mail: zhirongwang@zju.edu.cn

Wang Zhirong received his B. Sc. degree from Changzhou University in 2013, M. Sc. degree from Nanjing University of Science and Technology in 2016, and Ph. D. degree from Zhejiang University in 2022. He is currently a researcher at Changzhou Inspection Testing Standards Certification Research Institute and Testing Standards Certification Research Institute. His main research interests include robot testing and standardization, and artificial intelligence.