

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2514193

基于 DQN 和圆拟合的机器人手眼标定方法

储昭碧, 何沣奕, 高金辉, 彭乐峰

(合肥工业大学电气与自动化工程学院 合肥 230009)

摘要:近年来,随着工业机器人技术的不断发展,机器人搭载激光测距仪实现多姿态测量的应用场景和对手眼标定的需求逐渐增多,对手眼标定技术的精度提出了更高要求,而传统标定方法往往依赖专用标定物或传感器,操作复杂且成本较高。故提出了一种基于深度 Q 网络(DQN)算法和圆轮廓拟合的机器人手眼标定方法。利用 DQN 算法控制机器人末端两关节带动激光测距仪运动,使得激光测距仪返回值最小,在此基础上,建立机械臂运动学模型计算得到此时光点的理论坐标值。通过设定关节一的多个角度值,使光点在目标平面形成一个圆轨迹,对实际采集的光点坐标值进行圆拟合,建立等式约束下的优化模型,求解得到手眼标定的参数值。基于 MATLAB 平台模拟仿真,对该方法的可行性进行了验证,分析了角度参数和位移参数初始值对标定结果的影响和抗激光测距噪声干扰的性能。与其他标定方法进行对比,结果显示该方法具有更高的精度。搭建了实验系统,利用该方法求解标定参数,实验结果表明,标定后的系统扫描实验误差不大于 0.5 mm,满足工业应用的精度要求。该方法无需额外昂贵的标定物,仅依靠激光测距仪的单测量量和几何约束,显著降低了标定成本与操作难度,同时具备良好的抗噪声性能,能实现工业现场高精度标定。

关键词: 手眼标定; 强化学习; DQN 算法; 圆拟合

中图分类号: TH74 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 460. 40

Robot hand-eye calibration method based on DQN and circle fitting

Chu Zhaobi, He Fengyi, Gao Jinhui, Peng Lefeng

(School of Electrical Engineering and Automation, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract: In recent years, with the continuous development of the industrial robot technology, the application of robots equipped with laser rangefinders for multi-pose measurement and the demand for hand-eye calibration have been increasing, placing higher requirements on calibration accuracy. However, traditional methods often rely on dedicated calibration objects or sensors, which are complex to operate and costly. To address this issue, this paper proposes a robot hand-eye calibration method based on the deep Q-network (DQN) algorithm and circular contour fitting. The DQN algorithm controls the two end joints of the robot to drive the laser rangefinder such that its return value is minimized. On this basis, a kinematic model of the manipulator is established to compute the theoretical coordinates of the light spot. By setting multiple angle values of joint one, the light spot forms a circular trajectory on the target plane. Circular fitting is then applied to the collected light spot coordinates, and an optimization model with equality constraints is constructed to solve for the calibration parameters. MATLAB-based simulations verified the feasibility of the method, analyzing the influence of initial values of angular and displacement parameters on calibration results, as well as robustness against laser ranging noise. Comparative experiments demonstrate that the proposed method achieves higher accuracy than other calibration approaches. An experimental system was also built, and calibration parameters were obtained using the proposed method. Experimental results show that the scanning error of the calibrated system does not exceed 0.5 mm, meeting the accuracy requirements of industrial applications. The method requires no additional expensive calibration objects, relying only on single-point measurements from the laser rangefinder and geometric constraints. It significantly reduces calibration cost and operational complexity while maintaining good noise resistance, making it well suited for high-

precision industrial on-site calibration.

Keywords: hand-eye calibration; reinforcement learning; DQN algorithm; circle fitting

0 引言

随着工业自动化、智能制造和机器人技术的快速发展,机械臂作为核心执行单元,其感知与定位能力成为提升作业精度的关键。激光测距仪凭借其非接触式测量和快速响应等优势,被广泛应用于机械臂系统中,以实现环境感知、目标定位和自适应控制^[1-4]。近年来,机械臂与激光测距仪的融合技术取得了显著进展,并在工业检测、精密装配、制造加工、航空航天等领域展现出广阔的应用前景。

机器人与激光测距仪的协同标定是机器人感知与精密操作中的关键问题,其核心在于确定两者之间的相对位姿关系,即激光坐标系与机械臂末端坐标系之间由旋转矩阵和平移向量组成的机器人手眼空间位姿关系^[5],该过程称为手眼标定。国内外学者对该标定过程已经有了广泛的研究,将该问题归结为求解齐次方程 $AX = XB$ 的数学问题^[6-7]。手眼标定的精度直接影响了激光测量数据在机器人作业任务中的可用性,然而现有方法往往依赖复杂的辅助装置,或存在计算复杂度高度高、标定成本高等问题,限制了其在工业现场的普适性。储昭碧等^[8]通过双目相机图像中的激光点和相机的外参计算得到激光测距仪的位姿信息。黄志清等^[9]提出了一种基于镂空标定板的标定方法,通过计算雷达扫描线在标定板上的坐标方程,绘制出雷达扫描线并提取对应特征点,拟合不同位姿下的特征点来求解,标定效率较高。王连庆等^[10]通过相机获取标定块的特征信息,利用多个平面相交求解出特征点位置再结合机器人坐标求解,但光照影响和人为引入角点都会影响标定精度。Chen 等^[11]提出使用三维激光扫描系统扫描具有已知边长的立方体,通过测量的边长来校准系统参数。杜惠斌等^[12]提出了利用3D标定球与机械臂位姿变换结合完成手眼标定,从深度摄像头获取标定球的位置计算手眼关系。李津容等^[13]提出线激光对标定基准点的空间位置进行测量,根据测量数据和机床坐标信息拟合圆心,求解激光传感器的位姿参数。吴聊等^[14]提出一种基于平面模板的手眼标定方法,该方法通过采集机器人在多个位姿下的激光扫描数据,并利用平面几何约束来求解标定参数。陈新禹等^[15]通过扫描方形平面板边缘,建立正交约束模型,利用非线性迭代得到标定矩阵,但激光测距仪扫描平面板棱边时易出现测量距离跳变导致特征点数据不可靠。邓立等^[16]通过改变一次姿态,一次平移的测量方式,利用标定球球心坐标不变的特性建立方程求解,但使用激

光位移传感器难以获取精确的标定球轮廓数据。刘昶等^[17]通过机器人搭载雷达扫描3个标定平面的3条直线特征建立约束模型求解位姿变换关系。

综合已有的研究成果,为了弥补上述研究工作的不足,于是本研究提出了一种基于深度Q网络(deep Q-network, DQN)和圆轮廓拟合的手眼标定方法。首先通过DQN算法改变机械臂末端位姿,使激光测距仪返回值最小,获得不同位姿下的激光距离数据,利用激光光点形成的轨迹建立等式约束下的优化模型,再利用拉格朗日乘子法结合牛顿法求解该标定模型得到标定目标。相较于传统的标定方法,所提方案无需额外标定靶标和其他传感器,仅利用激光测距最小值就能收集目标特征点,显著降低了标定成本与求解复杂度,且标定精度高,对激光测距噪声具有鲁棒性。同时,本研究与文献[14-15]提出的标定方法进行对比,说明本方法的可靠性。

1 标定算法

末端搭载激光测距仪的机器人标定示意图如图1所示,包含4个旋转关节,末端连杆安装于关节4处,激光测距仪通过支架安装在末端连杆上。在机械臂底座底面中心建立基座坐标系,Z轴垂直于底面向上,在末端法兰平面中心建立末端坐标系,Z轴垂直于法兰平面向下,以激光测距仪激光出射点为原点,激光射线方向为Z轴建立激光坐标系。

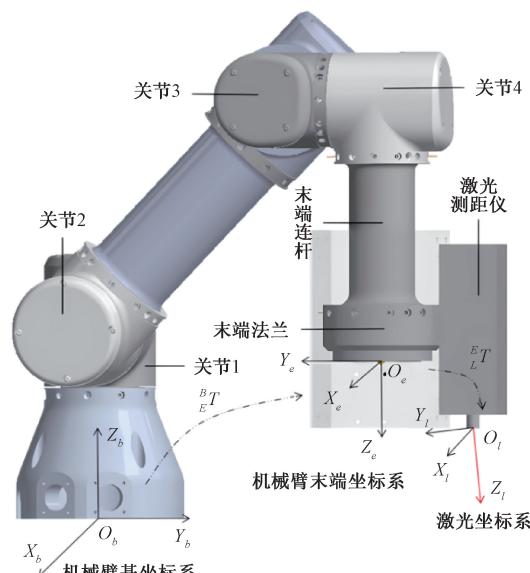


图1 机器人标定示意图

Fig. 1 Diagram of robot calibration

1.1 标定目标

根据机器人正运动学,得到末端坐标系相对于基座坐标系的齐次变换矩阵,如式(1)所示。

$${}^E_T = \prod_{a=1}^4 {}^{a-1}_a T = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_1 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_2 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: ${}^{a-1}_a T$ 是第 $a-1$ 个关节到第 a 个关节的位姿变换矩阵,采用改进的 DH(modified Denavit-Hartenberg, MDH)参数表, ${}^{a-1}_a T$ 应满足式(2),即:

$$\begin{aligned} {}^{i-1}_i T = & R_z(\theta_i) \cdot T_z(d_i) \cdot T_x(a_{i-1}) \cdot R_x(\alpha_{i-1}) = \\ & \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ s\theta_i c\alpha_{i-1} & c\theta_i c\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} d_i \\ s\theta_i s\alpha_{i-1} & c\theta_i s\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

式中: $R_z(\theta_i)$ 、 $R_x(\alpha_{i-1})$ 分别为绕 Z 和 X 轴旋转 θ_i 和 α_{i-1} 对应的旋转矩阵; $T_z(d_i)$ 、 $T_x(a_{i-1})$ 分别为在 Z_i 和 X_{i-1} 方向上平移 d_i 和 a_{i-1} 的平移矩阵。

激光坐标系相对于末端坐标系的齐次变换矩阵为 ${}^E_L T$ 。假设激光形成的光点为 K ,由于激光光线与激光坐标系 Z 轴重合,则光点 K 在激光坐标系中的坐标可表示为 ${}^L K = [0, 0, l]^T$, l 为激光测距仪的距离测量值。假设激光出射点相对于末端法兰平面中心的 X 、 Y 、 Z 这 3 轴方向的偏移量分别为 d_x 、 d_y 、 d_z , 激光射线方向与机械臂末端坐标系 X 、 Y 、 Z 这 3 轴之间的夹角分别为 θ_x 、 θ_y 、 θ_z , 则 K 在末端坐标系的坐标满足式(3)。

$$\begin{bmatrix} {}^E K \\ 1 \end{bmatrix} = {}^E_L T \begin{bmatrix} {}^L K \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & d_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & d_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ l \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_x + l \times \cos\theta_x \\ d_y + l \times \cos\theta_y \\ d_z + l \times \cos\theta_z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

由于激光光线方向即为激光坐标系的 Z 轴正方向,光点在激光坐标系的 X 、 Y 坐标都为 0,由式(3)可知,元素 r_{11} 、 r_{12} 、 r_{21} 、 r_{22} 、 r_{31} 和 r_{32} 对求解结果无影响,则标定目标为 d_x 、 d_y 、 d_z 和 θ_x 、 θ_y 、 θ_z 。

1.2 标定模型

定义关节 1 角度为 90° , 关节 2 角度为 60° , 末端连杆垂直于基坐标系平面为机器人的初始位姿, 此时关节 3 和 4 转轴在同一水平面。假设关节 3 转轴与关节 4 转轴的交点为 P , 在面 $X_b O_b Y_b$ 的投影为 P_t , 激光发射点为 J , 激光在面 $X_b O_b Y_b$ 形成的光点为 K 。在关节 3、4 的运动过程中, 点 P 始终不动, 关节 4 转轴始终在同一竖直面, 该运动过程可以看作是 ΔPKJ 绕点 P 的旋转运动。由于

$|PJ|$ 和 $\angle PJK$ 是不变的, 则在 $|PK|$ 最小时, $|JK|$ 最小, 即激光测距仪返回值最小。显然, PK 垂直于面 $X_b O_b Y_b$ 时, $|PK|$ 最小, 即当 K 与 P_t 重合时, 激光测距仪返回值最小, 如图 2 所示。

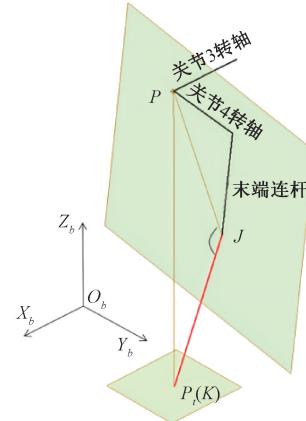


图 2 关节 3、4 转轴交点投影示意图

Fig. 2 Projection diagram of the intersection of joint 3 and joint 4 rotation axes

在关节 1 和 2 保持固定角度的情况下,要仅通过运动关节 3 和 4,使得激光测距仪返回值最小,可以使用强化学习算法来实现。

1) DQN 算法

强化学习的原理为智能体与环境进行交互,在 t 时刻,智能体在环境中达到状态 S_t ,根据策略执行一个动作 A_t ,作用于环境,同时得到环境对当前动作的奖励 R_t ,并转移到下一个状态 S_{t+1} ,其原理如图 3 所示。

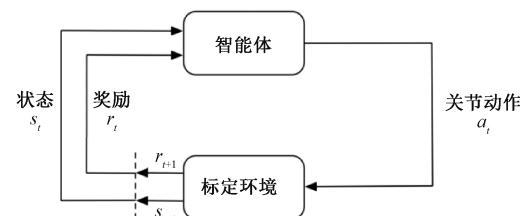


图 3 强化学习原理

Fig. 3 Diagram of reinforcement learning principle

Q-learning 算法是强化学习算法中最基础的算法之一,其目标是学习一个 Q 表格(Q-table),通过迭代更新状态-动作对的 Q 值(动作价值函数)来学习最优策略^[18-19]。Q 值的更新方式如式(4)所示。

$$Q(s, a) \leftarrow Q(s, a) + \alpha [r + \gamma \max Q(s', a') - Q(s, a)] \quad (4)$$

其中, $Q(s, a)$ 是当前状态动作对 (s, a) 的 Q 值, α 是学习率, 控制着每次更新的幅度, r 表示在状态 s 下执行动作 a 后获得的即时奖励, γ 是折扣因子, 衡量未来奖励

的重要性, $\max Q(s', a')$ 表示在下一个状态 s' 中选择最大 Q 值的动作 a' , $Q(s', a')$ 表示在状态 s' 下执行动作 a' 的 Q 值。

由于机械臂关节角度是连续的,若使用 Q-learning 算法会导致 Q 值表的规模十分庞大,难以构建,但采用 DQN 算法能避免该问题。DQN 引入了经验回放机制,将智能体与环境交互的历史数据存储在一个固定大小的回放缓冲区中。训练时,随机采样一小批经验进行网络更新,从而打破了相邻状态间的强相关性,还使得每条经验可被重复利用,提高了学习效率。DQN 还引入了一个与评估网络结构相同但参数不同的目标网络,评估网络负责选择动作并实时更新参数,而目标网络用于计算目标值,目标网络的参数不会在每个时间步中均进行更新,而是在一定间隔后,才将评估网络的参数复制过来,避免了“目标移动”的问题^[20-21]。

基于 DQN 算法仅通过运动关节 3 和 4,使得激光测距仪返回值最小,可以设计状态空间 S 来描述机器人的当前状态,状态 s 为关节 3 的角度为 θ_3 和关节 4 的角度为 θ_4 ,如式(5)所示。

$$S = \{\theta_3, \theta_4\} \quad (5)$$

动作 a 是机器人可以采取的操作,用于改变系统的状态,即对关节 3 和 4 的角度进行微小的调整,每个关节有 3 种可能的调整方式:增加一个小的角度、减少一个小的角度或角度不变。因此,动作空间 A 包含 9 个离散动作,如式(6)所示。

$$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9\} \quad (6)$$

奖励函数 r 表明机器人与环境进行交互后得到的反馈,其用于评估在状态 s 下采取动作 a 的好坏,为了使激光测距仪的返回值最小,设置距离奖励函数和角度约束惩罚函数。

(1) 距离奖励函数 r_{distance}

$$r_{\text{distance}} = -\frac{d}{d_{\text{max}}} \quad (7)$$

式中: d 为激光测距仪的返回值; d_{max} 为预设的最大可能距离,将距离奖励归一到 $[-1, 0]$,避免数值不稳定,负号保证距离越小,奖励越大。

(2) 角度约束惩罚函数

$$r_{\text{angle}} = \begin{cases} -1, & \theta_3 \notin (\theta_{3\min}, \theta_{3\max}) \text{ 或 } \theta_4 \notin (\theta_{4\min}, \theta_{4\max}) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (8)$$

该惩罚函数使得当关节 3 或 4 超出角度范围时,返回-1 的奖励值。

在寻找令激光测距仪返回值最小的点的过程中,上述奖励函数对寻找速度的影响程度不同,设置整体奖励函数如式(9)所示。

$$r = W[r_{\text{distance}} \ r_{\text{angle}}]^T \quad (9)$$

其中, $W = [0.7 \ 0.3]$ 。

为了保证机械臂能更快地接近目标点, r_{distance} 的权重设置的更大,以优先优化主要目标,同时赋予 r_{angle} 较小的权重,在保证探索速度的情况下避免过度约束探索。DQN 的损失函数满足式(10),即:

$$L(\theta) = E_{(s, a, r, s') \sim U(D)} [(r + \gamma \max_a Q(s', a'; \theta^-) - Q(s, a; \theta))^2] \quad (10)$$

DQN 算法原理框图如图 4 所示。

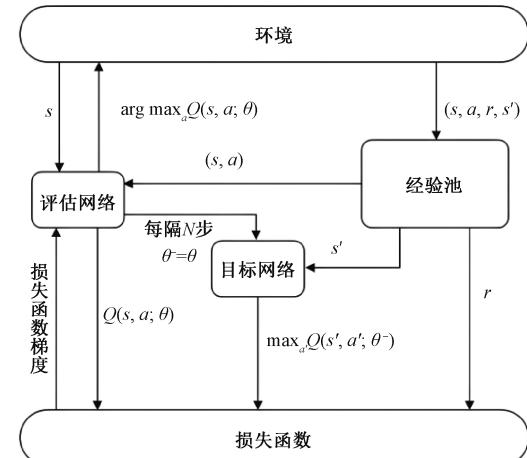


图 4 DQN 算法原理

Fig. 4 DQN algorithm principle

图中网络由 1 个输入层、2 个隐藏层和 1 个输出层共 4 个全连接层组成,输入层与隐藏层、隐藏层与隐藏层间的激活函数均为 ReLU 函数。输入维度为 2,对应关节 3 和 4 的当前角度,输出维度为 9,即输出的 9 个关节动作。超参数设置如表 1 所示。

表 1 强化学习网络超参数

Table 1 Hyperparameters of reinforcement learning network

参数	数值
最大训练次数/轮	200
样本池容量/个	10^5
学习率	0.001
目标网络更新频率/回合	5

通过上述的 DQN 强化学习过程,智能体可以学习到如何在关节 1 和 2 固定的情况下,通过调整关节 3 和 4 的角度来使激光测距仪的返回值最小。

2) 圆轮廓参数拟合

固定关节 2,每次关节 1 在不同角度时,机器人通过仅运动关节 3 和 4,找到激光测距仪返回值最小的点,关节 3 和 4 轴线交点在平面 $X_b O_b Y_b$ 投影的轨迹形成一个圆,圆心在平面 $X_b O_b Y_b$ 的坐标为 $(0, 0)$ 。进行 n 次实验,

第*i*次所能得到的光点记为 K_i ,那么这*n*个光点将分布在这个圆附近,如图5所示。

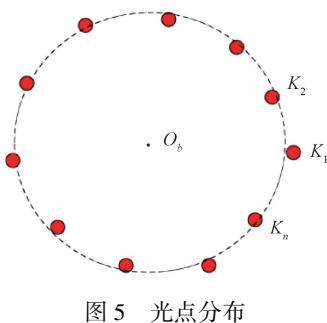


图5 光点分布

Fig. 5 Distribution diagram of light spots

由于常见的5、6轴机械臂末端两关节的轴线都垂直相交于一点,并且当激光光点与该点在基座平面的投影重合时激光测距值最小,光点随着一关节的运动也能形成如图5所示的圆轨迹,故该方法具有普适性。

激光光点在末端坐标系的坐标满足式(11),即:

$$\begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_x + l \times \cos \theta_x \\ d_y + l \times \cos \theta_y \\ d_z + l \times \cos \theta_z \end{bmatrix} \quad (11)$$

则光点在基座坐标系的坐标满足式(12),即:

$$\begin{bmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \\ 1 \end{bmatrix} = {}^B_E \mathbf{T} \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_1 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_2 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_x + l \times \cos \theta_x \\ d_y + l \times \cos \theta_y \\ d_z + l \times \cos \theta_z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

其中, ${}^B_E \mathbf{T}$ 可根据机器人正运动学计算得到。则第*i*次实验,光点 K_i 在平面 $X_b O_b Y_b$ 的坐标满足式(13),即:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{Ki} = r_{11} \times (d_x + l_i \times \cos \theta_x) + r_{12} \times (d_y + l_i \times \cos \theta_y) + r_{13} \times (d_z + l_i \times \cos \theta_z) + t_1 \\ y_{Ki} = r_{21} \times (d_x + l_i \times \cos \theta_x) + r_{22} \times (d_y + l_i \times \cos \theta_y) + r_{23} \times (d_z + l_i \times \cos \theta_z) + t_2 \end{array} \right. \quad (13)$$

假设光点 K_i 到圆心 O_b 的距离为 d_i ,利用收集到的*n*个光点,随机选取6个,并让每个光点到圆心 O_b 的距离等于圆的半径 r ,构造方程组,如式(14)所示。

$$d_i = r, \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (14)$$

求解得到目标变量 X_0 ,但由于式(14)只随机选取6个测量点,且数据采集过程中存在偏差,还需要对求解结果进行优化。即计算每个光点到圆心的距离,通过不断更新标定参数,使每个距离趋于 r ,因此根据最小二乘法建立目标函数 $f(X)$,如式(15)所示。

$$f(\mathbf{X}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (d_i - r)^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (\sqrt{x_{Ki}^2 + y_{Ki}^2} - r)^2 \quad (15)$$

式中: $i = 1, 2, 3, \dots, n$; $\mathbf{X} = [\theta_x \quad \theta_y \quad \theta_z \quad d_x \quad d_y \quad d_z]^T$,由于在直角坐标系中,射线与3个坐标轴正方向之间的夹角余弦值的平方和为1,则可将该标定问题转化为带等式约束的优化问题,如式(16)所示。

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{X}} f(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^n (d_i - r)^2 = \sum_{i=1}^n (\sqrt{x_{Ki}^2 + y_{Ki}^2} - r)^2 \\ \text{S. t. } g(\mathbf{X}) = (\cos \theta_x)^2 + (\cos \theta_y)^2 + (\cos \theta_z)^2 - 1 = 0 \end{cases} \quad (16)$$

令 $c_x = \cos \theta_x, c_y = \cos \theta_y, c_z = \cos \theta_z$,则有式(17),即:

$$\begin{cases} x_{Ki} = r_{11} \times (d_x + l_i \times c_x) + r_{12} \times (d_y + l_i \times c_y) + r_{13} \times (d_z + l_i \times c_z) + t_1 \\ y_{Ki} = r_{21} \times (d_x + l_i \times c_x) + r_{22} \times (d_y + l_i \times c_y) + r_{23} \times (d_z + l_i \times c_z) + t_2 \end{cases} \quad (17)$$

则目标变量变为 $\mathbf{X} = [c_x \quad c_y \quad c_z \quad d_x \quad d_y \quad d_z]^T$ 。

1.3 求解标定模型

对于该优化问题,可采用拉格朗日乘子法结合牛顿法求解。首先引入拉格朗日乘子 λ ,定义如式(18)的拉格朗日函数。

$$L(\mathbf{X}, \lambda) = f(\mathbf{X}) + \lambda (c_x^2 + c_y^2 + c_z^2 - 1) \quad (18)$$

最优解需满足KKT条件,如式(19)所示。

$$\begin{cases} \nabla_{\mathbf{X}} L(\mathbf{X}, \lambda) = \nabla f(\mathbf{X}) + \mathbf{J}_g(\mathbf{X})^T \lambda = 0 \\ g(\mathbf{X}) = 0 \end{cases} \quad (19)$$

式中: $\mathbf{J}_g(\mathbf{X})$ 是 $g(\mathbf{X})$ 的约束雅可比矩阵。

利用牛顿法按照如下步骤对标定参数进行求解:

1)选择初始参数 \mathbf{X}_0 ,初始乘子 λ_0 ,收敛阈值 ε 。

2)计算KKT系统的雅可比矩阵,如式(20)所示。

$$\mathbf{J}_F(\mathbf{Z}) = \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{X}\mathbf{X}}^2 L(\mathbf{X}, \lambda) & \mathbf{J}_g(\mathbf{X})^T \\ \mathbf{J}_g(\mathbf{X}) & 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

式中: $\nabla_{\mathbf{X}\mathbf{X}}^2 L(\mathbf{X}, \lambda)$ 是 $L(\mathbf{X}, \lambda)$ 的Hessian矩阵。

3)求解如式(21)所示的线性系统。

$$\begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{X}\mathbf{X}}^2 L(\mathbf{X}_k, \lambda_k) & \mathbf{J}_g(\mathbf{X}_k)^T \\ \mathbf{J}_g(\mathbf{X}_k) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{X} \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla f(\mathbf{X}_k) + \mathbf{J}_g(\mathbf{X}_k)^T \lambda_k \\ g(\mathbf{X}_k) \end{bmatrix} \quad (21)$$

式中: $\Delta \mathbf{X} = [\Delta c_x \quad \Delta c_y \quad \Delta c_z \quad \Delta d_x \quad \Delta d_y \quad \Delta d_z]^T$ 。

4)按式(22)更新变量和乘子,迭代次数+1。

$$\begin{cases} \mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{X}_k + \Delta \mathbf{X} \\ \lambda_{k+1} = \lambda_k + \Delta \lambda \end{cases} \quad (22)$$

5)若 $\|\Delta \mathbf{X}\| < \varepsilon$ 且 $|g(\mathbf{X}_{k+1})| < \varepsilon$,则终止迭代,

否则转入步骤 2)。

通过上述迭代过程,解得 θ_x 、 θ_y 、 θ_z 、 d_x 、 d_y 和 d_z 的值。

2 算法仿真

2.1 仿真模型

根据机械臂关节参数得到 MDH 参数表,如表 2 所示。

表 2 机器人 MDH 参数表

Table 2 Parameters table of robot MDH

关节 i	连杆转角 $\alpha_{i-1}/(^{\circ})$	连杆长度 a_{i-1}/mm	关节偏距 d_i/mm	关节角 $\theta_i/(^{\circ})$
1	0	0	143.5	θ_1
2	90	0	98.0	θ_2
3	0	243	103.5	θ_3
4	-90	0	-86.0	θ_4

利用 MATLAB 创建四关节机器人模型和激光光线,如图 6 所示, J 为激光发射点, P_t 为关节 3 转轴与关节 4 转轴的交点在基座坐标系平面 $X_bO_bY_b$ 的投影。

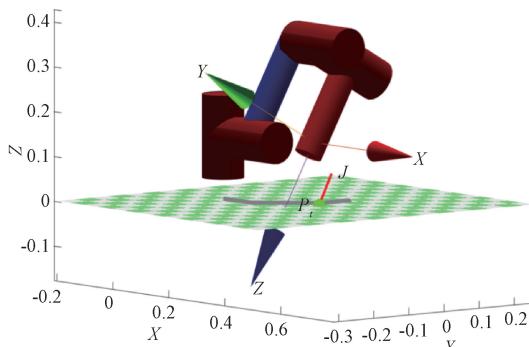


图 6 机器人和激光光线示意图

Fig. 6 Diagram of robot and laser beam

固定关节 2, 关节 1 的角度从 0° 开始, 每次转动 10° 。在机器人基座坐标系中, 关节 3 轴线和关节 4 轴线的交点在基座坐标系平面 $X_bO_bY_b$ 投影的轨迹将会形成一个圆, 如图 7 所示。

每次实验中, 只调整关节 3 和 4 的角度, 令激光光线经过 P_t , 收集对应的关节角度和激光长度。

2.2 仿真结果

1) 有效性验证

收集到 36 组数据, 采用 1.3 节所述算法迭代求解, 目标函数的收敛曲线如图 8 所示。

仿真实验的标定值与理论值的对比如表 3 所示。

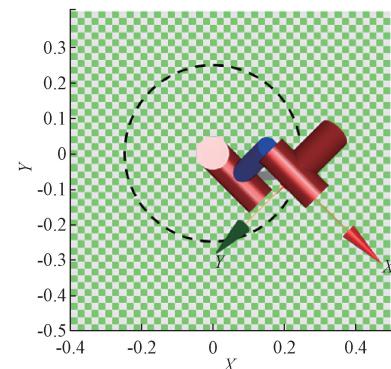


图 7 拟合的圆轮廓示意图

Fig. 7 Diagram of fitted circular contour

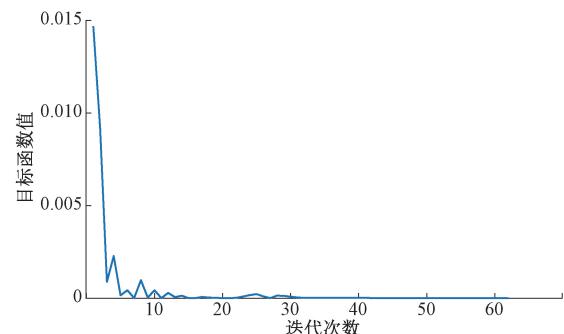


图 8 目标函数收敛曲线

Fig. 8 Convergence curve of objective function

表 3 标定参数仿真结果

Table 3 Simulation results of calibration parameters

标定参数	理论值	标定值	标定误差
$\theta_x/(^{\circ})$	87.000 0	86.988 9	0.011 1
$\theta_y/(^{\circ})$	88.000 0	87.997 7	-0.002 3
$\theta_z/(^{\circ})$	3.606 5	3.617 1	-0.010 6
d_x/mm	-10.000 0	-9.949 0	-0.051 0
d_y/mm	-70.000 0	-69.538 0	-0.462 0
d_z/mm	50.000 0	49.581 0	0.419 0

根据仿真结果可以得知, 标定的参数在 70 轮内迭代求解得到, 并且标定参数的位移误差在 0.5 mm 以内, 能保证较高的精度。

2) 标定方法对比

由于文献[14-15]的标定方法都只需要一块方形平面模板即可, 故将本研究方法与两者进行仿真对比实验。

将本研究得到的 36 组数据代入文献[14]所述方法, 建立平面约束模型并用二次罚函数法求解。对于文献[15], 选取垂直两边上的特征点, 建立正交约束模型采用内点法求解。3 种方法都采用相同初始值进行迭代计算, 标定误差的对比结果如表 4 所示。

表 4 标定参数误差对比

Table 4 Comparison of calibration parameter errors

标定参数	$\theta_x/(\text{°})$	$\theta_y/(\text{°})$	$\theta_z/(\text{°})$	d_x/mm	d_y/mm	d_z/mm
本文算法	0.011 1	-0.002 3	-0.010 6	-0.051	-0.462	0.419
文献[14]算法	-0.703 2	-0.306 8	0.753 6	0.369	-0.681	0.721
文献[15]算法	-0.038 8	0.062 2	-0.014 5	0.127	0.425	0.478

由上述对比结果可知,在角度参数的求解结果上,本文方法的精度显然高于文献[14-15]算法的求解结果,在不考虑激光测距仪的噪声影响和机械臂装配误差的情况下,角度误差被控制在 0.01° 左右,位移误差 $< 1 \text{ mm}$,小于文献[14]算法的位移误差,并基本优于文献[15]算法的位移误差。

3) 标定参数初始值对标定结果的影响

为了研究标定参数的初始值对标定结果的影响,利用本文圆轮廓拟合方法建立优化模型,根据标定参数自身的取值特点选取对应的取值范围,如表 5 所示。

表 5 标定参数的取值范围

Table 5 Value range of calibration parameters

取值范围	$\theta_x/(\text{°})$	$\theta_y/(\text{°})$	$\theta_z/(\text{°})$	d_x/mm	d_y/mm	d_z/mm
最小值	85	85	0	-15	-75	-55
最大值	95	95	5	-5	-65	-45

在标定参数的取值范围内随机生成每个参数的初始值,再采用 1.3 节所述算法求解目标函数的最小值,重复进行 15 组实验,结果如表 6 所示。

表 6 求解的目标函数值

Table 6 Solved values of objective function

组号	函数值	组号	函数值	组号	函数值
1	8.956×10^{-14}	6	2.042×10^{-13}	11	3.736×10^{-12}
2	6.673×10^{-13}	7	8.215×10^{-15}	12	5.125×10^{-13}
3	9.847×10^{-14}	8	6.284×10^{-13}	13	3.435×10^{-14}
4	3.711×10^{-12}	9	7.732×10^{-14}	14	2.235×10^{-12}
5	7.228×10^{-13}	10	6.415×10^{-14}	15	1.455×10^{-13}

由表 6 可以得知,组别 4、11、14 的函数值数量级为 10^{-12} ,相比之下,其他组别能达到更高的精度等级。为了进一步研究标定参数初始值对标定结果的影响,分别对角度初始值和位移初始值设置相对于真实值不同程度的偏移量 ($+5\%$, 0 , -5%),计算得到相应的函数值结果如表 7 所示。

根据表 7 可以得知,当角度参数的初始值设置为真实值时,即使位移参数的初始值存在 $\pm 5\%$ 的偏差,优化

表 7 初始值偏移量对目标函数值的影响

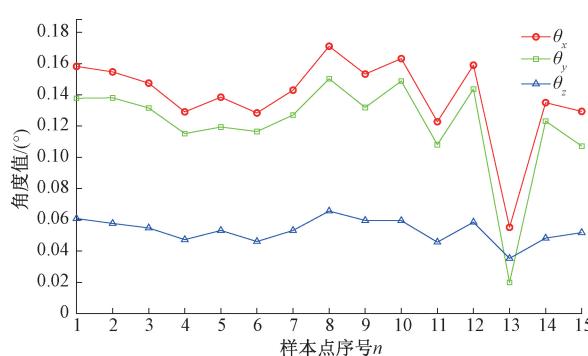
Table 7 Effect of initial value offset on objective function values

角度初值偏移量	位移初值偏移量	函数值
		$+5\%$
$+5\%$	0	1.14×10^{-13}
	-5%	1.64×10^{-12}
	0	3.21×10^{-14}
0	0	3.41×10^{-15}
	-5%	2.51×10^{-14}
	$+5\%$	5.25×10^{-14}
-5%	0	2.84×10^{-12}
	-5%	1.36×10^{-13}

结果依然能保持 10^{-14} 量级的精度;而当角度参数存在偏差时,优化精度将会明显下降 1~2 个数量级。结合表 6 和 7 可知,标定参数初始值对标定结果影响较小,其中标定结果对角度参数的初始值更为敏感。

4) 激光测距仪噪声对标定结果的影响

本研究选取的激光测距仪传感器为 SenkyLaser 公司的 SK-Pro100 型传感器,在全量程范围内,其准确度在标准值 $\pm 1 \text{ mm}$ 以内,并且在有效测量范围内,距离越近,精度越高。为研究激光测距仪噪声对标定结果的影响,对收集到的激光距离添加 1 mm 的噪声,再求解标定模型,重复进行 15 组实验,计算标定参数结果与理论值之间的误差,如图 9 所示。

(a) 角度参数的误差分布曲线
(a) Error distribution curve of angular parameters

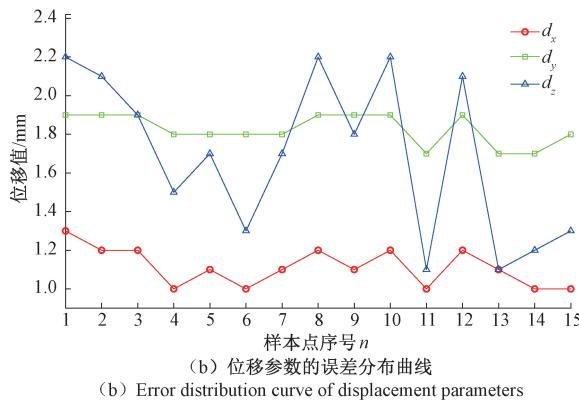


图9 标定参数误差分布曲线

Fig. 9 Error distribution curve of calibration parameters

在1 mm的噪声水平下,标定参数的平均相对误差和标准差如表8所示。

表8 噪声影响下的误差分析

Table 8 Error analysis under noise influence

标定参数	平均误差	平均相对误差/%	标准差
θ_x	0.139°	0.160	0.027°
θ_y	0.121°	0.014	0.031°
θ_z	0.053°	1.470	0.008°
d_x	1.11 mm	11.10	0.099 mm
d_y	1.83 mm	2.61	0.080 mm
d_z	1.69 mm	3.38	0.418 mm

根据仿真数据与真实值的对比结果得知,在噪声干扰下, θ_x 和 θ_y 求解后的平均相对误差均低于 0.2%, d_y 和 d_z 的平均相对误差控制在 4% 以内, 证明其具有较强的抗噪声能力和稳定性;由于 d_x 自身的真实值较小, 大小为 10 mm, 导致其平均相对误差略高, 但其绝对误差较小, 且离散度低。根据以上仿真结果, 可以得知激光测距仪的噪声对标定结果的影响较小。

3 实验验证

3.1 参数标定

对末端搭载激光测距仪的机器人进行手眼标定。实验使用的电机动车关节为零差云控公司的 eRob70 T、eRob80 T 型关节, 重复精度为 $\pm 10''$, 绝对精度为 $\pm 25''$ 。由于使用的激光测距仪在有效测量范围内测量距离越近, 精度越高, 故将安装底板作为目标平面, 搭建标定实验平台, 如图 10 所示。此时测量的最大距离 < 30 cm, 激光测距仪测量误差在 0.2 mm 以内。

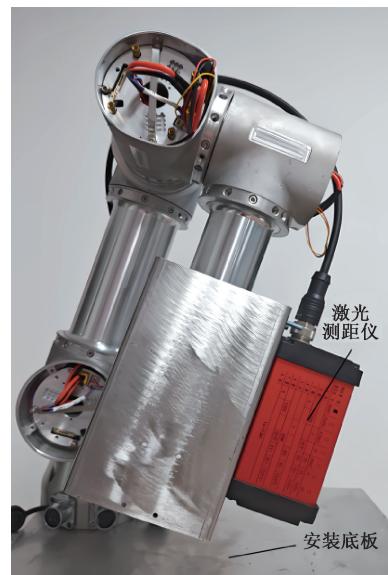


图10 实验平台示意图

Fig. 10 Diagram of experimental platform

为了减少训练的时间, 先控制 3、4 关节运动, 使激光测距仪返回值尽量小, 将此时的关节角度设置为初始角度, 再进行 DQN 训练, 寻找使激光测距仪返回值最小的点。其中一组训练的奖励曲线如图 11 所示, 训练时长为 97 s。

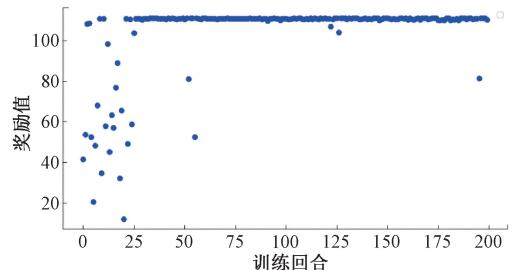


图11 奖励函数曲线

Fig. 11 Reward function curve

在寻找激光测距值最小的过程中, 对收集到的激光数据进行均值滤波处理, 找到目标特征点后, 记录对应的关节角度和激光测距仪返回值, 再采用 1.3 节所述算法对标定参数进行迭代求解。根据计算得到的标定参数结合机器人正运动学计算得到激光光点到机器人基座坐标系原点的距离, 得到每个距离与拟合圆轮廓的半径的差值, 如图 12 所示。由图 12 可知, 该误差在 0.25 mm 以内。

3.2 平面扫描实验

根据标定结果, 进行平面扫描实验, 以验证标定精度。调整关节的角度, 对底座安装平面进行 50 次测量, 记录对应的关节角度和激光测距仪返回值, 计算得到每

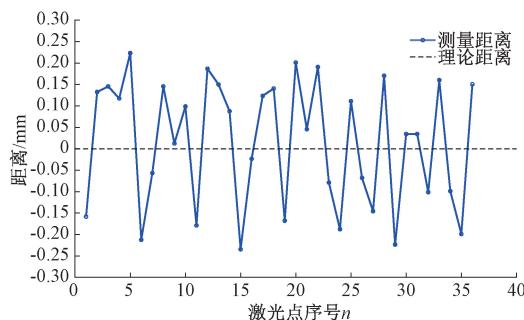


图 12 圆拟合误差曲线

Fig. 12 Error curve of circle fitting

个光点在基座坐标系的 Z 坐标,即光点到基座坐标系平面 $X_bO_bY_b$ 的距离,如图 13 所示。由图 13 可知,每个光点到面 $X_bO_bY_b$ 的距离都<0.4 mm。

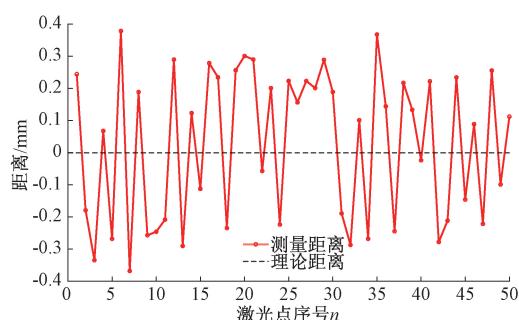


图 13 平面扫描误差曲线

Fig. 13 Error curve of planar scanning

3.3 平行平面扫描实验

利用一块定制的 $150.0 \text{ mm} \times 55.0 \text{ mm} \times 50.0 \text{ mm}$ 的标定块,放置在机器人底座安装平面,标定块的上表面与安装底面形成一对平行平面,如图 14 所示。



图 14 零件平面扫描图

Fig. 14 Diagram of partplanar scanning

对标定块的上表面进行 50 次测量,利用标定参数得到每个点在基座坐标系的 Z 坐标,与标定块的高度进行对比。结果如图 15 所示,平行平面扫描误差在 0.5 mm 之内,小于激光测距仪的测量误差。

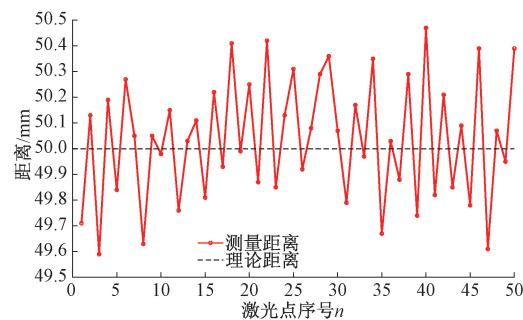


图 15 平行平面扫描误差曲线

Fig. 15 Error curve of parallel plane scanning

4 结 论

针对激光测距仪和机器人的手眼标定问题,本研究提出了一种圆轮廓约束的标定方法。该标定方法利用 DQN 算法控制机械臂带动激光测距仪运动寻找目标特征点,用光点轨迹拟合标准圆轮廓,将该标定问题转化为带等式约束的优化问题。仿真实验结果表明,该标定方法可行,并且抗激光测距仪噪声能力良好。为了验证标定结果的精度,设计了平面扫描实验,实验结果表明,该标定方法在激光噪声干扰下依然有较高的精度。

相较于现有的其他标定方法,本研究提出的方法不需要额外的标定靶标和传感器,仅依靠激光测距仪单测量量和几何约束,在保证精度的同时显著降低了设备成本和操作门槛,适用于工业现场标定。

参考文献

- [1] 魏慧,张斌,黄伯超,等. 陆空两栖多模态可变形机器人[J]. 机器人, 2025, 47(3): 328-337.
- [2] WEI H, ZHANG B, HAUNG B CH, et al. Multi-mode transformable land-air amphibious robot [J]. Robot, 2025, 47(3): 328-337.
- [3] 鲍秀兰,包有刚,马萧杰,等. 自然环境下柑橘采摘机器人避障规划研究[J]. 农业机械学报, 2025, 56(2): 420-428.
- [4] BAO X L, BAO Y G, MA X J, et al. Obstacle avoidance planning of citrus picking robot in natural environment[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2025, 56(2): 420-428.
- [5] LUKER Z, STANSBURY E. In-process hole and fastener inspection using a high-accuracy laser sensor [J]. SAE International Journal of Advances and Current Practices in Mobility, 2020, 2(3): 1168-1173.
- [6] YU CH Y, XI J T. Simultaneous and on-line calibration

- of a robot-based inspecting system [J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2018, 49(4): 349-360.
- [5] 王一凡,黄涛,张小明. 基于SVRG全局优化的机器人手眼标定[J]. 机床与液压, 2025, 53(9): 1-7.
WANG Y F, HUANG T, ZHANG X M. Global optimization-based robot hand-eye calibration using SVRG[J]. *Machine Tool & Hydraulics*, 2025, 53(9): 1-7.
- [6] 孙家乐,罗晨,周怡君,等. 复杂视觉测量系统的标定参数优化及精度评估[J]. 中国机械工程, 2023, 34(14): 1741-1748, 1755.
SUN J L, LUO CH, ZHOU Y J, et al. Calibration parameter optimization and accuracy evaluation of complex visual measurement systems[J]. *China Mechanical Engineering*, 2023, 34(14): 1741-1748, 1755.
- [7] 毛成林,于瑞强,宋爱国. 一种结合TCP标定的深度相机手眼标定方法[J]. 仪器仪表学报, 2023, 44(3): 280-286.
MAO CH L, YU R Q, SONG AI G. A hand-eye calibration method of depth camera combined with TCP calibration[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2023, 44(3): 280-286.
- [8] 储昭碧,李子朋,高金辉. 一种基于双目相机与单点激光测距仪的标定方法[J]. 仪器仪表学报, 2023, 44(5): 232-239.
CHU ZH B, LI Z P, GAO J H. Calibration method based on binocular camera and singlepoint laser rangefinder[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2023, 44(5): 232-239.
- [9] 黄志清,苏毅,王庆文,等. 二维激光雷达与可见光相机外参标定方法研究[J]. 仪器仪表学报, 2020, 41(9): 121-129.
HUANG ZH Q, SU Y, WANG Q W, et al. Research on extrinsic parameter calibration method of 2D laser rangefinder (LRF) and visible light camera[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2020, 41(9): 121-129.
- [10] 王连庆,钱莉. 基于3D标定块的机器人与3D相机手眼标定研究[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(24): 539-547.
WANG L Q, QIAN L. Research on robot hand-eye calibration method based on 3D calibration block [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2021, 58(24): 539-547.
- [11] CHEN H Q, XIA R H, ZHANG Y, et al. A self-calibration method for engineering using 3D laser scanning system based on cube vertices [J]. *IEEE Sensors Journal*, 2023, 24(3): 3247-3258.
- [12] 杜惠斌,宋国立,赵忆文,等. 利用3D打印标定球的机械臂与RGB-D相机手眼标定方法[J]. 机器人, 2018, 40(6): 835-842.
DU H B, SONG G L, ZHAO Y W, et al. Hand-eye calibration method for manipulator and RGB-D camera using 3D-printed ball[J]. *Robot*, 2018, 40(6): 835-842.
- [13] 李津容,葛广言,冯晓冰,等. 在机测量线激光传感器安装位姿的全局标定[J]. 仪器仪表学报, 2022, 43(9): 158-165.
LI J R, GE G Y, FENG X B, et al. Global position calibration of 2D laser profiler for on-machine measurement[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2022, 43(9): 158-165.
- [14] 吴聊,杨向东,蓝善清,等. 基于平面模板的机器人TCF标定[J]. 机器人, 2012, 34(1): 98-103.
WU L, YANG X D, LAN SH Q, et al. Robot TCF calibration based on a planar template[J]. *Robot*, 2012, 34(1): 98-103.
- [15] 陈新禹,周杰,张庆新,等. 正交约束下的机器人线结构光手眼标定[J]. 激光与红外, 2023, 53(5): 737-743.
CHENG X Y, ZHOU J, ZHANG Q X, et al. Hand-eye calibration of robot with linear structured light under orthogonal constraints [J]. *Laser & Infrared*, 2023, 53(5): 737-743.
- [16] 邓立,章易镰,刘钢,等. 基于两步法的激光轮廓仪手眼标定方法研究[J]. 光学精密工程, 2025, 33(2): 176-183.
DEGN L, ZHANG Y L, LIU G, et al. Research on hand-eye calibration method of laser profilometer based on two-step method[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2025, 33(2): 176-183.
- [17] 刘昶,罗寅,曲广宇. 应用垂直角特征的机器人与2D激光雷达手眼标定[J]. 光学精密工程, 2024, 32(22): 3336-3347.
LIU CH, LUO Y, QU G Y. Hand-eye calibration

- between robot and 2D LiDAR using orthogonal corner feature [J]. Optics and Precision Engineering, 2024, 32(22): 3336-3347.
- [18] 张天碧, 冯辉, 徐海祥, 等. 基于噪声 DQN 的智能船舶全局路径规划方法[J]. 大连海事大学学报, 2025, 51(1): 43-53.
- ZHANG T B, FENG H, XU H X, et al. The intelligent ship global path planning method based on Noise-DQN[J]. Journal of Dalian Maritime University, 2025, 51(1): 43-53.
- [19] 史殿习, 彭洼璇, 杨焕焕, 等. 基于 DQN 的多智能体深度强化学习运动规划方法[J]. 计算机科学, 2024, 51(2): 268-277.
- SHI D X, PENG Y X, YANG H H, et al. DQN-based multi-agent motion planning method with deep reinforcement learning [J]. Computer Science, 2024, 51(2): 268-277.
- [20] 董豪, 杨静, 李少波, 等. 基于深度强化学习的机器人运动控制研究进展[J]. 控制与决策, 2022, 37(2): 278-292.
- DONG H, YANG J, LI SH B, et al. Research progress of robot motion control based on deep reinforcement learning[J]. Control and Decision, 2022, 37(2): 278-292.
- [21] 陈佳盼, 郑敏华. 基于深度强化学习的机器人操作行为研究综述[J]. 机器人, 2022, 44(2): 236-256.

CHEN J P, ZHENG M H. A survey of robot manipulation behavior research based on deep reinforcement learning[J]. Robot, 2022, 44(2): 236-256.

作者简介



储昭碧(通信作者),1993 年于原河北煤炭建筑工程学院获得学士学位,1996 年、2009 于合肥工业大学分别获得硕士学位、博士学位,现为合肥工业大学教授,主要研究方向为机器视觉、智能系统与装备。

E-mail:zbchu@hfut.edu.cn

Chu Zhaobi (Corresponding author) received his B. Sc. degree from the former Hebei Institute of Coal and Construction Engineering in 1993, and his M. Sc. degree and Ph. D. degree both from Hefei University of Technology in 1996 and 2009, respectively. He is currently a professor at Hefei University of Technology. His main research interests include machine vision, intelligent systems, and equipment.



何沣奕,2023 年于合肥工业大学获得学士学位,现为合肥工业大学研究生,主要研究方向为机器人控制与机器视觉。

E-mail:2023170442@mail.hfut.edu.cn

He Fengyi received his B. Sc. degree from Hefei University of Technology in 2023. He is currently a master's student at Hefei University of Technology. His main research interest includes robot control and machine vision.